



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>

(56)

Sec 1991 d $\frac{.89}{1108}$



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année MDCCVIII.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique,
pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Academie.

A PARIS,
Chez JEAN BOUDOT, Imprimeur Ordinaire du Roy, & de
l'Academie Royale des Sciences, rue S. Jacques au Soleil d'or,
proche la Fontaine S. Severin.

M. DCCIX.
AVEC PRIVILEGE DU ROT.

2000

2000



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

| | |
|---|--------|
| S ur le Tonnerre. | Page 1 |
| Sur un nouveau Barometre. | 3 |
| Sur la dilatation de l'Air. | 11 |
| Sur la declinaison de l'Aiman. | 19 |
| Diverses Observations de Physique generale. | 20 |

ANATOMIE.

| | |
|--|----|
| Sur la Circulation du sang entre la Mere & le Fœtus. | 36 |
| Sur les Cataractes des yeux. | 39 |
| Sur un Ver rendu par le nez. | 42 |
| Sur des Guerisons faites par des brûlures. | 46 |
| Sur la Generation des Limaçons. | 48 |
| Diverses Observations Anatomiques. | 52 |

CHIMIE.

| | |
|---|----|
| Sur la Cire. | 53 |
| Sur l'Aloës. | 54 |
| Sur la Manno. | 56 |
| Sur plusieurs Eaux minerales de France. | 57 |
| Sur la Nature du Fer. | 61 |
| Diverses Observations Chimiques. | 65 |

1708. 2

T A B L E.

BOTANIQUE.

| | |
|---|----|
| <i>Sur la perpendicularité des Tiges des Plantes par rapport à l'horizon.</i> | 67 |
| <i>Observation Botanique.</i> | 69 |

ARITHMETIQUE. 70

ALGÈBRE.

| | |
|--|----|
| <i>Sur la Construction des Egalités.</i> | 71 |
|--|----|

GÉOMÉTRIE.

| | |
|---|----|
| <i>Sur les Conchoïdes en general.</i> | 73 |
| <i>Sur la Rectification des Roulettes, dont la Generatrice est un Cercle, & la Base un autre Cercle quelconque.</i> | 80 |
| <i>Sur les Courbes à l'infini produites par le mouvement d'une ligne droite, qui passe toujours par un point fixe, & parcourt par une de ses extrémités une ligne quelconque.</i> | 82 |
| <i>Sur une nouvelle propriété de la Cycloïde.</i> | 84 |
| <i>Sur une Methode de décrire de grands Arcs de Sections Coniques.</i> | 89 |

ASTRONOMIE.

| | |
|---|-----|
| <i>Sur le retour d'une Tache de Jupiter.</i> | 90 |
| <i>Sur un Globe celeste construit par rapport au mouvement des Etoiles fixes.</i> | 93 |
| <i>Sur la Comete de 1707, & sur les Cometes en general.</i> | 97 |
| <i>Sur les trois Eclipses de cette année.</i> | 104 |
| <i>Sur les Refractions.</i> | 105 |
| <i>Sur des Taches du Soleil.</i> | 107 |
| <i>Diverses Observations celestes.</i> | 109 |

GÉOGRAPHIE. 111

T A B L E.

DIOPTRIQUE.

| | |
|--|-----|
| <i>Sur les Verres ardents des Anciens.</i> | 112 |
|--|-----|

MECHANIQUE.

| | |
|--|-----|
| <i>Sur la Résistance des Poutres.</i> | 116 |
| <i>Sur la Résistance des Milieux au mouvement.</i> | 123 |
| <i>Machines ou Inventions approuvées par l'Academie en 1708.</i> | 142 |
| <i>Eloge de M. de Tournefort.</i> | 143 |



T A B L E

P O U R

LES MEMOIRES.

| | |
|---|--------|
| O bservation de l'Eclipse du Cœur du Scorpion Antares par la Lune, faite à Paris, à Marseille, & à Montpellier le 3 Septembre 1707. Par M. CASSINI le fils. | Page 1 |
| Extrait des Observations faites aux Indes Occidentales en 1704, 1705, & 1706 par le P. Feuillée Minime, Mathématicien du Roy; comparées à celles qui ont été faites en même temps à l'Observatoire Royal. Par M. CASSINI le fils. | 5 |
| Des Résistances des Poutres par rapport à leurs longueurs ou portées, & à leurs dimensions & situations; & des Poutres de plus grande résistance, indépendamment de tout système Physique. Par M. PARENT. | 17 |
| Des Conchoïdes en general. Par M. DE LA HIRE. | 32 |
| Observations de la quantité d'eau de pluie qui est tombée à l'Observatoire | à ij |

T A B L E.

| | |
|---|----------|
| <i>Royal à Paris pendant l'année 1707 , & des hauteurs du Thermometre & du Barometre. Par M. DE LA HIRE.</i> | 60 |
| <i>Sur la maniere de conserver les Grains. Par M. RENEAUME.</i> | 63 |
| <i>Methode generale pour rectifier toutes les Roulettes à bases droites & circulaires. Par M. NICOLE.</i> | 86 |
| <i>Reflexions sur la Comete qui a paru vers la fin de l'année 1707. Par M. CASSINI.</i> | 89 |
| <i>Observations sur les Analyses du Corail & de quelques autres Plantes pierreuses, faites par M. le Comte Marfigli. Par M. GEOFFROY.</i> | 102 |
| <i>Observation de l'Eclipse de Venus par la Lune du 23 Fevrier 1708. Par Mrs CASSINI & MARALDI.</i> | 106 |
| <i>Comparaison des Observations de l'Eclipse de Venus par la Lune, faites à Paris & à Marseille le 23 Fevrier 1708. Par M. CASSINI le fils.</i> | 107 |
| <i>Observation de l'Eclipse de la Planete de Venus, le 23 Fevrier au soir 1708 à l'Observatoire. Par Mrs DE LA HIRE.</i> | 110 |
| <i>Comparaison de l'Eclipse de Venus par la Lune du 23 Fevrier 1708, avec le calcul tiré des Tables Astronomiques de mon Pere. Par M. DE LA HIRE le fils.</i> | là même. |
| <i>Des Mouvements primitivement variés dans des milieux qui leur résistent en raison des vitesses auxquelles ils s'opposent. Par M. VARIGNON.</i> | 113 |
| <i>Description d'un nouveau Barometre pour connoître exactement la pesanteur de l'air, avec quelques remarques sur les Barometres ordinaires. Par M. DE LA HIRE.</i> | 154 |
| <i>Extrait des Observations Astronomiques & Physiques faites en Sardaigne & à Malte par le P. Feuillée Mathématicien du Roy. Par M. CASSINI le fils.</i> | 168 |
| <i>Reflexions sur la variation de l'Aimant observée par le sieur Houffaye Capitaine Commandant le Vaisseau l'Aurore pendant la Campagne des Indes Orientales faite par l'Escadre des Vaisseaux commandée par M. le Baron de Pallieres en 1704 & 1705. Par M. CASSINI le fils.</i> | 173 |
| <i>Observation de l'Eclipse de Lune du 5 Avril 1708 au matin à l'Observatoire Royal. Par Mrs DE LA HIRE.</i> | 179 |
| <i>Observation d'un Cercle lumineux autour du Soleil. Par M. DE LA HIRE.</i> | 180 |
| <i>Observation de l'Eclipse de Lune du 5 Avril au matin de l'année 1708. Par Mrs CASSINI & MARALDI.</i> | 182 |
| <i>Observation de l'Eclipse de Lune faite par le P. Laval & M. Chazelles à Marseille le 5 Avril 1708. Comparée à celles qui ont été faites à Paris & à Strasbourg. Par M. CASSINI le fils.</i> | 185 |

T A B L E.

| | |
|--|-----|
| <i>Problème d'Anatomie, ſçavoir: ſi pendant la groſſeſſe il y a entre la femme & ſon fœtus une circulation de ſang réciproque. Par M. MERY.</i> | 186 |
| <i>Observation de la Conjonction de Jupiter avec la Lune du 30 Avril 1708 faite en plein jour. Par M. CASSINI le fils.</i> | 195 |
| <i>Maniere generale de trouver une infinité de Lignes courbes nouvelles, en faiſant parcourir une ligne quelconque donnée, par une des extremités d'une ligne droite donnée auſſi, & toujours placée ſur un même point fixe. Par M. REAUMUR.</i> | 197 |
| <i>Démonſtration de ce que M. Huguens ſ'eſt contenté d'enoncer à la fin de ſon diſcours de la cauſe de la peſanteur, touchant le mouvement des corps graves dans un milieu qui leur réſiſteroît à chaque inſtant en raiſon de leurs viteſſes. Par M. VARIGNON.</i> | 212 |
| <i>Du Plan ſur lequel un corps deſcendant fait ſur chaque partie des impreſſions qui ſont en raiſon réciproque des tems qu'il emploie à les parcourir. Par M. PARENT.</i> | 224 |
| <i>Observations ſur le Neſtoch, qui prouvent que c'eſt veritablement une Plante. Par M. GEOFFROY le jeune.</i> | 228 |
| <i>Explication Phyſique de la direction verticale & naturelle des tiges des Plantes & des branches des arbres, & de leurs racines. Par M. DE LA HIRE.</i> | 231 |
| <i>Observations du retour de la Tache ancienne de Jupiter. Par M. MARALDI.</i> | 235 |
| <i>De la Cataracte & du Glaucoma. Par M. MERY.</i> | 241 |
| <i>Remarques ſur la Cataracte & le Glaucoma. Par M. DE LA HIRE le fils.</i> | 245 |
| <i>Différentes manieres de déterminer la Courbe que décriroit un corps de peſanteur conſtante, jetté ſuivant quelque direction que ce fût dans un milieu dont les réſiſtances ſeroient en raiſon des viteſſes de ce corps. Par M. VARIGNON.</i> | 250 |
| <i>Experiences & Remarques ſur la dilatation de l'air par l'eau bouillante. Par M. DE LA HIRE.</i> | 274 |
| <i>Methode pour décrire de grands arcs des Sections Coniques, ſans avoir leur centre ni la grandeur d'aucun diametre. Par M. DE LA HIRE.</i> | 289 |
| <i>Reſlexions ſur les Observations de la variation de l'Aiman, faites ſur le Vaiſſeau le Maurepas dans le voyage de la Mer du Sud; avec quelques Remarques de M. de la Verune Commandant de ce Vaiſſeau, ſur la Navigation des Côtes de l'Amerique & de la Terre de Feu. Par M. CASSINI le fils.</i> | 292 |
| <i>Observation du paſſage de la Lune par les Etoiles Meridionales des Pléiades le matin du 10 Aouſt 1708. Par Mrs CASSINI & MARALDI.</i> | 297 |

TABLE.

| | |
|---|-----|
| <i>Observation du passage de la Lune par les Pléiades, le 10 Aoust 1708 au matin à l'Observatoire. Par M. DE LA HIRE.</i> | 299 |
| <i>Accord des Solutions du Mémoire du 18. Juillet dernier, pag. 250. &c. avec celles de M. Newton; & de M. Hughes, touchant la ligne que décriroit un corps de pesanteur constante jetté suivant quelque direction que ce fût dans un milieu dont les résistances seroient en raison des vitesses de ce corps. Par M. VARIGNON.</i> | 302 |
| <i>Mémoire touchant les Acides & les Alkalis, pour servir d'addition à l'article du Sel principe, imprimé dans nos Mémoires de l'année 1702. pag. 36. Par M. HOMBERG.</i> | 312 |
| <i>Observation d'une Comete qui a paru à la fin de Novembre 1707, faite à Bologne par Mrs Manfredi & Stancari dans l'Observatoire de M. le Comte Marsigli; avec des reflexions de M. Cassini.</i> | 313 |
| <i>Eclaircissmens sur la construction des Egalitez. Par M. ROLLE.</i> | 339 |
| <i>Conjectures sur la position de l'Isle de Meroé. Par M. DELISLE.</i> | 365 |
| <i>Nouvel éclaircissement sur la prétendue production artificielle du Fer, publiée par Becher & soutenue par M. Geoffroy. Par M. LEMERY le fils.</i> | 376 |
| <i>Observations de l'Eclipse du Soleil arrivée le 14 Septembre 1708 au matin, à l'Observatoire. Par M. DE LA HIRE.</i> | 403 |
| <i>Sur l'Observation de l'Eclipse de Lune arrivée le 29 Septembre au soir 1708 à l'Observatoire. Par Mrs DE LA HIRE.</i> | 405 |
| <i>Observations de l'Eclipse du Soleil du 14 Septembre 1708. Par Mrs CASSINI & MARALDI.</i> | 407 |
| <i>Observations de l'Eclipse de Lune du 29 Septembre 1708. Par Mrs CASSINI & MARALDI.</i> | 409 |
| <i>Reflexions sur les Eclipses du Soleil & de la Lune du mois de Septembre 1708. Par M. CASSINI.</i> | 410 |
| <i>Comparaison de diverses Observations de l'Eclipse du Soleil du 14 Septembre 1708. Par M. CASSINI le fils.</i> | 415 |
| <i>Observations de l'Eclipse de Lune du 29 Septembre 1708, faites à Genes par Mrs le Marquis Salvago & l'Abbé Barabbini, & à Marseille par le P. Laval & M. Chazelles, rapportées Par Mrs CASSINI & MARALDI.</i> | 418 |
| <i>Autres Solutions du Problème déjà résolu dans le Mémoire du 18. Juillet dernier, pag. 251. &c. touchant la Courbe que décriroit un corps de pesanteur constante jetté dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps. Par M. VARIGNON.</i> | 419 |
| <i>Reflexions sur les Observations faites par le P. Laval à la Sainte Baume & aux montagnes des environs. Par M. CASSINI le fils.</i> | 456 |
| <i>Conjecture sur le redressement des Planètes inclinées à l'horizon. Par M. ASTRUC, de la Société Royale des Sciences de Montpellier.</i> | 463 |

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU ROY DE FRANCE
ET DE NAVARRE: A nos amez & feaux Conseillers les
Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordi-
naires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs,
Seneschaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il
appartiendra: SALUT. Nôtre Academie Royale des Sciences Nous
ayant très-humblement fait exposer, que depuis qu'il Nous a plû
luy donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de
nôtre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les
Sciences qui font l'objet de ses exercices; enforte qu'outre les Ou-
vrages qu'Elle a déjà donnez au public, Elle seroit en état d'en pro-
duire encore d'autres, s'il Nous plaisoit luy accorder de nouvelles
Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous luy avons accor-
dées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont
été déclarées nulles par un Arrest de nôtre Conseil d'Etat du 13. du
mois d'Aoust dernier. Et desirant donner à ladite Academie en
corps, & en particulier à chacun de ceux qui la composent, toutes
les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs tra-
vaux utiles au public; Nous avons permis & permettons par ces
Presentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre & debiter
dans tous les lieux de nôtre obéissance, par tel Imprimeur qu'Elle
voudra choisir, en telle forme, marge, caractère, & autant de fois
que bon luy semblera: *Toutes les Recherches ou Observations jour-
nalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les
Assemblées de l'Academie Royale des Sciences; comme aussi les Ou-
vrages, Memoires ou Traitez de chacun des particuliers qui la com-
posent, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire
paroître sous son nom, lorsqu'après avoir examiné & approuvé les-
dits Ouvrages aux termes de l'article xxx. dudit Reglement, elle
les jugera dignes d'être imprimez: & ce pendant le tems de dix
années consecutives, à compter du jour de la datte desdites Pre-
sentes. Faisons très-expresses deffenses à tous Imprimeurs, Librai-
res, & à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition
que ce soit, d'imprimer, faire imprimer en tout ni en partie, au-
cun des Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie;
comme aussi d'en introduire, vendre & debiter d'impression étran-
gere dans nôtre Royaume sans le consentement par écrit de ladite
Academie ou de ses ayans cause, à peine contre chacun des contre-
venans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de son-*

dit Imprimeur , de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris , un tiers audit Imprimeur , & l'autre tiers au Dénonciateur , & de tous dépens , dommages & interêts : à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs-Libraires de Paris , & ce dans trois mois de ce jour : Que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans nôtre Royaume & non ailleurs , & ce en bon papier & en beaux caractères , conformément aux Reglemens de la Librairie ; & qu'avant que de les exposer en vente il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans nôtre Bibliotheque publique , un dans celle de nôtre Château du Louvre , & un dans celle de nôtre très-cher & feal Chevalier Chancelier de France le sieur Phelypeaux Comte de Pontchartrain Commandeur de nos Ordres , le tout à peine de nullité des Presentes ; du contenu desquelles Vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Academie ou ses ayans cause pleinement & paisiblement , sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages soit tenuë pour dûëment signifiée , & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires foy soit ajoutée comme à l'original : Commandons au premier nôtre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires sans autre permission , & nonobstant Clameur de Haro , Chartre Normande & Lettres à ce contraires : CAR tel est nôtre plaisir. DONNE' à Versailles le neuvième jour de Fevrier , l'an de grace mil sept cens quatre , & de nôtre Regne le soixante & unième. Par le Roy en son Conseil , LE COMTE.

L'Academie Royale des Sciences par délibération du 27. Fevrier 1707. a cédé le present Privilege à JEAN BOUDOT fils son Libraire, pour en jouir conformément au Traité fait par l'Academie avec feu le sieur Boudot son Pere le 13. Juillet 1699. En foy de quoy j'ay signé, à Paris ce 27. Fevrier 1707.

FONTENELLE, *Secretaire de l'Academie Royale des Sciences.*

Registré sur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, Numero cxi page 136. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrest du Conseil du 13. Aoust dernier. A Paris, ce 13. Fevrier 1704.

P. EMERY, *Syndic.*

HISTOIRE

HISTOIRE

DE

L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCVIII.



PHYSIQUE GENERALE.

SUR LE TONNERRE.

L se fait dans l'Air des operations Chimiques, aussi bien que dans nos Laboratoires, & quelquefois les mêmes. Le Tonnerre n'est que cette inflammation, dont on a parlé dans l'Hist. de 1701 *, causée * Pag. 67.
par le mélange d'une matiere sulphureuse

avec un Esprit Acide. Mais la conformité même de ces deux Phenomenes peut faire naître une difficulté.

Les deux matieres convenables, mêlées ensemble par un Chimiste, ayant été une fois enflammées, se dissipent absolument, & il ne se peut plus faire d'inflammation

1708.

A

nouvelle sans de nouvelles matieres. Mais nous voyons souvent sortir d'une même Nuë un grand nombre d'Eclairs les uns après les autres, qui marquent autant d'inflammations différentes, & comment, après que ce qui étoit inflammable dans cette Nuë s'est enflammé, s'y fait-il des inflammations nouvelles?

M. Homberg conçoit que les mêmes matieres qui par leur union s'enflament, & par cette inflammation se séparent aussi tôt, peuvent se rejoindre de nouveau, s'enflamer encore, & ainsi plusieurs fois de suite. Elles ne le pourroient pas sur la Terre, parceque dès qu'elles sont enflammées, & par conséquent devenues tres-rares & tres-legeres, l'Air inferieur plus pesant qu'elles, qui les presse de tous côtés, les élève jusqu'à une Region où elles se trouvent en équilibre avec un Air plus délié, & où elles sont perduës pour nous. Mais si ces mêmes matieres se sont élevées en exhalaisons du sein de la Terre par l'action de la chaleur, elles sont parvenues jusqu'à cette Region de l'équilibre; c'est-là qu'elles s'enflament, & là elles ne trouvent point d'air plus pesant, qui après leur inflammation puisse les faire monter; elles ne se dissipent donc point, elles demeurent où elles étoient, & peuvent se rejoindre, jusqu'à ce qu'une Pluie les rabatte sur la Terre, & en nettoye l'Air.

Cette explication est d'autant plus vrai-semblable, qu'elle est fondée sur l'operation même, qui représente le Tonnerre. Si au lieu de verser brusquement de l'Esprit de Nitre sur une Huile essentielle, ce qui produit une inflammation subite, on le verse goutte à goutte, il se fait seulement une effervescence sans inflammation, & le mélange des deux liqueurs devient une Resine, qui étant mise dans une Cornuë, & distillée par degrés rend l'Acide & l'Huile, dont elle a été formée. Cet Acide & cette Huile sont encore capables ou de s'enflamer par leur union, ou de produire une nouvelle Resine, qui soutiendra autant qu'on voudra la même operation qu'elle a essuyée. Le feu de la distillation fait ici la même sépara-

tion des matieres, qu'auroit fait la flame, si on leur avoit permis de s'enflamer, & par conséquent il paroît que si elles ne nous échapoient pas, elles seroient aussi propres à faire par leur réunion une nouvelle flame, qu'une nouvelle Resine.

Comme à chaque instant où un Eclair frappe nos yeux, il y a une assez grande quantité de matiere qui s'enflame, il se pourroit faire, selon M. Homberg, que toutes ces inflammations réitérées donnassent une certaine détermination de mouvement à l'Air, & causassent quelqu'un de ces Vents *variables*, qui viennent indifferemment de tous les points de l'Horison, & sont les seuls que nous connoissions dans nos Climats tempérés. Delà viendrait peut-être que nous avons plus de Vents de Sud que de Nord, car il y a toujours de grands Tonnerres entre les Tropiques, qui sont au Sud à notre égard. Toujours il est certain que cette idée expliqueroit assez bien pourquoi nos Vents soufflent par reprises; les Eclairs se suivent d'assez près, & chacun donneroit son impulsion à part. Si l'on étoit bien assuré que les Vents *alisés* & réglés soufflent plus continuellement, ce seroit une confirmation.

S U R U N N O U V E A U

B A R O M E T R E.

LE Barometre est une invention assez importante dans la Phisique, & assez précieuse aux Phisiciens, pour meriter qu'ils se piquent à l'envi les uns des autres de contribuer à sa perfection. Le Hazard fit naître d'abord le Barometre simple, il y a peut-être 60 ans. M. Huguens le changea en Barometre double pour le rendre plus *sensible*, c'est à dire pour lui faire marquer dans une plus grande étendue, & plus sensiblement le degré de la variation du poids de l'air. M. Amontons proposa ensuite des moyens & de le rectifier *, & d'étendre son usage

V. les M.
p. 154.

* V. l'Hist.
de 1704. p.
1.

* V. l'Hist. de 1705. p. 1.
 jusqu'à la Mer *. Maintenant M. de la Hire donne de nouvelles vûes, qui vont à le corriger de tous ses défauts.

Je suppose la construction du Barometre double de M. Huguens connue, comme elle l'est en effet de tout le monde. Si l'on en retranchoit l'Eau seconde, ou l'Huile de Tartre qui remplit une partie de la boîte inferieure, & du second tuyau, ce ne seroit plus qu'une espece de Barometre simple, quoique le tuyau en fût recourbé. Lorsque le Mercure s'abaisseroit dans la boîte superieure, & par consequent s'éleveroit dans l'inferieure, il marqueroit la diminution du poids de l'Atmosphere, & en effet comme la colonne de Mercure qui répond à toute la hauteur de l'Atmosphere & lui fait équilibre, n'est dans un tuyau recourbé que la difference de hauteur de la surface superieure du Mercure à l'inferieure, il est visible que cette colonne seroit devenuë plus courte. Ce seroit le contraire si le Mercure s'étoit élevé dans la boîte superieure, & abaissé dans l'inferieure. Mais parceque toute la variation de la hauteur de la colonne de Mercure est renfermée dans l'étenduë de 2 pouces, les differens changemens seroient peu sensibles, à moins qu'ils ne fussent & fort grands & subits.

Le secret que M. Huguens imagina pour les rendre beaucoup plus sensibles, fut de remplir d'une liqueur la moitié ou à peu près de la boîte inferieure, & une partie d'un tuyau qui en sort, & qui a un diametre beaucoup plus petit. La liqueur est supposée plus legere que le Mercure, par exemple 14 fois davantage, ainsi qu'on le trouve par experience. Je prends seulement le cas où le Mercure s'abaisse dans la boîte superieure, & s'élève dans l'inferieure, il sera aisé d'en conclure le cas contraire, qui ne sera que le même renversé.

Lorsqu'il survient de nouveau dans la boîte inferieure une certaine quantité de Mercure, il faut necessairement qu'il en sorte une égale quantité de liqueur, qui entre dans le petit tuyau, & qui y monte d'autant plus que le diametre en est plus petit par rapport à celui de la boîte.

Ainsi la grande inégalité de ces diamètres fait qu'une très-petite élévation dans la boîte est assez grande dans le tuyau, & que le Mercure en haussant peu fait beaucoup hausser la liqueur. Mais d'un autre côté comme les liqueurs agissent ou pesent par leur hauteur, plus cette liqueur monte en vertu de l'inégalité des diamètres, plus elle devient un grand poids qu'il faut que la colonne de Mercure soutienne, outre celui de l'Atmosphère. Elle repousse donc en embas le Mercure de la boîte inférieure qui s'étoit élevé, & par-là elle redescend elle-même dans son tuyau, ou pour parler plus juste, elle n'y monte qu'autant que lui permet l'équilibre qui doit être entre la colonne de Mercure, & le poids de l'Atmosphère, plus celui de la liqueur élevée à une certaine hauteur. Il est vrai que comme elle est 14 fois plus légère que le Mercure, il suffit, quand elle est élevée à 14 lignes, par exemple, qu'une ligne de Mercure la contre-balance, & par conséquent elle n'abaisse le Mercure de la boîte inférieure, & ne redescend elle-même en l'abaissant, qu'autant qu'il faut pour donner une ligne de plus en hauteur à la colonne de Mercure qui lui est opposée, ce qui diminue peu l'élévation de la liqueur.

Il suit de tout ce raisonnement qu'au lieu que dans le Barometre simple, tel que nous l'avons imaginé d'abord, la colonne de Mercure qui fait équilibre à l'Atmosphère, est la différence de hauteur des surfaces du Mercure des deux boîtes, ici c'est cette différence augmentée de la 14^{me} partie de la liqueur, car toute la liqueur qui est sur le Mercure de la boîte inférieure vaut une petite colonne de Mercure 14 fois moins haute. Ainsi en concevant dans le Barometre de M. Huguens la colonne de Mercure qui soutient l'Atmosphère, toujours augmentée de la 14^{me} partie de la hauteur de la liqueur, on a un Barometre simple renfermé dans le double, & cette 14^{me} partie de la hauteur de la liqueur en étant retranchée, le reste est l'étendue par laquelle le Barometre double marque sa variation, & qu'il a de plus que le Barometre simple qu'il

contient, c'est le plus de *sensibilité* que lui donne l'artifice de sa construction.

Il s'agit maintenant de voir jusqu'où peut aller l'excès de sensibilité du Barometre double sur son Barometre simple. Cet excès a-t-il des bornes? Le peut-on pousser si loin qu'on voudra? Il dépend 1^o, de ce que le diametre du tuyau de la liqueur est plus petit que celui de la boîte inferieure, ou même des deux boîtes qu'on fait égales en tout; 2^o, de ce que la liqueur est plus legere que le Mercure. Si l'on conçoit le diametre du tuyau de la liqueur infiniment petit par rapport à celui des boîtes, la liqueur y montera infiniment haut pour une élévation finie du Mercure, par conséquent elle deviendra un poids infini, & quoiqu'elle ne repousse ensuite le Mercure en embas, & ne redescende elle-même, que d'une certaine partie de son élévation, cette partie d'une élévation infinie le sera aussi, c'est à dire que la liqueur redescendra infiniment, ou plutôt ne montera pas infiniment, même dans un tuyau infiniment petit. Puisqu'à cet égard la supposition de l'infini ne donne pas une élévation infinie de la liqueur, c'est une marque certaine que cette élévation est renfermée entre de certaines bornes qu'elle ne peut jamais passer. Il est encore plus évident que la legereté d'une liqueur par dessus le Mercure, est necessairement bornée, & par conséquent l'avantage de sensibilité qu'a le Barometre double sur son Barometre simple ne peut jamais aller qu'à un certain point.

Pour le déterminer, le calcul est absolument necessaire. M. de la Hire trouve que l'étendue dans laquelle le Barometre double marque ses variations, est à celle dans laquelle son Barometre simple marque les siennes, comme 14 fois le quarré du diametre d'une des boîtes, à 1 fois ce même quarré, plus 27 fois le quarré du diametre du tuyau de la liqueur. Par-là il est clair que le Barometre double ne peut jamais être 14 fois plus sensible que l'autre, car il faudroit pour cela que 27 fois le quarré du diametre du petit tuyau fût une grandeur infiniment pe-

tite par rapport au quarré du diametre de la boëte, ou, ce qui est la même chose, que le diametre de ce tuyau fût infiniment petit, celui des boëtes étant fini, ou celui des boëtes infiniment grand, celui du tuyau étant fini, & l'un & l'autre est également impossible. Il reste donc que l'on approche toujours de la proportion de 14 à 1, en diminuant de plus en plus le diametre du tuyau, ou en augmentant de plus en plus celui des boëtes.

On ne peut pas dans la pratique, & de plus on ne devroit pas quand on le pourroit, diminuer le diametre du tuyau jusqu'à un certain point, parceque le tuyau seroit capillaire, & que par conséquent la liqueur s'y soutiendrait à une plus grande élévation que celle où l'équilibre la doit mettre.

C'est par cette raison que M. Huguens veut que ce diametre ait un peu plus d'une ligne, & quoique cette largeur du tuyau soit assés considerable, M. de la Hire remarque que la liqueur n'y a pas son mouvement bien libre, que quand elle descend, elle ne descend pas d'abord autant qu'elle devroit, parceque la surface qu'elle abandonne est mouillée, & qu'elle y demeure accrochée pour quelque temps, & qu'au contraire quand elle s'élève, elle ne s'élève pas d'abord assés haut, parcequ'elle s'attache difficilement à une surface seche. Mais il faut convenir que cela ne peut produire qu'une tres-legere irrégularité.

Le tuyau ne pouvant donc avoir moins d'une ligne de diametre, on ne peut plus qu'augmenter celui des boëtes; mais outre qu'en l'augmentant à un certain point, on feroit un Instrument difforme, & trop pesant, on y dépenseroit beaucoup de Mercure, ce qui le rendroit trop cher, & en même temps difficile à transporter d'un lieu en un autre. M. Huguens se contente que ses boëtes aient 14 ou 15 lignes de diametre, moyennant quoi la sensibilité du Barometre, qui ne peut jamais être 14, & est considerablement moins, le petit tuyau ayant une ligne, est à peu près 12. Comme il faudroit que le diame-

8 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

tre des boëtes augmentât depuis 15 lignes jusqu'à l'infini, pour faire que le Barometre allât depuis la sensibilité exprimée par 12, jusqu'à celle qui est exprimée par 14, il est manifeste qu'une tres-grande augmentation du diametre des boëtes par delà 15 lignes, n'en produiroit qu'une tres-petite & nullement considerable dans la sensibilité du Barometre au-delà de 12, qu'il seroit donc plus desavantageux qu'utile d'augmenter les boëtes, & que le Barometre de M. Huguens construit selon les proportions marquées est le plus sensible & en même temps le plus commode que l'on puisse avoir, en ne changeant rien à sa construction générale.

Mais n'y peut-on rien changer? Voici ce que M. de la Hire imagine sur ce sujet. Il allonge indéfiniment le tuyau de la liqueur, en lui laissant toujours une ligne de diametre, & au bout de ce tuyau il met une troisième boëte égale en tout aux deux autres. Elles ne peuvent avoir moins de 2 pouces de haut, parceque les 2 premières doivent contenir, comme dans le Barometre de M. Huguens, toute l'étendue de la variation du Mercure, qui n'est que de 2 pouces; on verra dans la suite pourquoi la troisième doit être égale aux 2 premières; leur diametre reste encore indéfini. Si l'on suppose la pesanteur de l'air dans un état moyen, la moitié de la seconde boëte & la moitié du petit tuyau sont remplies d'Huile de Tartre à l'ordinaire, au-dessus de laquelle est une seconde liqueur moins pesante, comme de l'Huile de Petrole, qui va jusqu'à la moitié de la troisième boëte. Ces deux liqueurs sont telles qu'elles ne se mêleront jamais ensemble, à cause de leur difference de pesanteur, qui est cependant tres-peu considerable, & n'empêche pas qu'on ne puisse sans erreur sensible les prendre également toutes deux pour être 14 fois plus légères que le Mercure. La troisième boëte finit en un petit bout de tuyau ouvert, pour recevoir les impressions de l'air extérieur. Cela étant, si l'air devient, par exemple, moins pesant que dans l'état moyen, le Mercure de la premiere boëte baisse,

baïsse, comme dans le Barometre de M. Huguens, il entre dans le petit tuyau de nouvelle Huile de Tartre, & par consequent cette liqueur y monte, & une quantité égale d'Huile de Petrole entre dans la troisième boîte. C'est le mouvement seul de l'Huile de Tartre dans le petit tuyau, qui marque les variations de ce Barometre, elle se distinguera par sa couleur.

La construction fait voir que quelque variation qui arrive le petit tuyau sera toujours plein de l'une ou de l'autre liqueur, ou de toutes les deux, & que de plus, autant qu'il manquera d'Huile de Tartre à la seconde boîte pour la remplir, autant il y aura d'Huile de Petrole dans la troisième, puisque ces deux boîtes sont égales en tout, & c'est-là pourquoi elles le sont. Par consequent il y aura dans toutes les variations différentes une même hauteur de liqueur qui pesera sur le Mercure de la seconde boîte, ou une colonne toujours également haute & pesante, puisque les deux liqueurs sont sensiblement du même poids. Voilà en quoi consiste toute la finesse du nouveau Barometre, voilà ce qui lui donne une sensibilité infinie, du moins dans la speculation, & beaucoup plus grande dans la pratique que celle du Barometre de M. Huguens.

Nous avons dit que dans l'ancien Barometre plus la liqueur monte, plus elle repousse en embas le Mercure de la boîte inferieure, parcequ'elle le presse par le poids d'une plus haute colonne. Elle ne peut le faire descendre sans redescendre elle-même, de sorte qu'elle redescendrait infiniment par cette cause, si en vertu de la proportion des boîtes & du petit tuyau elle étoit montée infiniment. Mais la cause qui la fait redescendre n'a point de lieu dans le Barometre de M. de la Hire, puisque le Mercure de la seconde boîte y est toujours pressé par une colonne de liqueur également haute & pesante, & par consequent rien n'empêche plus que la proportion des boîtes & du petit tuyau ne rende ce Barometre d'une sensibilité infinie.

Le calcul geometrique de cette sensibilité est parfaite-

ment d'accord avec ce raisonnement, quoiqu'établi sur d'autres principes. L'étendue de la variation du Barometre de M. de la Hire est à l'étendue de la variation du Barometre simple qui y est contenu, ou de la colonne de Mercure qui fait équilibre avec l'Atmosphere, comme le quarré du diametre des boëtes est à 2 fois le quarré du diametre du petit tuyau. Par-là on voit qu'au lieu que la sensibilité du Barometre de M. Huguens est renfermée dans des bornes fort étroites, celle du Barometre de M. de la Hire n'en a aucunes, & qu'on la peut pousser aussi loin qu'on voudra par l'augmentation de l'inégalité des diametres. Celui du petit tuyau étant déterminé dans la pratique à une ligne, on ne peut plus qu'augmenter celui des boëtes.

Puisqu'en l'augmentant, on augmente la sensibilité du Barometre, ou, ce qui est la même chose, l'étendue dans laquelle se fait tout le mouvement de l'Huile de Tartre, & que ce mouvement se fait dans le petit tuyau, qui est entre la seconde & la troisième boëte, il est évident que plus un Barometre sera sensible, plus le petit tuyau sera long, & la troisième boëte élevée. De ce que le petit tuyau sera plus long, il s'ensuivra qu'il contiendra plus d'Huile de Petrole qui pourra entrer dans la troisième boëte, & il faudra que cette boëte soit un peu plus haute que de 2 ponces, & par conséquent les deux autres. Il faudra aussi que le premier ou plus gros tuyau, toujours rempli de Mercure, en devienne plus long, quoique beaucoup moins, parceque plus le petit tuyau est long, plus la colonne de Mercure contenuë dans l'autre a un grand poids à soutenir outre le poids de l'Atmosphere. Le diametre des boëtes étant déterminé, toutes ces autres dimensions viennent d'elles-mêmes, & ce n'est pas la peine de nous y arrêter, parcequ'elles ne dépendent d'aucun principe particulier. Dès que l'on ira jusqu'à la pratique, on ne s'appercvra que trop facilement des limitations qu'elle apportera à la Theorie.

Si la proportion des boëtes & du petit tuyau est la mê-

me dans le Barometre de M. de la Hire que dans celui de M. Huguens, le Barometre de M. de la Hire fera 225 fois plus sensible que le Barometre simple qu'il contient, au lieu que le Barometre de M. Huguens n'est que 12 fois plus sensible que son Barometre simple. Et si l'on veut réduire le Barometre de M. de la Hire à n'être pas plus sensible par rapport à son Barometre simple que celui de M. Huguens, il en faudra diminuer les boëtes à tel point qu'il n'y entrera plus que la 9^{me} partie du Mercure qui entroit dans celles de l'autre, ce qui est encore un avantage considerable. Ainsi on pourra choisir entre les deux avantages differens, ou plutôt prendre un parti moyen qui les accorde tous deux.

Les inconveniens que peuvent causer la rarefaction & la condensation des liqueurs par le chaud ou par le froid, sont communs d'eux-mêmes au Barometre de M. Huguens, & à celui de M. de la Hire. Mais M. de la Hire donne pour le sien une maniere de les prévenir par une certaine graduation, qu'il seroit inutile de repeter ici. Nous n'avons prétendu que donner ici l'idée générale de son Barometre, & pour ainsi dire, l'ame de l'invention.

SUR LA DILATATION

DE L'AIR.

L'Approbation que l'Academie donna au Thermometre de feu M. Amontons *, & ce qui est encore d'un plus grand poids, celle que le Public paroît lui avoir donnée, n'empêchent point l'Academie elle-même de l'examiner encore de nouveau. Il n'y a guere de choses en Physique si bien décidées qu'il n'y ait toujours lieu à la revision, & il est difficile que la Nature, lors même que nous croïons la saisir le mieux, ne nous échape par quelque endroit.

M. Amontons avoit trouvé par ses experiences que la

chaleur de l'eau bouillante augmentoit d'un tiers la force élastique d'un air, qui étant enfermé ne pouvoit augmenter son volume, du moins sensiblement, & c'est-là un des principes sur lesquels il a fondé la construction de son Thermometre; mais M. de la Hire après avoir fait des expériences plus simples que celles de M. Amontons, & qui par conséquent devroient être plus sûres, croit que ce principe n'en est pas un. Il a trouvé que le ressort de l'air qui augmenté par la chaleur de l'eau bouillante auroit dû soutenir 9 pouces 2 lignes $\frac{2}{3}$ de Mercure de plus que la pesanteur de l'Atmosphère, car ces 9 pouces 2 lignes $\frac{2}{3}$ en étoient alors le tiers, ne soutenoit que 8 pouces de plus, ce qui s'écarte trop de la règle de M. Amontons, & s'en écarte d'autant plus que l'air étoit alors plus froid, & plus pesant, & par conséquent plus disposé à une grande force élastique, que dans une autre expérience de M. de la Hire, qu'il avoit trouvée un peu moins éloignée de la prétendue règle.

Une observation de M. de la Hire sembleroit prouver qu'une petite quantité d'air augmente plus son ressort par l'eau bouillante qu'une plus grande, mais il ne faut pas se presser encore de rien conclure. Comme les expériences en cette matiere varient beaucoup, on est porté naturellement à attribuer chaque variation à quelque circonstance particuliere que l'on apperçoit, mais peut-être y en entre-t-il quelque autre que l'on n'apperçoit pas, ou même, ce qu'il y a assez lieu de soupçonner, il peut rester encore dans la nature de l'air quelque chose d'inconnu, qu'on ne doit pas desespérer de découvrir avec le temps.

On ne commence que depuis peu à s'appercevoir que l'humidité apporte de grands changemens à la vertu de ressort, elle est beaucoup plus grande, lorsqu'il est plus humide, ou, ce qui revient au même, il se rarefie davantage, s'il a la liberté de s'étendre.

Tandis que M. de la Hire s'assuroit ici de cette vérité, M. Stancari, sçavant Mathématicien, & Correspondant

de M. Cassini, en faisoit autant à Bologne. Il avoit un tuyau de verre recourbé dont les deux branches étoient fort inégales en longueur, & dont la plus petite portoit une assez grosse boule. Il la plongeoit dans de l'eau bouillante, & alors l'air qu'elle contenoit se rarefioit beaucoup par une si grande chaleur, & il en sortoit la plus grande partie par la longue branche qui étoit ouverte. Après cela, M. Stancari la bouchoit bien exactement avec le pouce, ôtoit le tuyau de l'eau bouillante, & le plongeoit dans de l'eau froide, retiroit le pouce, & laissoit entrer l'eau dans le tuyau & dans la boule. Cette eau ne pouvoit pas remplir la boule entierement, parceque comme elle y pouvoit tout l'air qui avoit été contenu dans les deux branches, & que la boule en étoit pleine aussi, il falloit necessairement qu'elle lui laissât quelque place, mais il est visible que plus cet air avoit été rarefié par la chaleur de l'eau bouillante, plus l'eau froide le réduisoit en un petit espace dans la boule, car plus la rarefaction avoit été grande, moins il restoit d'air dans le tuyau. Or il se trouvoit toujours que quand le tuyau avoit été humide par dedans avant l'experience, l'eau froide remplissoit une plus grande partie de la boule, c'est à dire que l'air avoit été plus rarefié par la chaleur. Les experiences de M. de la Hire faites à même fin, quoique d'une maniere differente, donnent la même conclusion.

L'effet de l'humidité est si grand, qu'à peine est-il croïable. M. de la Hire s'étant servi d'une phiole bien sèche dans une experience de la dilatation de l'air, & ayant ensuite recommencé la même experience avec la même phiole où il avoit seulement laissé 11 grains d'eau attachés à sa surface interieure, il trouva la dilatation de l'air 8 fois plus grande la seconde fois que la premiere, & M. Stancari a éprouvé qu'ayant soufflé dans un tuyau, la seule humidité de son haleine avoit fait soutenir à l'air 6 pouces de Mercure de plus qu'il ne devoit soutenir dans l'état où il étoit.

Tout cela favorise la pensée de M. Homberg sur le Ba-

rometre de M. le Chancelier, dont il a été parlé dans l'Hist. de 1705 *. Il est certain qu'il avoit été lavé en dedans avec de l'Esprit de vin, & d'un autre côté il est plus que vrai-semblable que le Vuide qui se fait au haut d'un Barometre ne peut jamais être si parfait qu'il n'y reste un peu d'air. Si l'humidité de l'haleine donne à l'air une force élastique égale à 6 pouces de Mercure, l'humidité que l'Esprit de vin avoit laissée au Barometre de M. le Chancelier a bien pû donner au peu d'air qui y restoit une force de 18 lignes, avec laquelle il repoussoit le Mercure en embas. Ces 18 lignes, dont ce Barometre se tenoit toujours plus bas que les autres; & qui paroissent quelque chose de prodigieux, ne sont que le quart des 6 pouces de l'expérience de M. Stancari, & comme il y a toute apparence qu'on doit rapporter l'une & l'autre quantité à la même cause, la seconde merveille explique la première, ou du moins la fait disparaître. Toutes les expériences de M. Maraldi rapportées dans l'Hist. de 1706 * confirment encore l'augmentation de la force élastique de l'Air par l'humidité, pourvu qu'on veuille bien supposer avec nous que le Vuide du haut des Barometres n'est pas absolument parfait.

* p. 16. &
suiv.

* p. 1. &
suiv.

* p. 10. &
suiv.

On pourroit même pousser plus loin ce petit commencement de Système. La fameuse Regle de M. Mariotte que l'Air se comprime à proportion des poids dont il est chargé, se trouve vraie toutes les fois qu'on fait des expériences d'un air enfermé dans des tuyaux, & qui ensuite se rarefie, & cela, lors même qu'il se rarefie 200 fois au-delà de son état naturel; & cette même Regle n'est plus vraie dès qu'il s'agit de l'Air libre, qui est, par exemple, depuis le pied d'une Montagne jusqu'au haut; il est réellement au haut de la Montagne plus rarefié qu'il ne devroit être selon la proportion des poids, & cependant il ne l'est seulement pas 1 fois plus qu'au pied. Nous avons exposé cette difficulté dans l'Hist. de 1705 * avec beaucoup plus d'étendue, & même plus de force, & n'en avons donné aucune solution. Seulement nous avons demandé

si l'Air qui est depuis la surface de la Terre jusqu'au haut des Montagnes ne devoit point être considéré comme une matiere heterogene, & inégalement susceptible de dilatation en ses différentes parties, de sorte qu'il entrât dans ses différentes dilatations quelque autre principe que l'inégalité des poids, au lieu que l'Air pris sur la surface de la Terre, & enfermé dans un tuyau seroit parfaitement homogene, & ne se dilateroit ou ne se condenserait que selon les poids ?

Les termes dans lesquels cette question a été proposée, insinuent d'eux-mêmes la réponse qu'on y pourroit faire selon les idées presentes. L'Air libre, dont la surface de la Terre est couverte jusqu'à une certaine hauteur, est une matiere heterogene, à cause de l'humidité ou des vapeurs aqueuses, qui y sont inégalement répandues, & comme il est apparent qu'elles sont en plus grande quantité vers le haut des Montagnes où elles s'assemblent pour former les pluies, on y trouve la rarefaction de l'air, ou la force élastique plus grande qu'elle ne doit être suivant la proportion des poids. Mais l'Air qu'on enferme dans un tuyau pour faire des expériences étant dans toute son étendue également humide, on ne doit plus appercevoir dans ses dilatations d'autre différence que celle que la différence des poids y peut causer.

Si cela est, le Thermometre de M. Amontons ne sera pas universel, c'est à dire, propre à donner le rapport des degrés de chaleur de differens pais. Car quoique la chaleur de l'eau bouillante pût être un point fixe commun à tous ces Thermometres, la differente humidité de l'air dans les lieux, & aux temps de leur construction altereroit tout, & troubleroit tous les rapports. Cependant malgré ces difficultés de Theorie, ce Thermometre réussit fort dans l'usage, & M. Stancari, par exemple, qui l'a étudié avec soin, en rend un témoignage fort avantageux.

Il ne faut pas oublier à cette occasion une remarque & une reflexion ingenieuse du même M. Stancari. Il a observé que plusieurs Thermometres qu'il avoit construits à la maniere de M. Amontons étoient en tout temps par-

faitement d'accord, à moins qu'il ne les mît aux rayons du Soleil, ce qui les faisoit hauffer inégalement. Sur cela il a conçu que comme la surface intérieure des tuyaux de verre n'est pas exactement circulaire, mais presque toujours irrégulièrement courbe, & par conséquent différente en differens tuyaux, il s'y formoit par la reflexion des rayons du Soleil différentes Cautiques, qui rassemblant ces rayons dans des espaces plus ou moins grands, échauffoient inégalement la liqueur de differens Thermometres. Nous avons expliqué dans l'Hist. de 1703 * ce que c'est que les Cautiques.

* p. 69. & suiv.

Comme en toute cette matiere de la dilatation de l'Air, la Regle de M. Mariotte est presque toujours employée pour un principe fondamental, on ne peut trop s'assurer ou de sa verité, ou de sa fausseté, ou des restrictions qu'elle demande. M. Parent l'a éprouvée par les mêmes voies qui ont servi à l'établir, c'est à dire, par des experiences pareilles à celles qu'avoit faites M. Mariotte, & dont nous avons donné l'idée dans l'Hist. de 1705 *. Nous la supposons ici. M. Parent avoit un tuyau de 46 pouces $\frac{1}{2}$, d'un diametre interieur parfaitement égal dans toute sa longueur, ce qui est fort rare, il fit toutes les mêmes operations en deux jours differens éloignés environ d'un mois, & toutes les deux fois, la pesanteur de l'Atmosphere étoit de 28 pouces juste, ce qui est commode pour les calculs. Voilà tous les avantages qu'on peut se ménager. M. Parent laissoit d'abord 1 pouce d'air naturel dans son tuyau, ensuite 2, ensuite 3, & toujours ainsi selon la progression des nombres naturels jusqu'à 45, & pour plus de sûreté chacune de ces experiences particulieres étoit encore repetée plusieurs fois, & l'on prenoit un milieu entre les differens nombres que donnoit chaque experience repetée. L'air qui dans la premiere étoit plus dilaté après le renversement que dans aucune autre, l'étoit 18 fois $\frac{1}{2}$ plus que dans son état naturel, & alors il ne soutenoit que 18 lignes de Mercure, ensuite il étoit toujours moins dilaté, & portoit un plus grand poids, de sorte que

* p. 11. & suiv.

si la regle de M. Mariotte étoit vraie, les produits de chaque quantité d'air dilaté, & de sa charge devoient être toujours égaux. Cette maniere de faire le calcul avoit encore cet avantage, que dès que la proportion de M. Mariotte manquoit, le défaut se rendoit tres-sensible. M. Parent trouva qu'elle se soutenoit assés bien par tout pour devoir être suivie dans la pratique sans scrupule, mais qu'à prendre la chose à la rigueur, il y entre quelque variation.

Il observe dans cette variation une regularité semblable à celle des Ordonnées d'une Courbe qui iroient d'abord en diminuant, ensuite deviendroient égales, augmenteroient, redeviendroient égales, & finiroient en re-diminuant. Ce Phenomene lui a fait naître une idée qui pourra paroître hardie, c'est que l'air n'a point de ressort. Que l'Air eût un ressort, ç'a été apparemment au temps de la découverte un paradoxe fort étrange, & aujourd'hui ce n'est pas un moindre paradoxe qu'il n'en ait point.

Il faut donc imaginer, selon M. Parent, que les parties de l'Air ne sont ni des lames pliées qui s'ouvrent, ni des spires qui se déroulent, ni rien d'équivalent, mais de simples petites molecules flottantes dans la matiere étherée infiniment plus subtile, & toujours fort agitée. Elles sont d'autant plus écartées les unes des autres, &, ce qui fait l'apparence d'une force de ressort, elles tendent d'autant plus à s'écarter, que cette matiere étherée qui remplit leurs intervalles est plus abondante, & se meut avec plus de rapidité, & c'est d'elle seule que leur vient toute la force qu'elles ont pour faire impression sur d'autres corps, par exemple, sur le Mercure.

Cela supposé, M. Parent conçoit que quand la dilatation de l'Air est encore petite, elle est moindre que selon la proportion des poids dont il est soulagé, parceque la contrainte où il est dans un tuyau étroit empêche que le peu de matiere étherée qui est entrée de nouveau dans les intervalles de l'air ne fasse tout son effet, qu'ensuite

dans de plus grandes dilatations cette matiere entrant en plus grande quantité, augmente toujours la proportion de la dilatation, la fait arriver à la proportion des poids, & enfin la pousse au-delà, mais qu'après cela quand la matiere étherée est mêlée en si grande quantité parmi les parties de l'air, qu'elle peut les briser, les atténuer, & par-là les rendre capables de penetrer la surface du Mercure, & incapables par conséquent de la comprimer, la proportion de la dilatation diminue, parceque le Mercure est moins repoussé en embas par l'air du tuyau qu'il ne devoit l'être. Ces variations de la dilatation, que M. Parent trouve qui s'expliquent plus facilement par l'hypothese de la matiere étherée, lui ont fait abandonner celle du Ressort.

Une experience singuliere & fort surprenante s'accorde avec cette pensée, ou plutôt la prouve. M. Parent a pris plusieurs petites phioles de verre rondes, d'environ 1 pouce de diametre, avec un col fort long comme de 8 ou 10 pouces, & large de 1 ligne. Il a mis dans chacune de ces phioles une liqueur differente, & en assez petite quantité, de l'Eau, du Vin, de l'Esprit de vin, de l'Huile de Tartre, de l'Huile de Petrole, du Mercure. Ensuite il a fait entrer leur col dans un trou fait au Recipient d'une Machine Pneumatique, il a pompé l'air, après quoi il a fondu avec la lampe la partie du col qui étoit en dehors en la tortillant, & aussi-tôt le poids de l'air environnant l'a scellée hermetiquement, de sorte qu'on étoit sûr que toutes ces phioles étoient bien vuides d'air. Il y en avoit en même temps d'autres toutes pareilles, & bien scellées aussi, où l'on avoit laissé tout l'air qu'elles pouvoient contenir. On mettoit les unes & les autres sur des charbons ardents; celles qui étoient pleines d'air, & qui par la grande augmentation que la chaleur causoit à la force de ressort, auroient dû crever avec grand bruit, ne faisoient que se fondre à l'endroit qui touchoit les charbons, & l'air s'échapoit paisiblement par cette ouverture. Celles au contraire qui ne contenoient point d'air, mais seule-

ment un peu de liqueur, faisoient toutes une grande détonation, & sautoient en éclats. Que devient dans ce phenomene le ressort de l'air? Il paroît que la matiere étherée introduite par le feu dans les phioles ne pouvoit pas faire contre leurs parois interieures un aussi grand effort par le moyen des particules de l'air, subtiles & déliées comme elles sont, que par le moyen des particules plus massives de ces autres liqueurs.

Par-là on expliqueroit fort aisément pourquoi l'humidité augmente à un si haut degré les effets qu'on attribuoit au ressort de l'air. On ne seroit plus en peine de savoir comment ce ressort peut agir encore dans de grandes rarefactions, où il ne semble pas que les parties de l'air puissent se toucher, ni s'appuyer les unes sur les autres. Mais nous étendrions peut-être les consequences plus loin qu'il ne nous est permis presentement, il y a pour les verités de Physique une certaine maturité, que le temps seul leur peut donner.

SUR LA DECLINAISON DE L'AIMAN.

L'Attention de l'Academie à verifier le Siftême de M. Halley sur la Déclinaison de l'Aiman * subsiste toujours, & elle profite de tous les Journaux de Navigations de long cours, que M. le Comte de Pontchartrain a la bonté de lui communiquer. M. Cassini le fils ayant examiné celui qui a été fait par M. Houssaye pendant un Voyage des Indes Orientales en 1704 & 1705, y a trouvé les déclinaisons de l'Aiman observées si peu différentes de celles de la Carte de M. Halley, que l'on peut légitimement attribuer toute la différence à l'extrême difficulté de faire ces sortes d'observations sur Mer avec exactitude. On ne prétend pas comprendre dans ceci le changement qui doit être arrivé depuis l'an 1700, Epoque de

v. les M.
p. 173.
v. l'Hist.
de 1705. p.
9. & celle
de 1706. p.
3.

la Carte de M. Halley, au contraire rien ne peut tant confirmer son Système que des changemens qui peuvent paroître proportionnés aux temps, & qui en differens endroits sont ou des augmentations ou des diminutions selon que la Carte le demande. Mais il s'en faut bien que l'on puisse encore rien déterminer ni sur leur grandeur, ni sur la progression qu'ils suivent, s'ils en suivent quelque-une. On voit seulement qu'en differens lieux ils ne sont pas de la même grandeur, les plus grands que l'on connoisse sont de 16' par an, & les plus petits de 7; celui de Paris qui est de 11 à 12 est moyen entre ces deux.

V. les M.
p. 291.

M. Cassini le fils a fait plus que verifier la Carte de M. Halley; comme la Mer du Sud y manque parceque l'Auteur n'en avoit pas d'observations, M. Cassini a tâché d'y suppléer en partie par la Relation d'un Voyage fait en cette Mer dans les années 1706, 1707, & 1708, mais le peu qu'il a pû faire est encore assez foiblement établi. Il paroît cependant que sans trop se presser on peut croire que dans la Mer du Sud près de la Côte Occidentale de l'Amerique la déclinaison de l'Aiman augmente à mesure que la latitude Meridionale augmente aussi. On verra dans le même Memoire de M. Cassini diverses Observations Geographiques tirées de la même Relation, & dont quelques-unes sont fort importantes.

DIVERSES OBSERVATIONS

DE PHISIQUE GENERALE.

I.

Monsieur de Tournefort a fait voir des Coquillages enfermés dans un morceau de Rocher, percé d'un grand nombre de cavités, qui étoient comme leurs demeures. L'entrée de ces cavités étoit souvent plus étroite que le fond, de sorte qu'il falloit que ces Animaux, après y être entrés encore petits, y eussent crû, & eussent com-

primé la pierre encore tendre , à mesure qu'ils croissoient.

II.

On ne soupçonneroit pas que les rayons du Soleil eussent la force de presser & de pousser , même quand ils sont réunis par le Miroir ardent. M. Homberg a observé que s'il y exposoit une matiere fort legere telle que l'Amiante, & en assés grande quantité, elle étoit renversée par les rayons du foyer de dessus le charbon qui la portoit , à moins qu'elle ne fût présentée fort doucement, & une partie après l'autre , de sorte qu'elle ne fût pas heurtée par le foyer trop rudement, ni dans toute sa surface à la fois. De plus, M. Homberg ayant redressé un ressort de Montre, & en ayant engagé un bout dans un bloc de bois, il poussa par secousses réitérées contre le bout libre du ressort le foyer d'une Lentille de 12 à 13 pouces de diametre, & il vit que le ressort faisoit des vibrations fort sensibles, comme si on l'avoit poussé avec un bâton. Cette force de la matiere de la lumiere s'accorde bien avec la pesanteur, qu'on lui a trouvée par d'autres experiences.

III.

M. Homberg a éprouvé qu'en Eté la glace fond beaucoup plus vite dans le Vuide qu'à l'air. La raison en est fort simple, la glace ne se fond que par l'action de la matiere subtile, ou étherée, & dans le Vuide tout l'espace n'est rempli que de cette matiere.

IV.

M. Homberg a remarqué que les verres tendres, c'est à dire qui ont dans leur composition plus de sel, & moins de sable, ou ceux qui ayant plus de sable sont fort minces, sont moins sujets à casser au feu & au Miroir ardent. Il est aisé de voir que le verre n'est cassant que par l'extrême heterogeneité des parcelles de sel & de sable dont il est composé, qu'il casse par la difficulté que la matiere subtile, lorsqu'elle est fort agitée, trouve à se mouvoir librement dans les interstices de ses parties, & qu'elle trou-

ve moins de résistance dans les particules de sel que dans celles de fable , qui sont plus solides.

V.

Une personne ayant appliqué sur un morceau de glace d'environ un demi pied en quarré une pâte de Blanc d'Espagne , & de Colle de gant , mit le tout au Soleil pendant les grandes chaleurs de l'Eté. La pâte qui étoit tournée du côté du Soleil , ayant été fort échauffée , se recourba vers le Soleil , & se roula en enhaut , de sorte que dans ce mouvement sa superficie inferieure posée sur la glace s'élevoit. Mais ce qu'il y eût de singulier , c'est que cette superficie enleva avec elle , & arracha une feuille de la glace. Cette feuille faisoit sur la pâte une espece de vernis , comme de la fayance ; l'épaisseur en étoit inégale , mais elle ne passoit point une demi-ligne. Il est assés étonnant que l'adherence de la pâte sur le verre ait été si forte ; il l'est aussi qu'il ait pu se détacher du verre une feuille assés considerable. Il avoit été soufflé , & apparemment qu'on avoit replongé dans le Creuset à différentes fois la Canne avec laquelle on le souffloit , ce qui lui avoit donné différentes feuilles , qui cependant ne paroissoient point , parcequ'elles étoient fort exactement appliquées les unes sur les autres. C'est à M. Geoffroy que l'on doit cette observation.

V I.

La guerison extraordinaire , dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1707 * , ne l'est plus tant , ou du moins elle n'est plus unique , en voici encore un exemple que nous tenons de M. de Mandajor Maire d'Alais en Languedoc , homme d'esprit , & de merite. Un Maître à danser d'Alais s'étant pendant le Carnaval de 1708 d'autant plus fatigué aux exercices de sa profession , qu'ils sont plus agréables , en tomba malade dès le commencement du Carême. Il fut attaqué d'une fièvre violente , & le 4 ou 5^{me} jour il tomba dans une letargie dont il fut long-temps à revenir. Il n'en revint que pour entrer dans un délire furieux & muet , où il faisoit des efforts continuels pour

* p. 7. & 8.

sauter hors de son lit , menaçoit de la tête & du visage ceux qui l'en empêchoient , & même tous ceux qui étoient presens , & refusoit obstinément , & toujours sans parler ; tous les remedes qu'on lui presentoit. M. de Mandajor le vit en cet état , il lui tomba dans l'esprit que peut-être la Musique pourroit remettre un peu cette imagination si déreglée , & il en fit la proposition au Medecin. Il ne desapprouva pas la pensée , mais il craignit avec justice le ridicule de l'exécution , qui auroit été encore infiniment plus grand , si le Malade fût mort dans l'operation d'un pareil remede. Un Ami du Maître à danser , que rien n'assujettissoit à tant de ménagemens , & qui sçavoit jouter du Violon , prit celui du Malade , & lui en jotta les airs qui lui étoient les plus familiers. On le crut plus fou que celui qu'on gardoit dans son lit , & on commençoit à le charger d'injures , mais presque aussi-tôt le Malade se leva sur son séant , comme un homme agréablement surpris , ses bras vouloient figurer les mouvemens des airs , mais parcequ'on les lui retenoit avec force , il ne pouvoit marquer que de la tête le plaisir qu'il ressentoit. Peu à peu cependant ceux même qui lui tenoient les bras éprouvant l'effet du Violon , se relâcherent de la violence dont ils les tenoient , & cederent aux mouvemens qu'il vouloit se donner , à mesure qu'ils reconnurent qu'ils n'étoient plus furieux. Enfin au bout d'un quart-d'heure le Malade s'assoupit profondément , & eut pendant ce sommeil une Crise qui le tira d'affaire.

V I I.

On est presentement mieux instruit de la nouvelle Isle , qui s'est formée auprès de celle de Santerini , ou Santorin , & dont il a été parlé dans l'Hist. de 1707 *. Une Let-^{* p. 11.}tre que le P. Bourgnon Jesuite Missionnaire à Santorin , témoin oculaire de tout ce Phenomene , a écrite à M. de Feriol Ambassadeur de France à la Porte , & que ce Ministre a envoyée en France , a été communiquée à l'Academie.

Le 23 May 1707 au lever du Soleil on vit de Santorin

à 2 ou 3 milles en Mer comme un Rocher flottant que l'on n'avoit point encore vû. Quelques-uns crurent que c'étoit un Bâtiment qui alloit se briser contre quelques petites Isles ou Rochers qui sont-là, & ils y allerent pour piller. Ils furent bien surpris de trouver un nouvel Ecueil, & ils eurent assés de hardiesse pour y descendre, quoiqu'il fût encore tout mouvant, & qu'il augmentât presque sensiblement sous leurs pieds. Ils en rapportèrent pour témoignages de leur courageux débarquement, de la Pierre-ponce d'une finesse & d'une délicatesse extraordinaire, & des Huîtres fort grosses & exquises, que le Rocher où elles étoient attachées avoit élevées avec lui du fond de la Mer. On avoit eu un petit tremblement de terre dans Santorin, deux jours avant la naissance de cet Ecueil. Il augmenta tres-sensiblement tant en largeur qu'en hauteur jusqu'au 13 ou 14 Juin, sans que cet accroissement fût accompagné d'aucun accident. Il avoit alors près d'un demi-mille de circuit, & 20 ou 25 pieds de haut. Il étoit rond, & blanc, la terre en étoit legere, & tenoit un peu de l'argille.

On commençoit à croire que ce nouvel enfantement de la Nature étoit fini, mais les eaux de la Mer vinrent à se troubler de jour en jour plus sensiblement, & à se teindre de diverses matieres minerales, entre lesquelles le souffre dominoit, les flots avoient une agitation & un bouillonnement qui venoit du fond, ceux qui vouloient approcher de la nouvelle Isle y sentoient une chaleur immodérée qui en défendoit l'accès, enfin il se répandoit dans l'air une puanteur qui infectoit toute l'Isle de Santorin, & en incommodoit extrêmement les Habitans, tout cela annonçoit à cet endroit du Monde quelque changement terrible, & l'épouvante regnoit dans tous les Esprits. En effet on vit le 16 Juillet au coucher du Soleil une grande chaîne de 17 ou 18 Rochers noirs & obscurs, un peu séparés les uns des autres, qui sortoient du fond de la mer vers la nouvelle Isle, & qui sembloient devoir bien-tôt s'unir & entr'eux & avec elle, ce qui arriva effectivement

festivement quelques jours après. Le 18 il en sortit pour la première fois une fumée très-épaisse, & on entendit des bruits qui partoient du fond de la nouvelle terre, d'autant plus menaçans qu'ils étoient encore plus sourds. Le 19 le feu commença à paroître, fort foible d'abord, mais il augmenta continuellement. Toutes les nuits la nouvelle Île paroissoit n'être formée que d'un grand nombre de fourneaux qui vomissoient des flammes, & comme si le Ciel eût voulu contribuer à cette affreuse illumination, on vit une nuit à la fin de Juillet, mais pendant peu de momens, une Lance toute de feu, qui voloit en l'air d'Orient en Occident.

Pendant ce temps-là l'Île qui venoit de naître prenoit de grands accroissemens, même en hauteur. Les eaux de la Mer bouillonnaient plus violemment, elles étoient plus chargées de Souffre & de Vitriol, & l'infection étoit si grande dans Santorin, que l'on n'y respiroit plus, surtout quand le Vent y pouissoit la fumée. Vers la fin d'Aoust les bruits souterrains devinrent plus frequens, & si terribles qu'ils égaloient celui de 6 ou 7 gros Canons qu'on auroit tirés tout à la fois, le feu se faisoit tous les jours de nouvelles ouvertures, & il s'élançoit en l'air tantôt une quantité prodigieuse d'une cendre subtile qui endommageoit beaucoup les moissons de Santorin, tantôt une pareille quantité de petites pierres enflammées qui faisoient paroître toute en feu une petite Île voisine de Santorin, où elles retomboient quelquefois, tantôt de gros Rochers embrasés qui s'élevoient comme des Bombes & des Carcasses, & se précipitoient ensuite dans la Mer à plus de 7 milles de distance.

Ces décharges affreuses étoient devenues toujours plus frequentes depuis la fin d'Aoust, & enfin au mois de Novembre où finit la Relation du P. Bourgnon, elles ne discontinuoient presque plus. Il est fort remarquable qu'alors il ne s'élançoit plus de si grosses Pierres ni en si grande quantité, que la Mer n'étoit plus si trouble, que son bouillonnement se calmoit, que la puanteur ne se faisoit

presque plus sentir dans Santorin , & que d'un autre côté cependant la fumée étoit tous les jours plus noire, plus épaisse , & plus abondante, les feux plus grands , la pluie de cendre journaliere , & les bruits souterrains continuels, & si violens qu'on ne les distinguoit presque pas de celui du Tonnerre. La Relation ne va que jusqu'au 20 Novembre , & il s'en faut bien que les prodiges de la nouvelle Isle ne fussent encore disposés à cesser.

Celle de Santorin elle-même, qui s'appelloit autrefois Thera , a passé chés les Anciens pour une production nouvelle. Il est certain qu'en 726 , en 1427 , & en 1573 elle a reçu des accroissemens par les feux souterrains , ou que de petites Isles voisines se sont formées comme la dernière dont nous venons de parler. Il y eut encore en 1650 un furieux ravage dans Santorin & aux environs, mais sans aucune autre production nouvelle, que celle d'un grand banc, qui sera peut-être le fondement d'une Isle. Il faut que la fournaise souterraine, qui est en cet endroit du Globe terrestre, soit une des plus ardentes.

VIII.

M. Jean Jacques Scheuchzer Docteur en Médecine à Zurich, membre des Sociétés Royales d'Angleterre & de Prusse, ayant envoyé à l'Academie un grand nombre d'observations de la hauteur du Barometre qu'il a faites en différentes Villes de Suisse, & sur quelques Montagnes de ce Pais-là pendant les années 1705 , 1706 , & 1707, M. Maraldi s'en est servi pour trouver selon la Methode expliquée dans l'Hist. de 1703 * combien les lieux où elles ont été faites sont élevés sur le niveau de la Mer. Cette Methode demande que l'on sçache dans quelle proportion l'Air est toujours plus dilaté de bas en haut, que l'on ait des observations correspondantes du Barometre faites en quelque lieu dont l'élévation au-dessus du niveau de la Mer soit connue, comme M. Maraldi avoit les siennes faites à Paris, & que l'on suppose que dans une grande étendue de Pais, telle que celle qui comprend la France & la Suisse, le Barometre varie de la même ma-

* p. 11. &
suiv.

niere dans les mêmes temps. Par-là M. Maraldi trouve, par exemple, que la Montagne *Joch* est élevée sur la Mer de 1340 toises, & comme il y en a une autre assés proche appelée *Tittlisberg* toujours couverte de glace & de neige, que ceux du País disent être la plus haute Montagne de Suisse, & que M. Scheuchzer croit plus élevée que *Joch* de 2000 pieds, il s'ensuivroit que les plus hautes Montagnes de Suisse seroient élevées de 1660 toises. Elles le seroient plus que le Canigou, qui est une des plus hautes Montagnes des Pirenées.

Mais il faut avouer que cette Methode pour mesurer des hauteurs seroit beaucoup plus sûre, si l'on n'étoit pas obligé de supposer que le Barometre varie de la même maniere & dans les mêmes temps en des lieux assés éloignés, ce qui n'est pas toujours vrai, & si dans la même Contrée où l'on veut avoir une hauteur on avoit une observation du Barometre faite en même temps au bord de la Mer, ou en quelque autre lieu, dont l'élevation au-dessus de la Mer fût connue. Alors il ne resteroit plus d'incertitude que dans l'hipothese de la proportion selon laquelle l'Air qui envelope la Terre se dilate de bas en haut.

Cette incertitude commence même à se dissiper un peu, & la progression que M. Cassini a établie pour la dilatation de l'Air dans l'endroit cy-dessus cité de l'Hist. de 1703, se verifie assés.

Le P. Laval ayant mesuré géométriquement diverses hauteurs à la Sainte Baume & aux environs, il y a ensuite porté un Barometre, & a observé de combien il y étoit plus bas qu'à son Observatoire de Marseille, dont il connoissoit l'élevation sur le niveau de la Mer. Il a envoyé ses mesures & ses observations à M^{re} Cassini, qui ont cherché quelle devoit être selon leur progression la hauteur des Montagnes que donnoit l'abaissement observé dans le Barometre, & ils ont trouvé les mêmes hauteurs que le P. Laval avoit trouvées d'ailleurs par les mesures géométriques. Il y a eu seulement des 2 ou 3 toises de diffé-

V. les M.
p. 456.

rence, ce qui est peu considerable par rapport à de grandes hauteurs, & est d'ailleurs presque absolument inevitable, parceque dans la moindre dilatation de l'air, 1 ligne de Mercure répond à 6 toises d'air, & que par conséquent si dans l'observation de la hauteur du Barometre faite au lieu le plus bas, on se trompe de $\frac{1}{2}$ ligne, ce qui est fort aisé, on se trompe de 3 toises dans le calcul de la hauteur, & de beaucoup plus si cette même erreur est dans l'observation faite au lieu le plus haut. C'est-là l'inconvenient général de toutes les operations où de fort petites grandeurs en doivent donner de grandes, auxquelles elles répondent.

Pour mesurer des hauteurs par le Barometre avec le plus de sûreté qu'il soit possible, il faut que comme dans les operations du P. Laval les deux lieux où l'on observe la plus grande élévation & le plus grand abaissement du Mercure soient si peu éloignés, que l'on ne puisse pas soupçonner la pesanteur de l'Atmosphere d'y être différente.

IX.

M. de Reaumur a observé la maniere singuliere & assés difficile à expliquer, dont un petit Coquillage se nourrit de Moules. Ce Coquillage est de l'espece de ceux qu'on appelle en Latin *Trochus* ou *Turbo*, c'est à dire que sa Coquille est d'une seule piece, & tournée en spirale. Le Poisson en sort à demi, quand il vent, comme les Limaçons de la leur. La Moule enfermée entre ses deux Coquilles ne paroîtroit pas devoir être la proie de cet Animal; elle l'est cependant. Il s'attache à la Coquille d'une Moule, la perce d'un trou assés exactement rond, d'environ une ligne de diametre, & y fait passer une espece de trompe ou de petit boyau cylindrique, long de 5 ou 6 lignes, qu'il tourne en spirale, & avec quoi il suce la Moule.

La difficulté est de sçavoir comment il fait le trou. Ce n'est pas avec la trompe qui suce; elle est trop molle & trop mouffe pour percer une Coquille fort dure. M. de

Reaumur n'a pû par la dissection de cet Animal lui trouver aucune partie propre à cet effet, quoique, s'il en avoit quelqu'une, elle dût être aussi sensible que le trou, il a même rencontré plusieurs de ces petits Coquillages attachés à des Moules, qu'ils n'avoient pas encore achevé de percer, il les en a séparés, & n'a rien vû. De plus il a remarqué que ces trous imparfaits étoient presque aussi grands dans le fond qu'à leur ouverture, ce qui ne convient pas à la figure d'un Instrument, qui seroit apparemment plus pointu à son extrémité. Enfin il a vû aussi des trous ovales, & il est difficile ni qu'un Instrument en fasse, ni que le même qui en fait de ronds en fasse d'ovales.

Il croit donc que l'Animal peut jetter sur la Moule quelque goutte de liqueur capable d'en percer la Coquille. Cette goutte sera naturellement ronde, & quelquefois elle deviendra ovale parcequ'elle ne tombera pas à plomb sur la Moule, ou que la Moule se donnera quelque petit mouvement. Pour rendre cette conjecture encore plus vrai-semblable, il seroit à désirer que dans les trous imparfaits, & ausquels l'Animal sembloit encore travailler, M. de Reaumur y eût trouvé de cette espece d'Eau-forte.

Quoiqu'il en soit, il a remarqué que jamais il n'y a de trou dans toute la circonference où se joignent les deux Coquilles de la Moule, & sur cela il attribue à l'Animal qui l'attaque une précaution fort ingénieuse. C'est que si elle entr'ouvroit ses Coquilles la trompe du petit Poisson ne se trouveroit plus dans le trou qu'il auroit fait, elle s'en détourneroit facilement, & alors la Moule en refermant ses Coquilles la ferreroit, la couperoit peut-être, ou du moins tiendrait son Ennemi captif.

M. de Reaumur a vû quelquefois plusieurs trous sur une même Moule, & quand il a trouvé des Coquilles de Moule vuides, il y a presque toujours vû de ces trous, ce qui lui fait croire que ces Coquillages ne contribuent pas peu à détruire les Moulières.

Monsieur Jean Scheuchzer, Docteur en Medecine à Zurich, a fait l'honneur à l'Academie de lui dédier une Dissertation Latine sur *l'Origine des Montagnes*, ou sur la *Formation de la Terre*, qui n'est pas encore imprimée.

Descartes, car il arrive souvent que l'histoire de quelque recherche, ou de quelque découverte commence par lui, est le premier qui ait eu la pensée d'expliquer mechaniquement la formation de la Terre, ensuite Stenon, Burnet, Woodward, & enfin M. Scheuchzer, ont pris ou étendu ou rectifié ses idées, & ont ajouté les uns aux autres.

Si le globe de la Terre étoit parfaitement spherique, c'est à dire ici, sans Montagnes, & si les differens lits de sable, d'argille, de pierre dont il est composé étoient par tout, comme ils le sont en une infinité d'endroits, assés exactement paralleles entre eux, & concentriques à la surface de ce globe, on imagineroit aisément que le tout auroit été formé d'une liqueur trouble, pour ainsi dire, & heterogene, dont les differentes parties inégalement pesantes se seroient séparées naturellement les unes des autres par les loix de la pesanteur, & arrangées en differentes couches circulaires, qui auroient eu toutes le centre du globe pour centre commun. Cette séparation même auroit fait cesser la fluidité. Ce système ne seroit pas seulement possible, mais presque necessaire, car on ne pourroit guere attribuer à une autre cause le parallelisme & la concentricité des couches. Que la Terre ait été d'abord un fluide, & que par les loix du mouvement elle soit devenuë solide avec le temps, & se soit disposée comme elle est, ou que Dieu l'ait créée tout d'un coup dans l'état où les loix du mouvement l'auroient amenée, c'est la même chose selon l'ingenieuse reflexion de Descartes. Il est indifferent que Dieu ait créé d'abord l'œuf ou le Poulet.

Des parties d'Animaux terrestres, ou aquatiques, des

branches d'arbres, des feuilles, &c. trouvées dans des lits de pierre, même assés profonds, confirment ce système de la fluidité de la Terre. Quel autre moyen que tout cela eût été enfermé où il l'étoit? Mais il est vrai aussi qu'il faut supposer une seconde formation des lits ou couches, beaucoup moins ancienne que la première, du temps de laquelle la Terre n'avoit encore ni Plantes ni Animaux. Stenon établit plusieurs secondes formations causées en différens temps par des inondations extraordinaires, par des tremblemens de terre, par les matières que vomissent les Volcans. Burnet, Woodward, & M. Scheuchzer aiment mieux attribuer au Déluge universel une seconde formation générale, qui n'exclut pourtant pas les particulières de Stenon.

Mais les Montagnes semblent renverser le système de la fluidité, elles n'auroient jamais dû naître, puisque tout ce qui est liquide se met de niveau. Cependant ce système est si vrai-semblable en lui-même, & il se soutient si bien dans la plus grande partie du globe terrestre, qu'il mérite qu'on fasse quelque effort pour le conserver. C'est pour cela que M. Scheuchzer adopte la pensée de ceux qui ont cru qu'après le Déluge universel Dieu voulant faire rentrer les Eaux dans des Réservoirs souterrains, avoit brisé & déplacé de sa main toute-puissante un grand nombre de lits auparavant horizontaux, & les avoit élevés sur la surface du globe. Toute la Dissertation a été faite pour appuyer cette opinion.

Comme il falloit que ces hauteurs ou éminences fussent d'une consistance fort solide, M. Scheuchzer remarque que Dieu ne les tira que des lieux où il y avoit beaucoup de lits de pierre. Delà vient que les Païs où il y en a grande quantité, comme la Suisse, sont fort montagneux, & qu'au contraire ceux qui comme la Flandre, l'Allemagne, la Hongrie, la Pologne, n'ont que du sable ou de l'argille, même à une assés grande profondeur, sont presque entièrement sans Montagnes.

Il a été impossible que les lits rompus, déplacés & éle-

vés, soient demeurés horizontaux; aussi n'en trouve-t-on jamais dans les Montagnes qui ayent cette direction, mais, ce qui est un reste de celle qu'ils avoient, ils sont encore paralleles entre eux, & c'est en effet, supposé le déplacement, tout ce qu'ils en ont pu conserver.

M. Scheuchzer a observé leurs différentes directions dans toute une chaîne de Montagnes de 3 lieux sur les bords du Lac d'Uri, & en a envoyé à l'Academie une Carte fort curieuse. Il n'y a aucun lit horizontal, au lieu qu'ils le sont tous dans les Plaines, presque aucun qui fasse un angle droit avec l'Horizon; on trouve indifféremment tous les autres angles. Il est visible que cela s'entend de la superficie ou du glacié des lits. Quant à leurs contours, que l'on verroit si un côté de la Montagne étoit coupé selon son inclinaison à l'Horizon, ils sont fort differens en différentes Montagnes, & quelquefois dans la même. Les uns sont en arc, ou en voûte, d'autres sont ondoyans, d'autres sont en quelque sorte triangulaires, & ont quelques angles fort aigus, mais les contours d'un lit, quels qu'ils soient, sont toujours exactement paralleles à ceux de plusieurs autres lits voisins. Ce qu'il y a de plus singulier sur cela dans la Carte de M. Scheuchzer, ce sont les contours extrêmes de deux suites différentes de lits, qui se rencontrent par leurs convexités, & font la figure de deux rameaux d'une Courbe qui rebrousse.

M. Scheuchzer a fait dans la celebre Carrière de Glaris, d'où l'on tire grand nombre de Tables de pierre, une observation peu favorable au système de la fluidité, & qu'il ne dissimule pourtant pas. Les lits de cette Carrière qui n'ont qu'un pouce d'épais sont de deux natures différentes, & alternativement durs & mous, & pour en faire des Tables qui puissent servir, il faut couper une couche dure avec une molle sans les séparer. La dure soutient la molle, qui doit être au dessus, quand on les met en œuvre, comme elle y est dans la Carrière. Il paroît que dans un fluide tout ce qui a été le plus pesant a

dû

dû se précipiter au fond, & qu'il ne peut y avoir de couches alternativement plus legeres & plus pesantes. Cependant un seul lit où le plus leger est toujours en haut, prouve encore la fluidité, il n'y a que la situation alternative des couches qui embarrasse. Il vaut mieux pour satisfaire solidement à cette difficulté attendre de nouvelles observations que M. Scheuchzer semble promettre, que d'imaginer quelque solution qui ne feroit qu'ingenieuse. D'ailleurs nous ne nous sommes déjà que trop étendus sur un travail qui appartient à cet habile Philosophe, & dont l'Academie n'a pas droit de se parer.

Monsieur Jean Jacques Scheuchzer, frere de celui dont on vient de parler, Docteur en Medecine à Zurich comme lui, & aussi grand Philicien, a envoyé aussi à l'Academie une Dissertation Latine *sur le Cristal*, qu'il n'avoit pas encore publiée.

Il y a beaucoup de Cristal dans les Montagnes de Suisse, & c'est un Voyage que l'Auteur y fit en 1705 qui a donné lieu à la Dissertation. On n'a que trop peu de ces sortes de recherches physiques faites par d'habiles gens, qui ayent vû de leurs propres yeux. M. Scheuchzer ramasse avec une grande érudition tous les differens Cristaux, parfaits, ou imparfaits, teints, mêlangés, differemment figurés, dont les Auteurs tant anciens que modernes ont parlé, il les range sous certaines especes, & rapporte les differens noms qui leur ont été donnés, ou leurs *synonimes*, ce qui, comme l'on sçait, est tres-utile en ces matieres, & manquoit encore à celle-cy.

Il entre ensuite dans la Physique de la formation du Cristal, & entreprend même de prouver geometriquement la necessité de la figure hexagone, qui lui est ordinaire. M. Scheuchzer croit, selon le système commun, que le Cristal, ainsi que les Pierres précieuses, a été liquide, & s'est formé dans des Pierres qui l'étoient aussi. Il paroît persuadé par experience qu'il ne se produit plus

de nouveaux Cristaux. Sur ce fondement il conjecture que quand la *croûte* extérieure de la Terre eut été extrêmement amollie par les eaux du Déluge universel, la matière fluide du Cristal la pénétra, & alla s'amasser dans les cavités & dans les fentes des pierres, où elle se congela avec le temps. On ne doit pas être étonné qu'un aussi grand renversement que celui qui fut causé par le Déluge sur la surface de la Terre, soit une Époque, ou une origine qui se retrouve souvent dans les recherches de Philosophie.

Voici encore dans une Dissertation du même Auteur imprimée sous le titre de *Piscium querela & vindicta*, & envoyée à l'Académie le Déluge universel plus sensiblement marqué.

M. Scheuchzer a fait une espèce de Catalogue de toutes les Pierres qu'il connoît, pareilles à celles dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1703 * & dans celle de 1706 *, c'est à dire qui renferment des Poissons, ou plutôt des représentations, & tout au plus des squelettes de Poissons. Nous avons déjà dit combien ces sortes de Pierres étoient éloignées d'être, comme on se l'est imaginé assez communément, des jeux de la Nature, ou des peintures fortuites; aussi M. Scheuchzer introduit-il les Poissons qui se plaignent de ce qu'on prend ces Pierres qui sont effectivement leurs tombeaux, pour de simples pierres où leurs figures se trouvent gravées par hazard, & de ce qu'on rapporte ces Curiosités au *Regne Mineral*, en les dérobant au *Regne Animal* à qui elles appartiennent. L'Auteur est persuadé que ces Poissons ensevelis dans des Pierres l'ont été tous immédiatement après le Déluge universel, & cela paroît vrai surtout de ceux qui se trouvent dans des Lieux où nul autre accident ne peut les avoir portés, & où l'on ne peut croire qu'il y ait jamais eu d'eau depuis ce temps-là. Telle est la Carrière d'Oningen dans le Diocèse de Constance. Plusieurs des Pierres de M.

* p. 22. &
suiv.

* p. 2. &
suiv.

Scheuchzer en ont été tirées. La plus remarquable & pour la grandeur, & pour la perfection de la figure est celle qui contient un grand Brochet, dont il reste même en quelques endroits des chairs petrifiées. Cela prouve encore la réalité de l'Animal, sinon plus sûrement, du moins plus palpablement, que ces délimitations si fines & si délicates, qui n'ont point de substance.

Ce ne sont pas seulement des Poissons que M. Scheuchzer fait voir dans cette espece de Cabinet de curiosités qu'il expose aux yeux du Public, il y a aussi deux Os des Vertebres du dos d'un Homme; & même une plume d'Oiseau, trouvés dans des Pierres, mais parcequ'il s'y trouve toujours plus de Poissons que de toute autre chose, ce sont eux qui dans le sujet de *plainte* commun portent la parole. Il est visible qu'il n'y a guere que des Poissons qui aient pu demeurer envelopés dans cette bourbe ou vase profonde que le Déluge laissa sur la surface de la Terre, & qui se durcissant ensuite forma differens lits. Tout ce qui n'étoit pas de nature à la pouvoir penetrer du moins jusqu'à une certaine profondeur, demeura exposé à l'air, ou fut à découvert bien-tôt après, & par conséquent fut détruit. C'est par cette raison même qu'il se trouve beaucoup plus de Coquillages que de Poissons enfermés dans des Pierres, & presque toujours des Coquillages les plus pesants. Leur poids les fit tomber plus bas dans cette vase générale, & ce qui s'y est trouvé le plus bas s'est le mieux conservé.

Nous renvoyons aux Memoires

Le Journal des Observations de M. de la Hire pendant l'année 1707.

V. les M.

p. 60.





ANATOMIE.

SUR LA CIRCULATION

DU SANG ENTRE LA MERE

ET LE FOETUS.

V. les M.
P. 186.

IL y a des Questions Phisiques de telle nature que les faits qui pourroient les décider sont ou assés rares, ou assés peu observés, pour laisser aux Philosophes la liberté de faire differens sistêmes, & de soutenir chacun le sien, mais enfin cette commodité cesse, & le temps amene des faits qui décident.

On tient communément que pendant la grossesse les Arteres de la Matrice versent leur sang dans le Placenta qui s'en nourrit, le surplus de ce sang entre dans les racines de la Veine Ombilicale, qui fait partie du Cordon, delà il est porté au foye du Foetus dans le tronc de la Veine-porte, d'où il passe dans la Veine-cave, & dans le Ventricule droit du Cœur. Le sang de la Mere une fois arrivé au Cœur du Foetus, est ensuite distribué à l'ordinaire dans tout son Corps, à l'exception des changemens qu'apportent à la circulation le trou Oval, & le Canal de communication. Le sang qui sort des Arteres Iliques du Foetus, entre dans le Cordon par les Arteres Ombilicales, delà dans le Placenta, où il est repris par les Veines de la Matrice, qui le reportent à la Mere, & peut-être aussi par les racines de la Veine Ombilicale, qui le remèlent avec de nouveau sang de la Mere. Selon ce sistême c'est uniquement le sang de la Mere qui nourrit le Foetus.

D'autres Anatomistes prétendent qu'il ne se nourrit

que du *Chile* qui lui est fourni par les Glandes de la *Matrice*, & rejettent cette grande circulation du sang de la *Mere*, où le *Fœtus* est compris, comme le seroit un seul *Membre*. Ils n'admettent de circulation réciproque qu'entre le *Placenta* & le *Fœtus*. Le *Placenta* porte au *Fœtus* le *Chile* de la *Matrice*, ou devenu sang, ou préparé à le devenir.

Les observations communes & journalières suffiroient pour rendre cette opinion peu vrai-semblable. Quand le *Placenta* se détache de la *Matrice*, en quelque temps que ce soit de la grossesse, il ne sort que du sang, & jamais de *Chile*, mais selon une observation plus particulière de *M. Méry* rapportée dans l'*Hist. de 1706* *, la *Matrice* n'a * p. 22. point du tout de Glandes pour en fournir.

Deux autres observations de *M. Méry* rapportées au même endroit, appuient encore le système commun. La surface intérieure de la *Matrice* n'est point revêtue de *Membrane*; d'ailleurs la surface extérieure du *Placenta* n'en est point revêtue non-plus, & comme c'est par ces deux surfaces que le *Placenta* & la *Matrice* sont en quelque sorte colés ensemble, il paroît qu'elles ne sont sans *Membrane* que pour une communication immédiate des *Vaisseaux sanguins*. Et en effet, c'est la seconde observation, on voyoit leurs embouchures de part & d'autre sensiblement ouvertes.

Un dernier fait dont *M. Méry* a été témoin semble mettre la chose entièrement hors de doute. Une femme grosse, qui touchoit à son terme, se tua d'une chute très-rude presque sur le champ. On lui trouve 7 à 8 pintes de sang dans la cavité du *Ventre*, & tous les vaisseaux sanguins entièrement épuisés. Son *Enfant* étoit mort, mais sans aucune apparence de blessure, & tous les vaisseaux étoient vuides de sang aussi-bien que ceux de la *Mere*. Le corps du *Placenta* étoit encore attaché à toute la surface intérieure de la *Matrice*, où il n'y avoit aucun sang extravasé. Par quelle route tout le sang de l'*Enfant* pouvoit-il s'être vuidé dans la cavité du ventre de la *Mere* ?

Il falloit nécessairement que ce fût par les Veines de la Matrice, & par conséquent ces Veines reportent à la Mere le sang de l'Enfant, ce qui seul établit la nécessité de tout le reste du système commun. Si la circulation ne se faisoit que du Fœtus au Placenta, & non-pas aussi à la Mere, l'Enfant mort auroit eu tout son sang.

M. Méry fortifie encore de quelques reflexions le système qu'il défend. Par exemple, s'il arrive de quelque manière que ce soit que le Cordon Ombilical soit fortement comprimé, l'Enfant perit aussi-tôt, comme un Homme étranglé, & il ne paroît pas que cela puisse s'expliquer que par une raison commune à l'Homme & au Fœtus, c'est à dire par le défaut d'air, également mortel à l'un & à l'autre. Mais si le Fœtus reçoit de l'air, il ne le reçoit qu'avec le sang de la Mere, qu'elle lui transmet par le Cordon. Aussi dès qu'elle cesse de respirer, l'Enfant meurt à l'instant. Et cela même prouve que ce n'est pas du Chile qu'il reçoit d'elle, car il s'en pourroit passer quelque temps dans son sein, comme il se passe de nourriture quand il en est sorti.

Le système commun une fois affermi bien solidement, la grande uniformité de la Nature permet, & semble même demander qu'on l'étende à tous les Animaux *vivipares*, & que l'on reconnoisse une circulation réciproque du sang entre les Meres & les Fœtus. Il est seulement merveilleux qu'à un Tout aussi renfermé en lui-même & aussi bien lié que l'est le Corps d'un Animal, il s'y puisse ajouter une partie nouvelle, qui s'y unisse aussi étroitement que toutes les autres, & qu'après s'y être unie si étroitement elle s'en puisse détacher sans aucune destruction.



SUR LES CATARACTES DES YEUX.

LA Verité commence à se découvrir sur la question des Cataractes, déjà traitée par l'Academie dans les deux années précédentes *, & l'on ne doit ni avoir regret au temps que l'on a donné à attendre des faits, ni se repentir d'une espece de timidité avec laquelle on a employé les raisonnemens.

V. les M.
P. 241. 245.

* V. l'Hist.
de 1706. p.
12. & suiv.
& celle de
1707. p. 22.
& suiv.

M. Briceau, Medecin de Tournai, & M. Antoine, tous deux inventeurs en même temps, ou plutôt restaurateurs, sans le sçavoir, du nouveau système de feu M. Rohaut, qui confondoit le Glaucoma & la Cataracte, soutenoient & par une suite de ce système, & par des experiences dont ils étoient convaincus, que l'on peut voir sans Cristallin, c'est à dire, sans ce qui a toujours passé pour le principal instrument de la vision. Quelque étrange que soit ce Paradoxe, l'Academie en avoit dès l'année précédente aperçu la possibilité; mais enfin il est devenu un fait constant. L'Academie a vû un Cristallin que l'on avoit tiré à un Prêtre en presence de M. Méry, & elle a vû ce même Prêtre lire du même œil avec une forte loupe ces gros caracteres, que les Imprimeurs appellent *Parangon*.

Quand on a sçu que le Cristallin n'étoit plus si nécessaire à la vision, on a cherché pourquoi il l'étoit moins qu'on n'avoit crû. M. de la Hire le fils a fait ce calcul geometrique. Il est certain qu'une sphere d'eau sur laquelle tomberoient des rayons paralleles à un axe déterminé, les réüniroit en un point, après qu'ils l'auroient traversée, du moins ceux qui ne seroient tombés qu'à quelque 20 degrés de cet axe, & que le point de réunion au foyer seroit à une distance égale à un demi-diametre de la sphere. Par consequent si l'on imagine que l'œil soit une sphere d'un pouce de diametre, & qu'il ne soit plein que d'eau,

le foyer fera 6 lignes au-delà de la Retine. Mais la convexité de la Cornée transparente est beaucoup plus grande que celle de l'œil, ou d'une sphere d'un ponce, ce qui augmente la refraction, & avance le foyer de quelque ligne, le Cristallin n'a donc que le reste à faire, & cette fonction peut être aisément supplée par une loupe.

Encore une chose importante que l'on a apprise, c'est que dans un œil malade il est tres-difficile de reconnoître un Glaucoma d'avec une Cataracte. M. Méry étoit tres-persuadé que le Prêtre dont nous venons de parler avoit une Cataracte. Ce qu'il lui voyoit dans l'œil paroissoit une membrane blanche, exactement ronde, plate, environ de 3 lignes de diametre, située entre l'Iris & la Cornée transparente; le Cristallin ne doit pas paroître plat, mais plus épais au milieu, quand on le regarde avec attention, il n'a qu'environ 1 ligne $\frac{1}{2}$ de diametre, il ne doit pas être blanc, mais verdâtre, quand il est glaucomatique; cependant il se trouva, au grand étonnement & de M. Méry, & de M. Petit, habile Chirurgien, qui en faisant l'operation crut tirer une Cataracte, que cette Cataracte prétenduë étoit le Cristallin devenu glaucomatique, car l'operation se faisoit selon la nouvelle methode proposée dans l'Hist. de 1707 *, pour tirer les Cataractes hors de l'œil, plutôt que de les abattre.

* p. 24.

Il y a encore plus. M. Méry apporta un jour à l'Academie l'œil d'un Homme qui venoit de mourir, & à qui il avoit fait abattre une Cataracte un mois auparavant selon l'ancienne methode. Il apportoit cet œil pour l'ouvrir en présence de la Compagnie, tres-convaincu qu'on y trouveroit une veritable Cataracte abatuë, tant parceque le corps qu'il y avoit vû avant l'operation en avoit toutes les apparences, que parceque le Malade immédiatement après l'operation vit les objets assés nettement, & les vit toujours de mieux en mieux, & M. Méry vouloit confirmer par-là contre M^{re} Briceau & Antoine l'existence des veritables Cataractes, déjà prouvée par M. Littre. Il ouvrit donc l'œil, & n'y trouva que le Cristallin abatu. Il étoit

étoit glaucomatique, un peu roussâtre, & n'avoit perdu qu'une partie de sa transparence.

La difficulté de distinguer dans un œil malade un Cristallin glaucomatique d'avec une Cataracte, vient premierement de ce que la grandeur naturelle du Cristallin vû dans les humeurs de l'œil, est fort changée par les refractions que ces humeurs causent. M. de la Hire le fils trouve par les regles de l'Optique que sa grandeur apparente en doit être augmentée, & cela convient à la premiere experience de M. Méry. En second lieu, sa couleur peut être fort alterée par celle de ces mêmes humeurs au travers desquelles il est vû. Enfin quand on verroit un corps plus épais en son milieu, pourquoi une Cataracte ne le pourroit-elle pas être aussi ?

Il est vrai cependant qu'en certaines occasions cette distinction ne doit pas être si difficile. M. Geoffroy a parlé d'une Cataracte que M. Wolhouse, celebre Oculiste Anglois venoit d'abattre, & qui sembloit devoir être une vraie Cataracte. Elle paroissoit un peu longue, plus large & plus étendue que le Cristallin ne peut paroître, transparente à ses bords, attachée à l'Iris interne par de petits ligamens visibles, & même comme il y avoit certains endroits où elle ne fermoit pas le trou de la prunelle, le Malade voyoit quand on passoit la main devant ces endroits-là. Tous ces caracteres paroissent décisifs pour une vraie Cataracte, mais enfin ni ces caracteres, ni d'autres équivalents ne doivent se trouver souvent ensemble de maniere à donner un indice assuré, & il faut accorder à M^{rs} Briçeau & Antoine que souvent on abat le Cristallin en croiant abattre une Cataracte. On pourroit bien même être obligé de leur accorder encore que le Glaucoma du Cristallin est une maladie beaucoup plus commune que la Cataracte, du moins depuis qu'on agite cette question dans l'Academie, ce qu'on a crû Cataracte s'est toujours trouvé Cristallin glaucomatique, & l'on n'a vû que la seule Cataracte que M. Littre a montrée.

Après l'operation faite, si l'on n'a fait qu'abattre le

corps qui empêchoit la vision, soit Cristallin glaucomatique, soit Cataracte, il est plus aisé de reconnoître lequel c'étoit des deux. Si le Malade voit sans loupe comme il voyoit auparavant, certainement c'étoit une Cataracte; s'il ne voit qu'un peu moins parfaitement, c'étoit peut-être le Cristallin, comme il est arrivé dans la seconde expérience de M. Méry, & peut être aussi une Cataracte, parceque le vice des humeurs de l'œil qui l'avoit produite, peut y rester encore, ainsi que nous l'avons dit dans l'Hist. de 1706 *; cependant il doit être rare que le Cristallin abattu cause peu d'alteration à la vision. Enfin si le Malade ne peut du tout voir distinctement sans loupe, c'étoit le Cristallin. Comme il arrive le plus souvent qu'après l'opération il faut absolument une loupe, c'est encore une marque que le plus souvent on abat le Cristallin.

* p. 14.

Quoiqu'il soit moins important de sçavoir après l'opération ce qu'on a fait, qu'il ne le seroit de sçavoir avant l'opération ce qu'on va faire, il est pourtant bon de sçavoir ce qu'on a fait, parceque la même maladie revient quelquefois au même homme, soit que le Cristallin ou la Cataracte remonte, & l'on en sçauroit plus sûrement ce qu'on auroit à faire. Enfin il faut toujours se saisir des connoissances que l'on peut avoir, & il y a tout lieu d'espérer que celles que l'on a acquises depuis peu sur cette matière, ne seront pas inutiles à l'avenir.

SUR UN VER RENDU

PAR LE NEZ.

UNNE femme d'une bonne constitution, & qui ne connoissoit point les maux de tête, commença à l'âge de 36 ans à sentir une douleur fixe au bas du front du côté droit & près du nez. Cette douleur qui ne tenoit d'abord qu'un petit espace, s'étendit peu à peu jusqu'à la

temple du même côté, & au lieu qu'elle avoit dans ses commencemens de grandes intermissions, elle devint au bout de 2 ans, presque continuë, accompagnée de convulsions, & d'une insomnie presque perpetuelle, & enfin si violente, que la Malade en fut 2 ou 3 fois à l'agonie, & sa raison fort attaquée dans les grands accès. Au bout de 4 ans, après avoir fait inutilement toutes sortes de remedes, elle y renonça, se contentant de suivre un bon regime de vie, & de prendre par le nez du Tabac en poudre, dont elle esperoit quelque soulagement.

Elle n'en avoit encore usé que pendant un mois, lorsqu'un matin après avoir éternué avec effort, elle moucha un Ver tout ramassé en un peloton parmi un peu de sang. Elle en fut fort effrayée, & guerie dans le moment. Elle sentit cesser tout à coup une si longue & si cruelle douleur, & tout ce qui put l'en faire encore souvenir, c'est qu'il coula un peu de sang de son nez pendant 2 ou 3 jours. Son esprit se remit aussi-tôt dans son assiette naturelle. M. Littré, à qui l'on doit cette observation, a eu soin d'avérer exactement tous ces faits, aussi-bien que ceux qui vont suivre.

Le Ver étoit vivant, quand il s'allongeoit autant qu'il étoit possible, il avoit 6 pouces, & seulement 2, lorsqu'il se replioit en zic-zac, ce qui étoit sa figure la plus ordinaire. Il avoit 2 lignes de largeur, & $1\frac{1}{2}$ d'épaisseur dans l'endroit le plus gros de son corps, qui étoit vers le milieu. Il étoit de couleur de Caffé clair, convexe par dessus, & plat par dessous, couvert par tout, hormis à la tête, d'écailles annulaires larges d'une ligne, & toutes séparées les unes des autres par de petits intervalles, de chacun desquels il sortoit tant à droit qu'à gauche 56 paires longues d'une ligne, & grosses comme des cheveux. Il paroît par-là que ce Ver étoit de l'espece de ceux qu'on appelle *Centipedes*. La tête étoit longue d'environ 2 lignes, on y distinguoit facilement 2 yeux, 2 cornes, une pince faite de 2 branches plus éloignées l'une de l'autre à leur racine que vers leur extrémité, & une gueule entre

ces 2 branches. La queue étoit armée de 2 especes d'aiguillons égaux, plus longs & plus gros que les pattes. Il fut enfermé dans une fiole de verre vuide, où on le trouva vivant 18 heures après. Ensuite on s'avisa d'y verser de l'Eau de vie, & il ne laissa pas de vivre encore 2 ou 3 heures.

Le siège de la douleur fixe que sentoit la Malade marque assés que le Ver devoit être dans une cavité qu'on appelle *Sinus frontal*, pratiquée dans l'Os Coronal sous le fourcil. Elle a près de 2 pouces de long sur 8 à 10 lignes de large, & par conséquent elle pouvoit contenir l'Animal replié. Il paroît par l'inclination qu'il avoit à prendre cette figure, qu'il y devoit être fort accoutumé.

Il y a entre le sinus frontal & la narine un trou de communication, par où le sinus reçoit de l'air à chaque moment que l'on respire, & une forte respiration peut y avoir fait entrer avec l'air l'œuf invisible où cet Animal étoit renfermé en petit. Ce même œuf pourroit aussi être entré par la bouche avec quelque aliment, & avoir suivi la longue & tortueuse route de la circulation du sang, mais toujours il est certain que l'Animal n'a pû sortir que par ce trou de communication. Il est vrai que le diametre en est plus petit que n'étoit celui du corps de l'Animal, mais comme ce trou est formé immédiatement par une membrane, il a pû la dilater peu à peu, lorsqu'il a voulu sortir, & même les gouttes de sang qui ont parû marquent qu'il l'a un peu déchirée.

L'œuf avoit trouvé dans le sinus frontal la chaleur, l'humidité, la limphe, enfin tout ce qui lui étoit nécessaire pour éclore, & l'Animal, tout ce qu'il lui falloit pour sa subsistance, & pour un accroissement auquel apparemment il ne fût pas parvenu sur la terre. Il n'eût été ni si bien nourri, ni autant à l'abri d'une infinité d'accidens, qui ne permettent guere 4 années de vie à toutes ces especes. A chaque mouvement qu'il faisoit, il devoit causer à la membrane délicate dont le sinus frontal est tapissé une irritation d'autant plus cruelle, qu'avec ses 2 Cornes, ses

à Aiguillons, & ses 112 pattes il ébranloit, &, pour ainsi dire, attaquoit en détail chaque petite fibre nerveuse de la membrane, & plus il se fortifioit, plus le mal devoit être violent & insupportable. La grandeur de l'Animal, qui vint à lui rendre le lieu où il étoit trop incommodé, & selon toutes les apparences, l'odeur du Tabac qui lui étoit contraire ainsi qu'à un grand nombre d'autres Insectes, l'obligerent enfin à chercher les moyens de sortir.

Les symptômes qu'a eus la Malade feroient assés aisément reconnoître un pareil accident. En ce cas-là, M. Littre juge qu'il faudroit d'abord prévenir l'inflammation de la membrane du sinus, par les moyens ordinaires que l'on pratique contre les inflammations. Il reste ensuite à attaquer le Ver. On le peut faire & par les remedes intérieurs qui sont en usage contre les Vers, & en même temps, par des remedes extérieurs, puisque ce Ver-là seroit dans un lieu où ils pourroient aller. Il est déjà à présumer que le Tabac seroit bon, mais on pourroit encore tirer fortement par le nez des suc's âcres ou acides, que l'on jugeroit ou que l'on reconnoîtroit les plus capables d'incommoder l'Animal. M. Littre croit que rien ne seroit plus propre à le tuer que de l'Huile, parcequ'on sçait qu'elle ôte la respiration aux Insectes, en bouchant les ouvertures de toutes leurs Trachées. Enfin si rien ne réussissoit, il en faudroit venir à une operation chirurgique, que M. Littre assure qui ne seroit ni dangereuse, ni difficile sur l'Os Coronel. Quels desordres peut causer un Atome dans la Machine du Corps humain ! La Raison même en sera renversée.



Elle n'a pas souffert que l'on se servît long-temps en Europe de cette Mouffe que les Espagnols avoient apportée d'Amerique, & qui guerissoit la Goutte, lorsqu'on la brûloit sur la partie affligée. Cependant M. Homberg a vû un Bourgeois de Hambourg qui par ce remede étoit quitte en 7 ou 8 jours de ses accès de Goutte, qui auparavant duroient 2 ou 3 mois, & en même temps les rendoit plus rares.

M. Homberg imagine que les brûlures peuvent guerir en trois manieres, ou en mettant les humeurs nuisibles dans un grand mouvement, ce qui leur fait enfler des routes nouvelles, ou en les rendant fluides de visqueuses qu'elles étoient, ce qui revient au même effet, ou en détruisant une partie des canaux qui les apportoit en trop grande abondance.

SUR LA GENERATION

DES LIMACONS.

LEs Philosophes à qui l'on reprocheroit d'étudier avec beaucoup de soin des Animaux aussi méprisables que les Insectes, pourroient répondre en demandant seulement, si les moindres Ouvrages de la main de Dieu peuvent être à negliger. Mais ces mêmes Ouvrages, qu'il a plu au commun des Hommes de regarder comme les moindres, sont justement ceux où l'on découvre le plus de miracles de Mechanique, & si nous préferons désormais les recherches de l'Anatomie du Corps humain, il n'y a que nôtre intérêt qui puisse nous justifier.

Que l'on examine par dehors un Limaçon gris de Jardin hors du temps de son accouplement, qu'on le dissèque avec toute l'attention possible, on ne lui trouvera aucune partie qui ait l'apparence de devoir servir à la generation. Cependant, ainsi que nous l'avons dit dans l'Hist. de 1699 *, cet Animal est hermaphrodite ; & par consequent

* p 40.

consequent il a par rapport à la generation un plus grand appareil d'Organes, qu'une infinité d'autres Animaux plus connus, ou plus étudiés. Tout ce qui se passe en lui sur ce sujet doit être aussi d'une nature fort particuliere. Nous allons rapporter ici les principales de ces singularités, sans entreprendre d'expliquer en aucune façon par quelle mécanique elles s'exécutent. Cette explication seroit inutile, si elle étoit moins circonstanciée qu'elle ne le sera dans le Memoire de M. du Verney, que la maladie de l'Auteur empêche de paroître cette année. On ne pourra guere y voir sans étonnement combien un Limaçon coûte à la Nature.

Cet Animal a au côté droit du cou une petite fente presque imperceptible, qui ne mene qu'à de petits conduits ou cavités, & à des especes d'intestins fort tortueux, florans dans son ventre. Au temps de l'accouplement tout cela change de forme, & l'Animal presque entier est metamorphosé. Ces especes d'intestins poussés alors du fond du ventre vers le cou, se gonflent, se retournent, se renversent, se disposent enfin & s'arrangent entr'eux de façon, qu'ils se présentent à la fente du cou, alors fort dilatée, sous la figure d'une partie masculine, & d'une partie féminine, chacune toute prête à faire sa fonction. Cela n'arrive pleinement qu'après qu'un Limaçon en a rencontré un autre, & que par plusieurs mouvemens préliminaires plus vifs, & pour ainsi dire, plus passionnés qu'on ne l'imagineroit d'une espece aussi froide, ils se sont mis l'un l'autre dans une même disposition, ou se sont assurés d'une parfaite intelligence.

Ils ont un autre moyen fort singulier de s'en assurer encore mieux, & ils ne manquent jamais de le mettre en pratique. Avec la partie masculine & féminine, il leur sert aussi par l'ouverture du cou un Aiguillon, qui a la figure du fer d'une Lance à quatre aîles, & se termine en une pointe fort aiguë, & assez dure. Comme les deux Limaçons tournent l'un vers l'autre la fente de leur cou, il arrive que quand ils se touchent par cet endroit, l'Aiguil-

lon qui sort de l'un pique l'autre, & la mechanique qui fait agir ce petit dard est telle qu'il abandonne en même temps la partie à laquelle il est attaché, de sorte qu'il tombe par terre, ou que le Limaçon piqué le remporte. Ce Limaçon se retire aussi-tôt, mais peu de temps après il rejoint l'autre, & le pique à son tour, & après cette blessure mutuelle jamais l'accouplement ne manque de s'accomplir, au lieu que tous les autres préludes peuvent n'avoir pas une suite si heureuse. L'Aiguillon lancé des deux côtés paroît destiné à avertir les deux Limaçons qu'ils sont également prêts, car dans cette espece hermaprodite il n'y a pas, comme dans la nôtre, un sexe principal & plus actif, dont la disposition suffise.

Les Limaçons ont coûtume de s'accoupler jusqu'à trois fois, éloignées l'une de l'autre environ de 15 jours. A chaque accouplement on voit un nouvel Aiguillon, & la Nature fait les frais de le reproduire pour un usage en apparence si peu important. M. du Verney compare cette regeneration à celle du Bois des Cerfs, & en effet, les proportions gardées, cet Aiguillon paroît être d'une matiere semblable.

Après l'Aiguillon lancé, vient l'insertion réciproque de la partie masculine de chaque Limaçon, & comme ils ont l'un & l'autre les deux organes de la generation rangés de la même maniere à l'ouverture du cou, il faut afin que chaque organe réponde à celui qui ne lui ressemble pas, que l'un des deux Limaçons ait la tête en haut, l'autre en bas, ce qu'ils sçavent bien pratiquer.

Leur accouplement dure 10 ou 12 heures; il leur cause, sur tout lorsqu'il commence, ou un engourdissement, ou un transport qui les empêche de donner aucun signe de sentiment. Ils ne se séparent plus, quoique l'on fasse, & ils ont pour cela une raison assés forte, c'est que le Gland de la partie masculine vient à se gonfler de maniere qu'il ne peut plus ressortir par où il étoit entré. Il est peut-être une heure à acquerir cette extension peu à peu, & par degrés, & jusqu'à ce qu'il l'ait entierement acquise, il ne sort aucune matiere féminale.

Elle n'est pas même encore formée, & ce n'est qu'après l'accouplement commencé, que la Nature songe, pour ainsi dire, à y travailler, & qu'elle fait jouer toute la Mécanique qui la doit fournir. Cette matière a encore une autre particularité très-remarquable, elle n'est point liquide, mais d'une consistance de cire, & elle prend la figure des canaux par où elle passe. Elle est poussée par un mouvement semblable à celui des Intestins qui chassent hors d'eux ce qu'ils contiennent. Pendant tout le temps de l'accouplement, excepté la première heure, elle file lentement des deux côtés en passant de l'un des Limaçons dans l'autre.

Elle sort de canaux plus longs, que n'est le vaisseau de la partie féminine où elle est reçue d'abord, & par cette raison elle est obligée de s'y replier. De là elle passe dans d'autres vaisseaux qui appartiennent au sexe féminin, & où elle cause enfin la fécondation, non-pas cependant immédiatement après le premier accouplement, ou le second, mais seulement après le troisième.

Au bout d'environ 18 jours, les Limaçons pondent par l'ouverture de leur cou des Oeufs qu'ils cachent en terre avec beaucoup de soin & d'industrie, mais encore une chose singulière, c'est que si on ouvre un Limaçon peu de temps avant qu'il ponde, on ne lui trouve point d'Oeufs, mais seulement de petits Embrions qui nagent dans une liqueur fort claire, & y ont des mouvemens assez vifs. Ces Embrions deviennent Oeufs dans le chemin qu'ils ont à faire pour sortir, c'est à dire qu'ils se revêtent de membranes qui leur sont fournies par certaines liqueurs, & qui se durcissent ensuite.

Tout ceci n'est que l'Histoire naturelle de la génération des Limaçons, c'est ce qui se fait, & non la manière dont il se fait, & si on laissoit cette manière à deviner aux plus habiles Philosophes, ce seroit assurément une Enigme bien difficile. Elle est même encore presque impenetrable, quoiqu'on ait toutes les pièces de cette Mécanique entre les mains, quoiqu'on les voie jouer sous ses yeux,

52 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
& c'est un des plus grands efforts de l'intelligence & de la
sagacité humaine, que d'en bien comprendre le jeu.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

Monsieur Morin a dit qu'à l'Hôtel-Dieu dont il est
Medecin, & où il y avoit pendant un temps 5 ou
600 Scorbutiques, il en avoit guéri parfaitement un tres-
grand nombre en leur faisant manger beaucoup d'Oseille,
qui avoit été cuite avec des Oeufs.

II.

M. de Langlade, Chirurgien de Carcassonne, a mandé
à M. du Verney, qu'il avoit vû une fille de son País, née
le 8 Fevrier 1704, qui eut ses Regles, 8 jours, ou selon
d'autres rapports, 3 mois après sa naissance. Elle avoit
alors, à l'âge d'un peu plus de 4 ans, 3 piés & demi de
haut, tout le corps bien proportionné à sa hauteur, les
Mammelles & les parties de la generation comme une
fille de 18 ans, de sorte qu'elle paroissoit parfaitement nu-
bile. M. de Langlade avoit fait avec soin toutes les obser-
vations necessaires. Les filles des Indes Orientales que
les Voyageurs assurent qui ont des Enfans à 9 ans, ne sont
plus une merveille.

III.

Le même M. de Langlade disoit aussi qu'un Medecin
l'avoit assuré tout recemment qu'il avoit vû une femme
de 106 ans, qui avoit encore ses Regles. Voilà une mer-
veille d'un genre tout opposé.

IV.

M. Saulmon ayant fait venir de la Mer des Oeufs de
Sèche en grappe, on a trouvé dans tous une petite Sèche
tres-bien formée; ils tenoient chacun par un ligament
assés long à un gros tronc ou cordon commun, d'où par-

toient tous ces ligamens, fort entortillés les uns dans les autres. On n'a pas crû que ce fût la même chose que ce qui s'appelle *Vesicaria marina*, & que les Mariniers croient être cette même grappe d'Oeufs de Séche, d'où les petits Poissons sont sortis, & qui s'est desséchée. On ne voit dans la *Vesicaria* aucuns restes de ces ligamens des Oeufs, du moins on n'a pû s'en assurer, & les vesicules irregulieres, ou grains qui la composent semblent collés les uns aux autres.



CHIMIE.

SUR LA CIRE.

CHaque Corps, chaque Mixte a ses petites merveilles à part. La Cire, selon les operations & les remarques de M. Lémery, a les siennes, dont peut-être le dénombrement ne sera pas indigne de la curiosité des Philosophiens.

1°. Quoique la Cire soit de la solidité & de la dureté, que tout le monde connoît, on ne lui trouve par les Analyses Chimiques aucune partie terrestre. Elle s'élève toute entiere par le feu.

2°. A mesure qu'il se sépare de la Cire plus de liqueur, ce qui reste, qui devoit apparemment être plus solide, est au contraire plus liquide. Lorsque l'*Esprit* de la Cire, qui est un flegme où des Acides nagent, s'est élevé par le feu, il reste une matiere plus molle que la Cire, & qu'on appelle le *Beurre*, & à force de *rectifier* ce Beurre, c'est à dire, d'en tirer le flegme & les Acides qu'il contient encore, il ne reste qu'une Huile claire comme de l'Huile commune. Il paroît donc que la Cire n'est qu'un mélange de deux liqueurs, d'un flegme qui tient un Acide dis-

fous, & d'une Huile. Les deux liqueurs ont pris par leur union une consistance assés ferme, & à mesure qu'elles se dégagent l'une d'avec l'autre, elles reprennent la forme de liqueur.

3°. De 8 onces de Cire, M. Lémery n'a pû tirer que 1 once & 6 gros d'Huile, ce qui est moins que le quart, le reste est l'Esprit, ou flegme acide. M. Homberg a fait voir il y a long-temps, & nous l'avons dit plusieurs fois que les Huiles ne deviennent fort inflammables, que par le mélange d'un Esprit acide, mais cette proportion de principes, qui composent un Tout si combustible, merite d'être remarquée, & quand de la Cire brûle, on pourroit dire que ce n'est presque que de l'eau qui brûle.

. S U R L' A L O È S .

Monsieur Boulduc continuant son Traité des Purgatifs, dont plusieurs des Volumes précédens* ont parlé, a examiné l'Aloës. C'est un suc concret, tiré d'une Plante de même nom, on ne sçait pas bien certainement ni de quelles parties de la Plante, ni de quelle maniere il est tiré, il faut qu'il soit pur, transparent, amer, d'une odeur forte. Il y en a de trois especes, le *Succotrin*, ainsi nommé de l'Isle de Zocotora où l'Aloës croît en abondance, l'*Hepatique*, qui est moins estimé, & que l'on a crû qui convenoit particulièrement au *foye*, ou à la digestion, & le *Cabalin*, le moindre des trois, & qui ne sert qu'à purger les Chevaux. L'Aloës est rangé parmi les Purgatifs moyens.

*V. les Hist.
de 1700. p.
46. 1701. p.
58. 1702. p.
45. 1705. p.
62.

Par les Analises d'*Extraction*, que M. Boulduc a employées jusqu'ici sur tous ses Purgatifs, & que nous avons assés expliquées, il paroît que l'Aloës Succotrin contient près de la moitié moins de Resine, ou de matiere sulfureuse, & environ un tiers plus de matiere saline que l'Hepatique. Pour le Cabalin, il est si impur, & a tant de terre

par rapport à la petite quantité de ses souffres, & de ses sels, qu'il ne merite pas qu'on en tienne compte.

La différente proportion des Principes de l'Aloës Succotrin & de l'Hepatique pourroit bien être la cause de leurs différentes propriétés. Comme la partie résineuse de l'Aloës, à la différence des autres Purgatifs chargés de résine, n'est que peu ou point purgative, le Succotrin qui a moins de cette résine a toujours été préféré à l'Hepatique pour l'usage interieur, & au contraire l'Hepatique, qui en a davantage, l'emporte sur le Succotrin pour l'usage exterieur, pour nettoyer des playes, refermer des coupures recentes, &c. M. Boulduc l'égalé à cet égard aux Baumes naturels. On entend assés que ces effets appartiennent naturellement à la partie résineuse, & balsamique.

Les sels de l'Aloës sont tres-actifs, ils corrodent les extremités des Veines, où les fibres sont plus délicates, & delà viennent des flux de sang, & des hemorrhagies. Il est donc tres-important que la partie saline de ce remede, qui a besoin d'être reprimée par la résineuse, n'en soit pas séparée. Cependant elle l'est dans plusieurs préparations d'Aloës, lorsqu'elles n'ont pas été faites par des mains fort habiles; on a rejeté la partie résineuse comme trop grossiere, & inutile, parcequ'elle se tenoit au fond de la dissolution. Aussi M. Boulduc assure-t-il qu'il a été plusieurs fois témoin des funestes suites qu'a eues le grand usage de l'*Elixir de propriété*, des *Grains de vie*, des *Pilules gourmandes*, &c. toutes préparations d'Aloës, ou qui avoient été mal faites, ou dont on avoit trop pris.

M. Boulduc est si éloigné d'approuver la séparation de la partie résineuse & de la saline de l'Aloës, qu'au contraire il voudroit qu'on les unît encore davantage par un Alkali, comme le sel de Tartre. Non-seulement on aide la Nature dans les Malades par les Remedes, mais il la faut aider aussi dans les Remedes même.

SUR LA MANNE.

LA Manne, dont nous avons déjà plusieurs fois rapporté l'origine, est un Mixte peu différent du Miel ou du Sucre par sa constitution. Elle prend feu à peu près de même, elle se fond presque aussi facilement que le Sucre dans les liqueurs aqueuses, & l'Esprit de vin n'en diffout que quelques particules en si petite quantité, qu'il n'en tire aucune teinture, marque assez certaine que dans ce Mixte les sels dominant beaucoup sur les souffres.

M. Lémery a tiré de la Manne une liqueur vineuse, comme il en avoit tiré une du Miel *, & par les mêmes operations, qu'il seroit inutile de repeter ici. Son Hidromel de Manne, pour ainsi dire, n'a pas été si fort, ni si agréable au goût que celui de Miel, & il n'y a rien là qui n'eût pû être prévu; il étoit entré 2 livres de Manne dans cette espece de Vin, & M. Lémery en tira 8 onces d'une Eau de vie, dont il tira encore 1 once $\frac{1}{2}$ d'Esprit ardent, inflammable comme l'Esprit de vin. Cet Esprit de Manne passe pour un bon sudorifique, pris depuis $\frac{1}{2}$ dragme, jusqu'à 1 dragme $\frac{1}{2}$.

* V. l'Hist.
de 1707. p.
35. & suiv.

M. Lémery ayant laissé en un lieu chaud pendant une année & demie la liqueur qui étoit restée après l'extraction de l'Esprit de Manne, il trouva qu'elle s'étoit aigrie, & avoit déposé au fond des bouteilles 7 dragmes d'un sel essentiel de Manne, blanc, dur, cassant, formé en aiguilles, d'un goût acide mêlé d'un peu de doux. Ce sel est un peu purgatif, pris au poids d'une dragme.

Toute la liqueur acide ayant été distillée, jusqu'à ce qu'il ne restât au fond de la Cucurbite qu'une matiere épaisse en consistance de Miel, M. Lémery trouva que cette matiere pesoit 20 onces, de sorte que des 2 livres de Manne, il s'en étoit consumé 12 onces tant à faire de l'Esprit ardent, qu'à donner le goût ou la qualité acide à la liqueur que l'on avoit distillée.

Les

Les 20 onces de matiere épaisse furent encore distillées à un feu gradué, & tres-fort sur la fin. Il s'éleva un Esprit rougeâtre, brun, d'une odeur de feu, d'un goût âcre, mêlé de quelques gouttes d'huile noire, & il resta dans la Cornuë 4 onces de charbon rarefié, léger, & insipide.

Il est à remarquer que le Miel, quelque pur qu'il soit, contient plus de terre que la Manne, puisqu'il laisse $\frac{1}{4}$ de Charbon *, & qu'elle n'en laisse que $\frac{1}{2}$. Le Charbon de la Manne, comme celui du Miel, bouillonne avec l'eau, à la maniere de la Chaux. Il s'y trouve aussi un peu de fer.

* V. l'Hist.
de 1706. p.
37.

La Manne, ainsi que les autres substances douces, perd sa douceur, dès que l'Acide est séparé de l'Huile, nouvelle preuve de ce qui a été avancé dans l'Hist. de 1706, à l'endroit qui vient d'être cité.

SUR PLUSIEURS EAUX MINERALES DE FRANCE.

UN des premiers travaux de l'Academie naissante fut l'examen des principales Eaux minerales du Royaume, mais transportées à Paris.

M. du Clos, qui y avoit eu le plus de part, en publia un Traité. Ces Eaux sont des portions medicinales, qui sortent toutes préparées des entrailles de la Terre, & quoi qu'apparemment l'Experience ait la premiere decouvert leurs vertus, il seroit tres-avantageux de les connoître encore par raisonnement, soit pour se conduire plus sûrement dans l'usage qu'on en fait, soit pour l'étendre à de nouvelles maladies, soit même pour imiter par Art ces remedes aprêtés par la Nature, & épargner aux Malades de longs voyages, toujours fort incommodes, & quelquefois dangereux. C'est dans toutes ces vûes que l'on a recherché avec beaucoup de soin quels Mineraux entroient dans la composition de ces Eaux, & en quelle dose.

M. Morin fit en 1696 un voyage avec feu M. Dodart
1708. H

* p. 40. & 41. aux Eaux de Forges, qu'il ne manqua pas d'étudier. Il est constant qu'elles sont ferrugineuses, & vitrioliques. Il a été dit dans l'Hist. de 1707* que la solution de Vitriol mêlée avec la teinture de Noix de Galle devient fort noire sur le champ, mais non pas l'Esprit de Vitriol, & que la même teinture de Galle mêlée avec de la limaille de fer devient noire, mais moins promptement que si on la mêloit avec une solution de Vitriol. Ces expériences découvrent la nature des Eaux de Forges. Quand on y jette de la Noix de Galle en poudre, elles prennent aussitôt une foible couleur de violet, qui pendant une demi-heure se fortifie toujours, & tire enfin sur le noir, ce qui marque que ce n'est pas du Vitriol qu'elles contiennent; mais une limaille de fer tres-fine & tres-subtile, ou un Esprit vitriolique, qui tient de la nature du fer. Il y a trois sources, la Cardinale, la Royale, & la Reinette; on reconnoît par la couleur plus ou moins foncée qu'elles prennent, & par le plus ou le moins de promptitude dont elles la prennent, que la Cardinale est plus forte que la Royale, & la Royale plus que la Reinette.

L'Esprit vitriolique dont ces Eaux sont imprégnées s'en dégage en 4 ou 5 jours, puisqu'au bout de ce temps elles ne prennent plus de teinture de la Noix de Galle, toute leur vertu s'évapore avec cet Esprit, & par-là on peut regler la distance à laquelle il est permis de les transporter.

Les trois sources charrient & jettent tous les jours certains flocons de couleur de rouille, si legers & si déliés qu'étant pris entre les doigts ils sont entierement impalpables, & qui cependant ne se laissent pas rompre ni détruire par l'eau, & conservent assés constamment leur figure. Ils ressemblent parfaitement à ce *Saffran de Mars*; qui est une rouillure de fer faite à la rotée ou à la pluie. Apparemment la superficie des mines de fer par où ces Eaux passent se rouille par leur humidité, & il s'en détache de legeres pellicules de rouillure.

Les effets mediceinaux des Eaux de Forges sont trop

connus, pour nous y arrêter ici. Par l'activité & la volatilité de leur Esprit vitriolique, elles penetrent rapidement, ouvrent, entraînent; par la force astringente & par l'austerité de ce même Esprit, elles raffermissent les parties solides, leur redonnent le ressort nécessaire, & même resserrent les fibres du sang, & en chassent ce qui pourroit altérer leur tissure. Delà il est aisé de conclure quelles seront les maladies auxquelles les Eaux de Forges conviendront, mais il faut s'attendre qu'à cette conclusion générale beaucoup de cas particuliers y feront des exceptions.

M. Morin rapporte une Experience que fit M. Dodart, & qu'il est à propos de remarquer, pour délivrer d'une contrainte assez incommode ceux qui prennent des Eaux de Forges. Il est établi que pendant le temps qu'on en fait usage il est mortel de dormir après dîné, & l'on raconte sur cela plusieurs histoires funestes & effrayantes. M. Dodart ne laissa pas de faire un somme tous les jours après dîné, dans le temps qu'il prenoit les Eaux, & s'en trouva fort bien. Il falloit être habile Medecin, & de plus courageux, pour oser dormir dans ces circonstances, & peut-être aura-t-on encore besoin de courage pour dormir après lui.

Nous avons déjà dit dans l'Hist. de 1702 * que M. Chomel, qui a entrepris l'histoire des Plantes d'Auvergne, & qui a couru toute cette Province pour herboriser, en avoit en même temps examiné les Eaux minerales, aussi-bien que celles du Bourbonnois, les deux Provinces du Royaume où il s'en trouve en plus grande quantité. Il a eu sur M. du Clos l'avantage de les examiner sur les lieux, & à leurs sources. Il leur a appliqué à toutes tous les differens *Essais* que la Chimie pouvoit fournir pour en faire découvrir la nature, mais nous n'entrerons point dans ce détail qui seroit trop long, & peut-être ennuyeux. Une repetition continuelle, il nous suffira d'en donner les résultats, qui feront voir quels Mineraux sont mêlés dans ces Eaux, & en quelle dose. De la connoissance de ce mê-

* p. 44.

lange, M. Chomel n'a pas encore inferé quelles devoient être les vertus medicinales, il attend avec sagesse qu'un assez grand nombre d'experiences sûres & uniformes le mette en état de s'assurer de la Theorie par les faits.

Il a divisé les Eaux minerales du Bourbonnois & de l'Auvergne en trois classes, en Eaux chaudes, tièdes, & froides. Il a commencé par les chaudes, qui sont celles de Bourbon Lancy, de Bourbon l'Archambault, de Bourbonne près Murat, du Mont d'Or, de Chaudes aigues, d'Evau, de Neris, & de Vichy.

De 1 livre des Eaux de Bourbon Lancy, il a tiré 12 grains de résidence, c'est à dire, de matiere minerale, qui y étoit mêlée. De ces 12 grains, il y en avoit 2 de terre, le reste étoit un sel qui par tous les Essais paroît lixiviel, ou alkali, & chargé d'une petite portion de soufre. M. du Clos y trouvoit un peu moins de terre, & plus de sel, & croyoit ce sel tout à fait analogue au sel marin.

De 1 livre des Eaux de Bourbon l'Archambault, qu'on appelle simplement Bourbon, M. Chomel en a tiré 30 grains de résidence, ce qui revient à fort peu près au calcul de M. Geoffroy sur ces mêmes Eaux, rapporté dans l'Hist. de 1702 *, & à celui de M. Burllet dans les Memoires de 1707 *. Les trois Academiciens s'accordent aussi à trouver que le sel de ces Eaux est âcre, lixiviel, semblable à celui des Plantes, & mêlé de quelque portion de soufre. M. du Clos ne s'éloignoit pas de ce sentiment, puisqu'il rapportoit ce sel au vrai Nitre ou *Natron* des Anciens, qu'il prenoit pour le sel fixe sulphuré des Plantes brûlées.

Sur les Eaux de Vichi, M. Chomel n'a fait que confirmer ce qu'en avoient dit M. Geoffroy *, & M. Burllet *.

De 1 livre des Eaux de Neris, M. Chomel a tiré plus de 80 grains de résidence, dont $\frac{1}{10}$ n'étoit qu'une terre. M. [redacted] en avoit tiré une résidence plus de 5 fois plus forte. M. Chomel n'a pas trouvé non plus que le sel de ces Eaux fût un Nitre pur, comme M. du Clos l'avoit soupçonné, mais un sel fort semblable à celui des Eaux de Bourbon.

* p. 43.

* p. 115.

* V. l'Hist.
de 1702. p.
43.

* V. les M.
de 1707. p.
97. & suiv.

De 1 livre des Eaux d'Evaux, il a tiré un peu plus de 7 grains de résidence, dont $\frac{1}{2}$ étoit de la terre. La résidence trouvée par M. du Clos étoit près de la moitié moindre. Il croyoit le sel de ces Eaux analogue au sel marin, mais il paroît par les Experiences qu'au sel marin qu'elles contiennent il se joint un sel alkali naturel, & un peu de soufre.

L'Hist. de 1702 * a déjà parlé de l'examen que M. Chomel a fait des Eaux du Mont d'Or. 1 livre lui a donné 12 grains de résidence, au lieu que M. du Clos en avoit tiré plus de 2 fois & demi davantage. Ils ne disconviennent pas beaucoup sur le sel de ces Eaux, qui est un Nitre mêlé d'une portion de soufre & d'un Esprit urineux, ou alkali volatil. * p. 44.

De 1 livre des Eaux de la Bourboule, M. Chomel a tiré 45 grains de résidence, presque entierement saline. Le sel est le même que celui des Eaux du Mont d'Or, mais il doit avoir plus de force, parcequ'il est en plus grande quantité. Ici, M. du Clos, & M. Chomel ne s'éloignoient pas beaucoup l'un de l'autre.

De 1 livre des Eaux de Chaudes-aigues, M. Chomel a tiré plus de 8 grains de résidence, dont $\frac{1}{2}$ étoit de la terre. Le sel est un alkali volatil, mêlé de soufre. M. du Clos sur une même résidence avoit trouvé plus de terre, & moins de sel, peut-être parceque le transport avoit fort alteré les principes, ce qui paroissoit par la mauvaise odeur que l'eau avoit contractée dans les Bouteilles.

SUR LA NATURE DU FER.

Monsieur Lémery le fils a fait à M. Geoffroy la réponse qui avoit été annoncée dans le Volume précédent. Nous supposons que l'on y ait vû le sujet & l'histoire de leur contestation *. V. les M. p. 376.

M. Geoffroy prétendoit que de quelque maniere qu'on se prît à tirer du fer de l'Argille, on y en trouvoit infini- * V. l'Hist. de 1707. p. 45. & suiv.

ment moins, que quand on l'avoit mêlée avec l'Huile de Lin, & que par conséquent ce mélange produisoit du fer. M. Lémery nie la conséquence, car outre le fer qui se découvre aisément dans l'Argille, ne peut-il pas y en avoir encore de caché, qui ne se développe que par l'Huile de Lin? Ce n'est-là qu'une pure possibilité, suffisante seulement pour empêcher un raisonnement de conclure, mais voici des preuves de fait, & positives.

Un point fixe dans cette dispute, c'est que tout ce que l'Aiman attire, est fer. Mais on peut facilement mettre du fer en tel état qu'il ne soit plus ou presque plus attiré par l'Aiman, il ne faut que boucher ses pores par quelque matiere soit saline soit huileuse, qui empêche la matiere magnetique de les penetrer librement. M. Lémery ayant versé un Acide sur une certaine quantité de limaille de fer, lui a fait perdre la propriété d'être attirée par l'Aiman, ensuite il a divisé cette limaille en deux portions égales, à l'une desquelles il a ajouté de l'Huile de Lin, & les a mises toutes deux sur un même feu, qui étoit mediocre, & pendant un même temps. La portion où il y avoit de l'Huile de Lin est devenuë noire, & a repris sa propriété magnetique, tandis que l'autre en étoit encore presque entièrement privée, & toute rougeâtre, & il a fallu un grand feu de fonte pour la rendre semblable à la premiere. Il est donc bien sûr que l'Huile de Lin, & par conséquent toute autre Huile, est propre à faire reparoître un fer déguisé, c'est à dire, que l'Aiman n'attire plus. Ce qui le déguisoit dans l'experience de M. Lémery, c'étoient les Acides qui bouchoient ses pores, & il est tres-vrai-semblable que dans l'Argille où il se trouve certainement du fer tout développé sans aucune operation, il y en ait encore une plus grande quantité d'enveloppé sous différentes matieres, qui s'y sont étroitement unies. Nous ne contons point ici ce que l'Huile de Lin, qui comme il a été dit dans l'Hist. de 1707, contient elle-même du fer, en peut ajouter de son propre fonds à ce que l'Argille en fournit.

Selon ce que nous venons de dire, il n'est que tres-vraisemblable que l'Argille contienne plus de fer envelopé qu'il n'y en paroît, mais il est certain qu'une mine de fer qui en donne beaucoup par la fonte, en contient beaucoup. Cependant M. Lémery en a une qui donne beaucoup de fer par la fonte, & qui en laisse beaucoup moins paroître au Couteau aimanté, que d'autres mines fort pauvres. Il est donc hors de doute que le fer peut être en grande quantité dans quelque matiere, & fort envelopé; & ne se découvrir que par la force des operations. Celles que l'on fait pour tirer le fer de sa mine sont parfaitement semblables à celles qui servent à le tirer de l'Argille. On y ajoute un fondant sulphureux, qui fait en même temps deux effets, il surmonte la difficulté naturelle qu'a le fer à se mettre en fusion, & il le dégage des matieres étrangères qui le tenoient embarrassé.

Ce que M. Lémery dit sur le mélange de l'Argille & de l'Huile de Lin, il le dit sur celui de l'Huile de Vitriol, & de l'Huile de Terebenthine, dont M. Geoffroy avoit tiré du fer. Enfin puisque M. Lémery a prouvé & que souvent le fer ne paroît pas où il est, & que la terre en est pleine, & qu'il peut tres-aisément monter dans les Plantes, il est difficile d'en tirer d'aucune matiere qu'on ne pût legitimelement soupçonner d'en contenir, & la présomption sera toujours contre la production artificielle d'un Metal, en faveur de sa préexistence.

Les Chimistes conviennent que l'on tire des Plantes les principaux Sels minéraux, le sel Marin, le Nitre, le Vitriol, & il suffit à M. Lémery que ce soit en forme de Vitriol que le fer monte dans les Plantes. Mais comment ne se rend-il pas sensible au goût & à la vûe dans leurs suc, & dans les Huiles qu'on en tire? Car on sçait par experience qu'un grain de Vitriol, qui ne tient pas sa 4^{me} partie de fer étant dissous dans 12 pintes d'eau, c'est à dire une parcelle de fer mêlée avec 884736 parcelles d'eau qui lui sont égales, leur donne un peu de goût, & les teint d'un rouge léger, lorsqu'on y verse de la solution de Noix

de Galle. M. Lémery répond à cette objection, qui cependant ne l'intéresse pas particulièrement, que le grand nombre de parties salines, terrestres, huileuses, toutes différentes les unes des autres, & confonduës ensemble dans les suc des Plantes, empêche le Vitriol de s'y rendre sensible. Il a mis de la solution de Vitriol dans trois Verres, à chacun desquels il a ajoûté un Acide différent, la Noix de Galle en quelque quantité qu'il l'ait mise n'a fait aucun effet sur aucun des trois, au lieu qu'elle en eût fait un tres-prompt & tres-manifeste s'ils eussent été sans mélange.

Pour prouver que le fer des Plantes est en forme vitriolique, ou, ce qui revient à peu près au même, qu'il est dans les Plantes comme dans le Vitriol, M. Lémery remarque que ni le Vitriol ni les Plantes simplement deséchées ne donnent du fer qui se découvre par l'Aiman, parceque ses pores sont encore entierement bouchés par des Acides, que pour les en dégager, & le rendre par conséquent susceptible des impressions de l'Aiman, il faut ou un grand feu de fonte, ou un intermede sulphureux avec un simple feu de calcination, parceque ou la violence du feu chasse les Acides, ou les huiles qui s'envolent aisément les enlèvent avec elles, que par cette raison le simple feu de calcination fait paroître le fer des Plantes, qui ont toujours en elles-mêmes l'intermede sulphureux nécessaire, enfin que le fer tiré & des Plantes & du Vitriol est toujours moins malleable, parcequ'il a perdu dans les operations une grande partie de ses souffres, qui, comme on sçait, font la malleabilité.

Cette qualité n'est qu'une espece d'accident, qui dépend de la dose des souffres, & par conséquent ce n'est pas faire du fer, que de le rendre malleable, lorsqu'il ne l'étoit pas, il ne faut que lui donner plus de souffres, qu'il n'en avoit. Ce n'est pas même faire du fer, que de rendre susceptible des impressions de l'Aiman une matiere qui ne l'étoit pas, s'il suffit pour cela de chasser les Acides, ou les autres matieres étrangères, qui bouchoient ses pores.

pores. Par-là M. Lémery soutient que ce n'a point été faire du fer que de donner par l'addition de quelque soufre une forme métallique à cette terre tirée du fer, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1707 *. Elle ne recevoit * p. 44. plus les impressions de l'Aiman, mais comme elle avoit essuyé le grand feu, qui avoit été nécessaire pour calciner le fer, elle s'étoit chargée des Acides du bois, ou du charbon. Après qu'on l'en avoit délivrée, & qu'elle avoit repris la propriété d'être attirée par l'Aiman, elle n'étoit point malleable, mais on a vu qu'elle n'en devoit pas moins passer pour de véritable fer, puisqu'il étoit si aisé de lui rendre la malleabilité par quelques souffres. Ainsi, selon M. Lémery, le fer que l'on pourroit se flater d'avoir produit en quelques occasions, n'est qu'un fer légèrement déguisé que l'on fait reparoître, & il n'est pas encore temps de concevoir l'agréable espérance de la production artificielle des Métaux.

DIVERSES OBSERVATIONS

CHIMIQUES.

I.

Monsieur Morin a rapporté à l'occasion des Eaux de Forges, qu'en ce lieu-là une eau naturelle qui passoit par dessus une digue où il y a du Machefer, prenoit une teinture minérale & ferrugineuse, telle qu'à 7 ou 8 lieues de cette digue elle se teignoit encore très fortement en noir, quand on la mêloit avec la Noix de Galle. Le Machefer est une pierre d'où l'on tire du Vitriol, & qui par conséquent contient du fer, mais fort envelopé. On voit par-là avec quelle facilité l'eau se charge de fer, & combien après cela il lui est difficile de s'en dépouiller.

II.

M. Homberg a dit qu'ayant mis sur un feu de digestion pendant 2 mois un Vaisseau où il y avoit de l'Huile d'O-

1708.

I

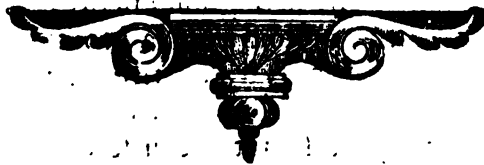
live sur du Mercure, l'Huile s'étoit tellement épaissie & durcie que le Mercure qui étoit dessous n'ayant plus la liberté du mouvement que demande la fluidité, étoit devenu comme une masse parfaitement solide, quoiqu'il fût toujours coulant de lui-même, car il le redevint dès qu'il fut hors du Vaisseau.

III.

Il y a une Maladie que quelques-uns appellent le *Fer chaud*. Elle consiste en une chaleur insupportable, que l'on se sent monter de l'Estomac le long de l'Oesophage jusqu'à la gorge. M. Homberg a dit que des Yeux d'Ecrevisse pris en poudre sans autre préparation appaisent cette douleur sur le champ. Apparemment elle est causée par de violens Acides, puisque ces Alkali terreux y remédient si sûrement. Ceux qui font un grand usage de la Biere, y sont principalement sujets.

V. les M.
p. 101. **N**ous renvoyons aux Memoires
Les Observations de M. Geoffroy sur les Analises
du Corail & de quelques autres Plantes pierreuses, faites
par M. le Comte Maréchal.

V. les M.
p. 112. Et un Eclaircissement de M. Homberg sur la nature des
Acides & des Alkali, qui doit entrer dans ses Essais de
Chimie.





BOTANIQUE.

SUR LA PERPENDICULARITE

DES TIGES DES PLANTES

PAR RAPPORT A L'HORIZON.

ON a déjà vu dans les Hist. de 1700 * & de 1702 * & V. les M.
P. 231.
* p. 61. &
suiv.
* p. 47. &
suiv. combien il est merveilleux que les tiges des Plantes s'élevent perpendiculairement à l'horizon, tandis que leurs racines descendent, & quelle étoit sur cela la pensée de M. Dodart. M. de la Hire en avoit une autre qu'il ne découvrit point par une espèce de déference pour son Confrere, mais maintenant il la propose, à l'occasion d'un Ouvrage que la Societé Royale de Montpellier a envoyé à l'Academie pour cette année sur ce même sujet.

Il conçoit que dans les Plantes la racine tire un suc plus grossier & plus pesant, & la tige au contraire & les branches un suc plus fin, & plus volatil, & en effet la racine passe chés tous les Phisiciens pour l'Estomac de la Plante, où les sucs terrestres se digerent & se subtilisent au point de pouvoir ensuite s'élever jusqu'aux extremités des branches. Cette difference des sucs suppose de plus grands pores dans la racine que dans la tige & dans les branches, en un mot, une differente contexture, & cette difference de tissu doit se trouver, les proportions gardées, jusque dans la petite Plante invisible que la graine renferme. Il faut donc imaginer dans cette petite Plante comme un point de partage, tel que tout ce qui sera d'un côté, c'est à dire, si l'on veut, la racine, se dévelopera par des sucs plus grossiers qui y penetreront, & tout ce qui sera de l'autre, par des sucs plus subtils.

Que la petite Plante , lorsqu'elle commence à se développer , soit entierement renversée dans sa graine , de sorte qu'elle ait sa racine en haut , & sa tige en bas , les suc qui entreront dans la racine ne laisseront pas d'être toujours les plus grossiers , & quand ils l'auront développée , & en auront élargi les pores au point qu'il y entrera des suc terrestres d'une certaine pesanteur , ces suc toujours plus pesans appesantissant toujours la racine de plus en plus la tireront en embas , & cela d'autant plus facilement , ou avec d'autant plus d'effet , qu'elle s'étendra ou s'allongera davantage , car le point de partage supposé étant conçu comme une espece de point fixe de levier , ils agiront par un plus long bras. Dans le même temps les suc volatils qui auront penetré la tige , tendront aussi à lui donner leur direction de bas en haut , & par la raison du levier , ils la lui donneront plus aisément de jour en jour , puisqu'elle s'allongera toujours de plus en plus. Ainsi la petite Plante tourne sur le point de partage immobile , jusqu'à ce qu'elle se soit entierement redressée.

Comme la racine à mesure qu'elle descend trouve tousjours dans la terre une grande résistance à son mouvement de haut en bas , & qu'au contraire la tige n'en trouve aucune à son mouvement de bas en haut , dès qu'elle a gagné l'air , on pourroit dire que delà vient que les tiges sont beaucoup plus perpendiculaires à l'horizon que les racines , qui même dans un grand nombre de Plantes s'étendent & se jettent presque horizontalement.

M. de la Hire appuie par des experiences la mechanique qu'il a imaginée pour le redressement des Plantes. Nous nous contentons de l'avoir exposée , sa simplicité seule est une preuve.



OBSERVATION

BOTANIQUE.

Monsieur de la Hire a souvent observé que dans le Printemps il tombe des feuilles des Orangers une espece de rosée tres-fine, qui s'attache sur ce qu'elle rencontre, par exemple, sur des morceaux de verre qu'on met sous ces Arbres, & s'y amasse en assés grosses gouttes. Il en tombe aussi des Citronniers. Il a voulu voir de quelle nature elle étoit. Il a jugé que ce n'étoit ni une matiere simplement aqueuse, parcequ'elle ne s'évaporoit point à l'air, ni une résine parcequ'elle se dissolvoit entierement par l'eau, ce que les résines ne font pas à cause de la quantité de leur huile, ni une gomme, parcequ'étant mise sur un papier elle ne s'y sechoit pas tout à fait comme les gommes ordinaires. Tout ce que cette rosée n'est pas, la consistance de Miel liquide qu'elle a sur les feuilles d'où elle sort, & un goût fort sucré, ont fait croire à M. de la Hire que c'est une espece de Manne, pareille à celle dont nous avons parlé cy-dessus *.

* p. 364.

Monsieur Marchand a donné les Descriptions du *Thlaspi semper virens*, & *florens*, de la *Linaria lutea vulgaris* f. B. de la *Facea lutea Cretica foliis Linariae*, du *Melocactus Americanus*, de la *Lychnis Sicula glabra Pseudo-Melanthii facie*, du *Papaver spinosum Mexicanum*, & de l'*Anonis purpurea frutescens non spinosa*.

Nous renvoyons entierement aux Memoires L'Ecrit de M. Reneaume sur la maniere de conserver les Grains.

Et celui de M. Geoffroy le jeune sur le Nostoch.

I iij

V. les M.

p. 63.

V. les M.

p. 228.

* p. 30.

Monsieur Jean Scheuchzer dont nous avons parlé cy-dessus * à l'occasion de sa Dissertation sur l'Origine des Montagnes, a aussi envoyé à l'Academie un Ouvrage de Botanique imprimé sous ce titre, *Agrostographia Helvetica Prodrömus, sistens binas Graminum Alpino-rum hactenus non descriptorum, & quorundam ambiguum Decades*. C'est un fruit de ce même voyage fait dans les Alpes, qui lui donna lieu de penser à la formation des Montagnes. Parmi toutes les Plantes dont celles-là sont couvertes, il s'attacha particulièrement à étudier les différentes especes de *Chien-dent* ou de *Gramen*, parcequ'il est persuadé que cette herbe la plus commune de toutes, & en apparence la plus vile, est en même temps la moins connue des Botanistes, & celle dont il est le plus difficile de démêler les différentes especes. Ce qu'il a donné sur ce sujet n'est, comme on le voit par le titre, qu'une partie détachée par avance d'un plus grand Ouvrage. Il a représenté & dans des descriptions tres-détaillées, & tres-exactes, & dans des planches fort bien gravées 16 especes de Chien-dent, 3 de Jonc, & 1 de Souchet. L'Academie se tient redevable à tous ceux qui, comme M^r Scheuchzer, veulent bien lui marquer leur ardeur pour l'avancement des Sciences, & la rendre témoin de leurs travaux.



ARITHMETIQUE.

* p. 71.

Monsieur Poignard, grand Chanoine de Bruxelles, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1705 * à l'occasion des Quarrés Magiques, & du Livre qu'il en a composé, a continué d'approfondir cette matiere, & d'instruire l'Academie des progrès qu'il y a faits. On lui avoit

demandé un moyen de carreler un petit Cabinet avec des Carreaux de 12 couleurs différentes, de façon qu'en tout un espace composé de 144 Carreaux il n'y eût aucune bande, soit horizontale, soit verticale, où un même Carreau fût repeté, & qu'en même temps ils fissent quelques compartimens agréables. On voit que cela tombe dans le cas que nous avons appelé dans l'Hist. de 1705, progressions arithmetiques repetées, mais que les compartimens y ajoutent une condition assez gênante. M. Poinard y a satisfait ingénieusement en disposant son Quarré magique de sorte que les mêmes Carreaux ou nombres fussent repetés dans une certaine étendue des Diagonales, ce qui donne au Quarré total une espece de figure d'Echiquier. Il a même élevé ce Problème à une plus grande difficulté en s'imposant de nouvelles conditions, qu'il remplit toujours avec beaucoup d'art. Mais nous ne nous y arrêterons pas, tout cela se peut tirer ou de la Méthode qu'il a donnée, ou de celle de M. de la Hire.



A L G E B R E.

SUR LA CONSTRUCTION

DES EGALITÉS.

ON ne s'apperoit que trop souvent en fait de Mathématique, que ce qui n'est pas démontré à toute rigueur, n'est point du tout prouvé, & qu'il n'y a aucune certitude, si elle n'est entière. V. les M.
p. 339.

Nous avons dit dans l'Hist. de 1705 *, & dans celle de 1707 * que pour construire une Equation déterminée d'un degré quelconque, on prend deux Equations indéterminées d'un degré inférieur, dont chacune exprime un Lieu, * p. 110. &
suiv.
* p. 73. &
suiv.

c'est à dire une ligne soit droite soit Courbe, & que les deux lieux étant tracés, leurs interseptions déterminent les points d'où il faut tirer sur un Axe commun des Appliquées qui représenteront les Racines de l'Equation déterminée. Autant qu'elle aura de racines réelles, autant il y aura de ces points d'interseccion, & par consequent de ces Appliquées, & si elle a des racines imaginaires, il manquera un pareil nombre de points d'interseccion, que les Lieux cependant auroient pû avoir par leur nature, & si toutes les racines sont imaginaires, les Lieux ne se couperont point. L'usage ordinaire est que l'on choisit arbitrairement un des deux Lieux, ou qu'on le suppose donné, après quoi l'autre se déduit, & se conclut, parcequ'il faut que tous deux ensemble rendent & recomposent l'Equation déterminée qu'ils doivent construire, ce qui impose une certaine nécessité au second. Cette récomposition de l'Equation déterminée par les deux Lieux a toujours passé pour une preuve suffisante de la verité de cette Regle, tres-ingenieusement imaginée par M. Descartes. En effet plus on la considere, plus elle persuade par une certaine convenance presque aussi forte qu'une nécessité absoluë.

Ce n'est pas cependant que quelques Geometres n'y eussent déjà senti des défauts, mais on étoit encore bien éloigné d'y en trouver autant qu'a fait M. Rolle. On n'en peut imaginer aucune qui n'y soit, & qu'il ne démontre par des exemples. Les deux Lieux peuvent avoir plus ou moins d'interseptions qu'il n'y a de racines réelles dans l'Equation qu'il faut construire; ils ne se coupent point du tout, quoiqu'il y ait des racines réelles; ils se coupent, quoiqu'il n'y en ait que d'imaginaires; ils se coupent & donnent des Appliquées qui ne sont point les racines de l'Equation. Il y a plus. On n'a jamais douté que les deux Lieux n'exprimassent chacun une ligne soit droite, soit Courbe, M. Rolle prétend qu'on se peut encore tromper à cette supposition si incontestable en apparence, que le Lieu soit choisi soit conclu peut n'être qu'imaginaire,

ginaire, & ce qui est encore plus surprenant, qu'il peut éant réel n'exprimer aucune Ligne.

Quoique les Geometres pussent assés legitiment avoir regret à la Regle de M. Descartes, ce seroit pourtant faire beaucoup pour eux que de les en desabuser si elle n'étoit pas vraie; mais M. Rolle fait quelque chose de mieux, il les en desabuse, & la leur conserve, c'est à dire qu'il lui ôte la trop grande étendue qu'on lui attribuoit, & d'où venoit sa fausseté, & qu'il la remet dans ses véritables bornes. Le lieu que l'on prend d'abord n'est point entierement arbitraire, il doit avoir de certaines conditions; il faut aussi sçavoir reconnoître si un Lieu, qu'on croyoit toujours réel, est réel ou imaginaire, & en cas qu'il soit réel, s'il exprime quelque ligne. Une démonstration *à priori* de la cause des erreurs que M. Rolle a marquées, & de la necessité des conditions qu'il demande, dépendroit d'une Theorie d'Algebre & fort nouvelle, & fort curieuse, & les grands progrès que l'on fait de jour en jour semblent promettre que l'on ira bien-tôt jusquelà.



GEOMETRIE.

SUR LES CONCHOIDES

EN GENERAL.

Quand le Corps de la Geometrie Elementaire eut été formé chés les Anciens, ils commencerent à tourner leurs recherches sur les Lignes Courbes, ils sentirent quel champ s'ouvroit à eux de ce côté-là, & quelle en étoit la fécondité. Delà vient qu'encore aujourd'hui le nom de quelques Courbes est ordinairement accompagné

V. les M.

P. 32.

de celui de leur Inventeur; on dit la Spirale d'Archimede, la Quadratrice de Dinostrate, la Cissoïde de Dioclès, la Conchoïde de Nicomede, & même la Parabole, l'Ellipse, & l'Hiperbole d'Apollonius, quand on veut dire qu'on ne prend ces Courbes que dans le premier degré, qui est celui pour lequel Apollonius Pergæus, qui n'en est pas l'Inventeur, les a caractérisées en leur donnant ces noms.

Aujourd'hui on a plus de Courbes, que l'on n'en sauroit nommer, car il en naît à chaque moment sous les pas des Geometres, & d'ailleurs on rend plus générales celles qui ont été connues des Anciens. C'est ce qu'a fait M. de la Hire sur la Conchoïde de Nicomede.

Soit une ligne droite indéfinie, qu'on appellera *base*. D'un point fixe quelconque, ou *pole* pris hors de cette ligne (on le prend ordinairement au-dessous) on lui tire une perpendiculaire, qui passe au-dessus de la base d'une quantité telle que l'on veut. On appellera *Mesure* la partie de cette perpendiculaire qui est au-dessus de la base. Ensuite si du pole on tire toujours à droite, ou toujours à gauche de la perpendiculaire des lignes, qui pareillement passent au-dessus de la base d'une quantité toujours égale à la mesure, il est évident qu'en s'éloignant toujours de la perpendiculaire, ces lignes, & par conséquent aussi leurs parties supérieures ou les mesures, feront toujours avec la base un plus petit angle, ou y seront plus inclinées, que par conséquent l'extrémité de chaque partie supérieure sera toujours moins élevée au-dessus de la base, que cependant ces extrémités toujours moins élevées, le seront toujours un peu, & ne pourront cesser de l'être que quand l'angle d'inclinaison sera infiniment petit, c'est à dire, quand une dernière ligne tirée du pole sera parallèle à la base, & se confondra avec elle, or c'est ce qui ne peut arriver à moins que cette ligne & la base ne soient en même temps infinies. Les extrémités supérieures de cette infinité de lignes tirées du pole sont donc les points d'une Courbe, qui commençant à l'extrémité de la perpendi-

culaire où elle est dans son plus grand éloignement de la base, s'en approche toujours ensuite de plus en plus, & ne peut la joindre qu'au bout d'un espace infini. Nicomede nomma cette Courbe *Conchoïde*, apparemment à cause de son contour, qui a quelque chose de la figure de l'écaille la plus voûtée d'une Huître, posée sur celle qui est la plus platte. Si au lieu que les lignes tirées du pôle par la base étoient toutes à la droite, par exemple, de la perpendiculaire, elles sont à la gauche, on formera une autre Conchoïde égale & semblable à la première, ou plutôt, la seconde moitié de la Conchoïde totale.

Pour rendre plus générale la formation de la Conchoïde, M. de la Hire prend pour base une Courbe quelconque, & il permet que la ligne tirée du pôle à la base, & celle qui va de la base à la Conchoïde, ne soient point une même ligne droite, mais fassent entr'elles un angle quelconque. Le pôle peut aussi être pris sur la base même, quand la base est une Courbe qui rentre en elle-même, comme un Cercle, ou une Ellipse. Enfin de toutes les conditions de la Conchoïde de Nicomede, M. de la Hire ne conserve que l'égalité perpétuelle des lignes tirées de la base à la Conchoïde, ou des mesures. Il appelle *regles* les lignes correspondantes tirées du pôle à la base. Il donne ensuite des méthodes générales pour trouver les Tangentes, les espaces, les longueurs des Conchoïdes ainsi formées.

Le point principal de sa Théorie, & en même temps ce qu'elle a de plus fin, consiste en ce qu'il a démêlé par quel mouvement se décrit un arc quelconque de la Conchoïde infiniment petit, & pour le faire mieux entendre, nous l'allons expliquer dans la Conchoïde de Nicomede, la plus simple de toutes.

Un arc de cette Conchoïde infiniment petit est décrit par l'extrémité supérieure d'une mesure, qui passe d'un point de la base sur un autre infiniment proche, & en même temps devient plus inclinée qu'elle ne l'étoit auparavant. Si elle ne faisoit que passer d'un point de la base sur

un autre, elle ne décriroit par son extrémité supérieure qu'une ligne droite parallèle & égale à la partie correspondante de la base. Si elle ne faisoit que s'incliner davantage, elle ne décriroit qu'un arc circulaire infiniment petit, qui mesureroit son augmentation d'inclinaison. Mais comme elle fait ces deux mouvemens en même temps, elle décrit une ligne composée des deux. Il faut donc tirer par son extrémité supérieure une ligne infiniment petite parallèle à la base, ensuite prendre pour centre le point de la base sur lequel la mesure s'est avancée, & de cette mesure prise pour rayon décrire un arc circulaire infiniment petit, qui est, si l'on veut, une petite ligne droite, mais inclinée à la base. La position de la mesure sur la base détermine nécessairement l'angle que font ensemble ces deux petites lignes. La soutendante de cet angle est la ligne infiniment petite du mouvement composé de la mesure, ou un arc Conchoïdal infiniment petit.

On peut pousser encore cette idée plus loin, en considérant de plus près les deux *Elemens* du petit arc Conchoïdal. Que l'on conçoive la base divisée en parties infiniment petites toutes égales entr'elles, & par tous les points de division des lignes tirées du pôle à la Conchoïde. Il est clair que deux quelconques d'entre ces lignes, pourvu qu'elles soient consecutives, feront entr'elles au pôle un angle infiniment petit, puisque la soutendante en sera infiniment petite. Il est clair encore que ces angles, quoiqu'infiniment petits, seront tous inégaux entr'eux, & iront en décroissant, à mesure que les lignes tirées du pôle à la Conchoïde s'éloigneront de la perpendiculaire, qui est la première de toute cette suite de lignes, car en s'éloignant de cette perpendiculaire les lignes tirées du pôle à la base seront toujours plus longues, & seront par conséquent de plus grands rayons de cercles, pour des angles qui n'auront toujours qu'une soutendante égale. Enfin il est clair que chacun de ces angles-là sera égal à l'angle correspondant, dont la mesure augmentera son

inclinaison sur la base. Delà il suit, dans cette supposition de la base divisée en parties infiniment petites égales, que les deux Elemens dont un petit arc Conchoïdal est formé, le droit est toujours égal, & le circulaire toujours décroissant depuis l'origine de la Courbe, & qu'en cela consiste la variation perpetuelle de cet arc.

A l'origine de la Conchoïde, où la mesure est perpendiculaire à la base, l'Element circulaire lui est nécessairement parallele, aussi-bien que le droit qui l'est toujours, par conséquent ils sont posés bout à bout en ligne droite, & font entr'eux un angle de 180, & l'arc Conchoïdal, qui est toujours la soutendante de leur angle, est égal à leur somme, & parallele à la base. D'un autre côté, à l'extrémité de la Courbe, l'Element circulaire, qui a toujours décrû, devient nul, ou, ce qui est la même chose, un infiniment petit du second genre, & alors il ne reste que l'Element droit, qui est la dernière partie de la base, d'où il suit que l'arc Conchoïdal n'est plus que cette dernière partie infiniment petite de la base, ou, ce qui est la même chose, que la Conchoïde à son extrémité infiniment éloignée de son origine devient parallele à sa base, ou plutôt se confond avec elle, ou enfin que la base en est la Tangente.

Les Tangentes ne se peuvent appliquer aux Courbes que par leur convexité; par conséquent, puisque la Conchoïde à son origine est parallele à la base, elle a sa Tangente à ce point du côté opposé à la base, ou, ce qui est le même, elle est concave du côté de la base, & puisqu'à son extrémité la base est sa Tangente, elle est alors convexe du côté de cette même base. Donc la Conchoïde de concave qu'elle étoit à son origine, devient convexe à son extrémité, & par la Loi générale des Courbes, il faut qu'elle ait un point moyen où elle passe de la concavité à la convexité, c'est à dire, un point d'*inflexion*, ou de *recourbement*.

Après que les deux Elemens ont fait entr'eux un angle de 180 à l'origine de la Courbe, ils viennent à en faire un

de 90 à l'extrémité, car l'Element circulaire est toujours perpendiculaire à la mesure, qui est son rayon, & alors la mesure est confondue avec la base, ou avec l'Element droit, qui en est la dernière partie infiniment petite. Quoique l'Element circulaire soit alors nul par rapport au droit, la position qu'ils ont l'un par rapport à l'autre n'en est pas moins réelle. L'angle des deux Elemens va donc toujours en décroissant depuis 180 jusqu'à 90, tandis que la grandeur de l'Element circulaire décroît toujours aussi jusqu'à zero.

L'arc Conchoïdal diminue toujours pareillement depuis l'origine de la Courbe jusqu'à l'extrémité, puisqu'à l'origine il est égal à la somme des deux Elemens, & qu'à l'extrémité il n'est plus que l'Element droit. Il diminue par deux principes, & parceque l'angle des deux Elemens dont il est la soutendante décroît toujours, & parceque l'Element circulaire décroît aussi, car il est visible que la Diagonale d'un Parallelogramme décroît, soit que l'angle, dont elle est la soutendante, décroisse, les côtés demeurant les mêmes, soit que, l'angle demeurant le même, un des côtés décroisse.

La Theorie de la Conchoïde de Nicomede bien entendue peut donner beaucoup de facilité pour d'autres Conchoïdes, par exemple, pour celle dont la base seroit une Parabole, & le pole le foyer de cette Parabole, ou pour celle dont la base seroit un Cercle, & le pole l'extrémité d'un de ses diametres. Cette dernière a été appelée le *Limaçon de M. Pascal*. Il est clair qu'on en peut imaginer une infinité d'autres sans sortir des conditions que M. de la Hire prescrit, mais il forme toujours son petit arc Conchoïdal de deux Elemens, dont l'un est égal & parallèle à une partie infiniment petite de la base quelconque, & l'autre est un arc circulaire dont la mesure est le rayon, & delà il tire toujours les longueurs & les espaces des Conchoïdes.

Elles n'ont pas toutes des points d'inflexion, comme celle de Nicomede. M. de la Hire démontre que dans

celles qui en ont un, on peut toujours, en le trouvant par les methodes générales, trouver la longueur de la mesure, qui a servi à former la Conchoïde, & par conséquent comme celle de Nicomede a un point d'inflexion, on peut toujours trouver la longueur de sa mesure, lorsqu'elle est inconnue, car il est évident qu'avec un même pole, une même base, & une même distance du pole à la base, cette Conchoïde peut avoir une infinité de mesures différentes, ou plutôt que ce seront autant de différentes Conchoïdes d'une même espece.

Plus la mesure d'une Conchoïde de Nicomede est petite, plus la Conchoïde devient convexe près de son origine, ou, ce qui revient au même, s'il y a une infinité de Conchoïdes décrites sur un même pole, & sur une même base droite, mais sur autant de mesures différentes toujours plus petites, leurs points d'inflexion iront toujours en s'approchant de l'origine commune de ces Conchoïdes, & M. de la Hire prouve que la suite de ces points formera une Courbe, qui sera une seconde Parabole cubique.

Encore une remarque importante de M. de la Hire sur ce sujet, c'est que la regle & la mesure étant posées directement, les Conchoïdes sont toujours geometriques, pourvu que leurs bases le soient aussi. De là vient que la Conchoïde de Nicomede est geometrique. Cette propriété des Conchoïdes répond à celle des Roulettes, que nous avons rapportée dans l'Hist. de 1707*.

* p. 66.



SUR LA RECTIFICATION DES ROULETTES,

*Dont la Génératrice est un Cercle, & la Base un autre
Cercle quelconque.*

v. les M.
p. 86.

* p. 63. &
suiv.

* p. 84.

C'Est ici une dépendance de la Theorie générale de M. Nicole sur les Roulettes, rapportée dans l'Hist. de 1707 *. Nous avons dit dans celle de 1701 * en quoi consiste l'art général de rectifier les Courbes. On prend par le système des Infiniment petits l'expression algebrique d'un arc infiniment petit ou Element de la Courbe proposée, qui n'est qu'une petite ligne droite, si cette expression qui est differentielle se peut integrer, c'est à dire, si on peut trouver la somme finie, dont la petite ligne droite qu'elle represente est un terme infiniment petit, on a une somme d'une infinité de petites lignes droites, égale par consequent à une ligne droite finie, & en même temps à un arc fini de la Courbe, ou, ce qui est la même chose, la Courbe est rectifiée.

M. Nicole n'entreprend ici de rectifier que les Roulettes, dont la Génératrice est un Cercle, & la Base un autre Cercle quelconque, & quoique cette espece de Roulettes soit assés limitée, elle ne laisse pas de comprendre une infinité d'especes. Car, 1°. le rapport des deux Cercles, dont l'un est la Génératrice, & l'autre la Base, n'est point déterminé, & il entre dans cette recherche, jusqu'à la Cycloïde ordinaire, qui a pour base un Cercle infini, ou une ligne droite. 2°. La position du point décrivant sur le plan infini du Cercle générateur n'étant point déterminée non-plus, deux Cercles déterminés, l'un pris pour génératrice, l'autre pour base, peuvent toujours produire une infinité de Roulettes.

L'expression de l'Element de cette Roulette générale
étant

étant trouvée, l'intégration conduit M. Nicole à une Ellipse, dont les deux axes sont deux lignes connues, & qui est telle qu'un arc quelconque du quart de cette Ellipse, est toujours à l'arc correspondant de la Roulette générale, ou le quart de l'Ellipse à la Roulette entière, comme le rayon du Cercle base, à ce même rayon plus celui du Cercle générateur.

On auroit donc la rectification de la Roulette générale par celle de l'Ellipse, si l'Ellipse étoit rectifiable, mais comme elle ne l'est pas, on a du moins, comme par une espèce de supplément, le rapport des longueurs de deux Courbes non rectifiables exprimé par deux lignes droites. Cette rectification avoit déjà été démontrée en 1695, par M. Varignon, qui avoit pris une autre route.

Si dans quelque cas particulier de la Théorie générale, l'Ellipse peut devenir ligne droite, il est clair que la Roulette de ce cas-là sera rectifiable. Or c'est ce qui arrive, quand on place le point décrivant sur la circonférence du Cercle générateur. Alors on voit que le petit axe de l'Ellipse devient nul, le grand demeurant le même, & par conséquent l'Ellipse n'est plus qu'une ligne droite, égale à ce grand axe. Alors aussi la Roulette est *simple*, & delà il suit que de toutes les Roulettes produites par deux Cercles quelconques, il n'y a que les simples qui soient rectifiables, & que les *allongées* ou *accourcies* * ne le sont pas.

* V. l'Hist. de 1706. P. 74. & 75.

La Cycloïde ordinaire étant du nombre de ces Roulettes simples, elle doit donc être rectifiable, & en effet il y a long-temps que l'on sçait qu'elle l'est. Dans les suppositions présentes, elle est égale au grand axe de cette Ellipse qui a dégénéré en ligne droite, & ce grand axe est égal à 4 fois le rayon du Cercle générateur.



SUR LES COURBES À L'INFINI

Produites par le mouvement d'une ligne droite, qui passe toujours par un point fixe, & parcourt par une de ses extrémités une ligne quelconque.

V. les M.
p. 197.

Nous avons déjà rapporté tant d'exemples de Courbes, soit anciennes, soit modernes, rendues infiniment plus générales par les derniers Geometres, qu'il n'est plus question de relever sur cela, ni leur industrie, ni leur amour pour les difficultés. Il est vrai que le nouveau Calcul qu'ils ont en main les met en état de tout entreprendre.

* p. 56. &
suiv.

M. Carré dans les Memoires de 1705 * a examiné une Courbe qui se forme ainsi. On prend pour un point fixe l'extrémité du diametre d'un demi-Cercle, ou, pour se faire une image plus sensible, on conçoit à cette extrémité un anneau infiniment petit. Le diametre se meut, & parcourt par une de ses extrémités la circonference du demi-cercle, mais il passe toujours par l'anneau, de sorte que son autre extrémité décrit necessairement une certaine Courbe. Si ce diametre, comme il est naturel de le supposer, commence à parcourir le demi-Cercle par son extrémité opposée à l'anneau, sa partie *parcourante*, que je conte d'un point quelconque du demi-Cercle jusqu'à l'anneau, décroît toujours, & sa partie *décrivante* que je conte depuis l'anneau jusqu'à la Courbe qui s'engendre, croît toujours.

M. de Reaumur a élevé cette Courbe à une généralité infiniment plus grande, en supposant au lieu du demi-Cercle parcouru une ligne quelconque droite ou Courbe, & en laissant la liberté de placer le point fixe où l'on voudra. La formation de la Courbe générale de M. de Reau-

mur a quelque rapport à celle de la Conchoïde générale rapportée cy-dessus *. Mais dans celle-ci la ligne droite * p 73. qui parcourt une ligne & en décrit une autre, part toujours d'un point fixe, & varie de grandeur; dans l'autre, la ligne droite qui fait la même fonction, ne fait que passer toujours par un point fixe, & demeure la même.

Cette génération supposée, il est visible que la partie décrivante de la ligne droite est toujours l'hipotenuse d'un triangle rectangle, dont les deux autres côtés sont l'Abscisse & l'Ordonnée correspondante de la Courbe qui se produit. Cela seul fait l'Equation générale dont M. de Reaumur a besoin, & il est certain qu'il ne peut y en avoir une plus simple. Quand on spécifie ensuite la ligne *parcourue* ou *génératrice*, & qu'on détermine le point fixe, la partie parcourante de la ligne droite, & par conséquent aussi la décrivante, tirent delà une spécification, qui détermine la Courbe produite.

M. de Reaumur applique sa Formule générale à 5 hypothèses différentes; il prend successivement pour la ligne parcourue, la ligne droite, les 3 Sections Coniques, & la Spirale générale, que nous avons expliquée dans l'Hist. de 1704 *. Nous ne pouvons le suivre dans le détail purement geometrique, & fort exact, où il entre sur les Courbes produites; il en donne les Tangentes, les plus grandes ou plus petites Ordonnées, les plus considerables positions par rapport aux Axes, les differens Rameaux, les Quadratures, &c. ce qui demande beaucoup de Calcul différentiel, & même d'Integral. Nous ferons seulement ici deux remarques. * p. 47. & suiv.

1°. Quand la Courbe parcourue est une Ellipse, & que la ligne droite qui la parcourt est son grand Axe, il est bien aisé de changer cette Ellipse en Cercle, & alors on retombe dans la seule hypothèse que M. Carré ait examinée. La Courbe qui en naît est une Epicycloïde, dont la génératrice & la base seroient deux Cercles égaux, de sorte que la génération des Courbes de M. de Reaumur, quoiqu'assés différente en général de celle des Roulettes,

revient pourtant au même en ce cas-là.

2°. Quelque espece particuliere de la Spirale générale que soit la Courbe parcourüe, celle qui en naît est toujours la même Spirale. Après ce que nous avons dit de la Spirale Logarithmique dans l'Hist. de 1705 *, il semble que ce soit-là une destinée attachée aux Spirales.

* p. 145.

SUR UNE NOUVELLE PROPRIETE DE LA CYCLOÏDE.

IL semble aussi qu'une destinée particuliere attachée à la Cycloïde, comme nous l'avons déjà dit ailleurs, lui donne préférentiellement aux autres Courbes, un plus grand nombre de propriétés remarquables. On sçavoit qu'elle se reproduit elle-même par le développement, que ses arcs inégaux sont toujours parcourus en temps égaux par un Pendule, qu'elle est la Courbe de la plus vite Descente*; après tout cela, M. Parent lui a trouvé encore cette propriété nouvelle & singuliere, qu'un Corps qui la décrit ou la suit, en tombant librement & par son propre poids, la presse toujours également dans chacun de ses points.

v. les M.
p. 224.

* v. l'Hist.
de 1699. p.
66. & 67.

Après la démonstration de M. Parent, qui convainc tous les Geometres, M. Saurin fit reflexion qu'il falloit bien se garder de confondre ce Problème avec un autre qu'a résolu feu M. le Marquis de l'Hôpital, & qui cependant pourroit être pris pour le même. Il fut énoncé en ces termes dans l'Hist. de 1700 *. *Trouver dans un plan vertical une ligne Courbe, telle qu'un Corps qui la décrirait descendant librement, & par son propre poids, la pressât toujours dans chacun de ses points, avec une force égale à sa pesanteur absoluë.* M. de l'Hôpital trouva une Ligne toute différente de la Cycloïde, & si différente qu'elle étoit geometrique, au lieu que la Cycloïde est mechanique,

* p. 78.

& par conséquent si les deux Questions étoient la même, l'une ou l'autre Solution seroit bien fausse. Or elles sont vraies toutes deux. La différence des Problèmes ne vient point de ce que dans le second la force égale, qui presse la Courbe, doit être égale à la pesanteur absolue du Corps. On peut retrancher cette condition sans rien changer à ce Problème, il suffit que la force qui presse soit toujours égale. La différence est beaucoup plus délicate, quoique très-réelle, & vient d'une source plus éloignée, où nous allons tâcher de remonter sur les pas de M. Saurin. Nous y trouverons en même temps les premiers principes de la démonstration de M. Parent.

Un Corps pesant, qui tombe librement en suivant une Courbure concave, la presse & par son poids, & par sa force centrifuge, & la presse à un point quelconque selon que ces deux causes agissent plus ou moins. Ce poids agit d'autant plus, que l'Element infiniment petit de la Courbe sur lequel il est posé en cet instant, est plus incliné à l'Horizon, & n'agit jamais entier que quand cet Element est infiniment incliné, ou horizontal. La force Centrifuge agit d'autant plus que la vitesse du Corps en cet instant est plus grande, & que le Rayon de la Développée de la Courbe à ce point est plus petit. Ces principes ont été expliqués ailleurs plus au long *. La pesanteur, & la force Centrifuge, toutes deux ayant une action inégale, sont donc tout ce qui compose la force du Corps qui presse la Courbe.

* V. l'Essai
de 1700. p.
78. 79. &
80. & celle
de 1706. p.
60.

D'un autre côté, un Corps en mouvement qui presse un plan le presse d'autant moins qu'il se meut plus vite, parcequ'il s'y applique d'autant moins de temps, & que le nombre des percussions réitérées de sa pression est plus petit. On a vu quelquefois la Rouë d'un Carosse passer sur le bras d'un Homme sans le casser, parceque le Carosse alloit fort vite, & il y a d'autres exemples de grandes forces qui n'agissent point faute d'un temps suffisant. Le Corps qui tombe selon la Courbe la presse donc d'autant moins, ou, ce qui est la même chose, y fait d'autant

moins d'*impression* qu'il se meut plus vite.

On voit par-là combien ce sont deux choses différentes, que la force qui presse la Courbe, & l'impression faite sur la Courbe, non que l'impression ne soit d'autant plus grande que la force l'est aussi, mais elle ajoute à cela d'être d'autant plus grande que la Vitesse est plus petite. En un mot, elle suit en même temps la raison droite de la Force, & la raison renversée de la Vitesse, ou, ce qui est la même chose, est composée de ces deux raisons.

La Courbe, que M. de l'Hôpital a trouvée, devoit être pressée en toutes ses parties par une Force toujours égale à la pesanteur absolue du Corps, c'est à dire que les actions variables de la pesanteur & de la Force centrifuge devoient faire une somme toujours égale au poids absolu. Aussi voit-on qu'à l'origine de cette Courbe la Force centrifuge est double de la pesanteur absolue, qui tire alors selon une direction entièrement opposée à la sienne, & agit toute entière, d'où il suit que la moitié de l'action de la Force centrifuge est détruite, & que ce qu'il en reste n'est qu'égal à la pesanteur absolue. Ensuite jusqu'à un certain point, la Force centrifuge, quoiqu'elle diminue toujours, est toujours plus grande que la pesanteur absolue, mais son action est détruite en partie par celle de cette pesanteur qui tire obliquement contre elle, & l'est précisément autant qu'il faut pour conserver l'égalité essentielle à la Courbe. Il vient un point où la Force centrifuge n'est qu'égale à la pesanteur absolue, mais alors cette pesanteur n'a nulle action pour presser la Courbe, parcequ'elle ne tire que parallèlement à ce petit côté de la Courbe. Après cela, jusqu'à l'extrémité de la Courbe, qui s'étend à l'infini, la Force centrifuge, toujours moindre que la pesanteur absolue, est toujours aidée précisément autant qu'il le faut par l'action de cette pesanteur, qui tire en même sens qu'elle, & se fortifie toujours, jusqu'à ce qu'enfin à l'extrémité de la Courbe, la Force centrifuge devienne nulle, & alors la pesanteur absolue agit toute entière. Mais depuis l'origine de la Courbe jusqu'à

son extrémité infiniment éloignée, la hauteur d'où le Corps tombe, & par conséquent sa vitesse augmente toujours, jusqu'à devenir enfin infinie, ce qui fait que la Courbe toujours pressée par une force égale, l'est toujours moins, & enfin infiniment peu. En effet un Corps qui se meut infiniment vite sur un plan, n'y peut faire qu'une impression infiniment petite.

Comme il est nécessaire que la vitesse d'un Corps, qui tombe le long d'une Courbe, augmente toujours à chaque point, & que de ce chef la Courbe depuis son origine soit toujours moins pressée, il est clair que si l'on veut qu'elle le soit toujours également, la force, c'est à dire, la Force centrifuge & l'action de la pesanteur prises ensemble, doivent toujours augmenter en même raison que la vitesse du Corps. M. Parent a démontré qu'elles croissent selon cette proportion dans la Cycloïde, & par conséquent elle est la Courbe toujours également pressée, quoique par une force toujours plus grande, au lieu que la Courbe de M. de l'Hôpital est toujours moins pressée par une force toujours égale.

M. Parent a remarqué que dans la Cycloïde, non-seulement la somme de l'action de la pesanteur, & de la Force centrifuge est toujours proportionnée à la vitesse, mais que les deux quantités, dont cette somme est formée, sont toujours égales entr'elles. Quand le Corps qui tombe est arrivé au dernier petit arc de la Cycloïde, la pesanteur y agit toute entière, parceque cet arc est horizontal, & par conséquent la Force centrifuge est alors égale à la pesanteur absoluë, & la force totale double de cette pesanteur. Comme la vitesse n'est alors que finie, l'impression faite sur la Courbe est finie aussi.

Puisque l'impression faite sur la Cycloïde est par tout égale, il faut donc qu'elle soit finie dès l'origine de la Cycloïde, cependant on y trouve & la Force centrifuge, & l'action de la pesanteur infiniment petites, & il paroît d'abord paradoxe qu'une force infiniment petite puisse faire une impression finie. Mais ce qui résout la difficulté, &

peut-être est-ce encore un paradoxe qu'elle puisse être résolue par là, c'est que la vitesse est alors infiniment petite. Si, comme nous l'avons dit, une force finie avec une vitesse infinie ne fait qu'une impression infiniment petite sur un plan, une force infiniment petite avec une vitesse infiniment petite fera une impression finie. Car si dans le premier cas la promptitude infinie du passage de la force sur le plan, abaisse l'impression qu'elle y fait infiniment au-dessous du genre dont est la force, il faut que dans le second la lenteur infinie du passage élève l'impression infiniment au-dessus du genre dont est la force. On trouvera la même chose par un calcul d'une ligne, en supposant, comme nous l'avons dit, que les impressions suivent la raison droite des forces, & la raison renversée des vitesses.

En transportant au Cercle les principes qui servent à trouver les impressions faites sur la Cycloïde, M. Saurin a démontré que dans le Cercle la force totale croît comme les quarrés des vitesses, & par conséquent selon une plus grande proportion que dans la Cycloïde, d'où il suit que l'impression faite sur la Cycloïde étant par tout la même, elle doit toujours croître dans le Cercle. Si un Corps tombe dans un quart de Cercle décrit sur un rayon double de celui du Cercle générateur d'une Cycloïde, il aura toujours à un point quelconque du quart de Cercle la même vitesse qu'il auroit eue au point correspondant de la Cycloïde, & M^r Saurin & Parent ont remarqué que l'impression sur le dernier petit arc de la Cycloïde seroit à l'impression sur le dernier petit arc de Cercle, comme 2 à 3. Tout cela, ainsi que M. Saurin le fit voir, n'est qu'une suite de la Solution de M. de l'Hôpital. En substituant dans son Problème l'impression au lieu de la force, on trouve aussi-tôt les propriétés de la Cycloïde & du Cercle par rapport à cette impression, & on trouvera aussi celles de telle autre Courbe qu'on voudra.

SUR UNE METHODE

DE DECRIRE DE GRANDS ARCS

DE SECTIONS CONIQUES.

Lorsque dans l'Architecture deux *Piedroits* paralleles v. les M.
p. 229. l'entr'eux, ou inclinés l'un à l'autre, ce qui arrive souvent dans les fortifications à cause des grands talus, & des biais, doivent porter une Voute d'une courbure quelconque, mais dont la hauteur ne doit pas passer une certaine ligne que l'on aura déterminée; si l'on demande à un Architecte que cette Voute soit un arc de Section Conique, il doit sur ce qui lui est donné trouver le centre de la Section, si elle en peut avoir un, & l'espece dont elle est, car les deux Piedroits sont toujours deux Tangentes de l'arc aux points où ils lui donnent naissance, & la ligne qui détermine la hauteur de la Voute est une autre Tangente. Mais comme il arrive en plusieurs cas que le centre de la Section en est si éloigné, que l'Architecte ne le peut marquer sur le Mur où il fait son *trait*, s'il n'a que la direction ou la position d'un diametre, c'est à dire, d'une ligne qui passeroit par ce centre, il lui sera alors plus difficile de décrire la Courbe, & de la décrire exactement.

M. de la Hire donne pour cette description une Methode tres-simple, fondée sur les propriétés qu'il a démontrées dans son *Traité des Sections Coniques* imprimé en 1687 in-fol. Il tire d'abord un second diametre qui par sa position à l'égard du premier, & par le point où il concourt avec lui soit au-dessus, soit au-dessous de la Section Conique, détermine de quelle espece elle est, après quoi on en trouve les points. Le prix d'une Methode geometrique augmente à proportion qu'elle demande moins de choses connues, & quelle semble deviner davantage.



ASTRONOMIE.

SUR LE RETOUR D'UNE TACHE DE JUPITER.

v. les M.
p. 235.

LA révolution de Jupiter sur son axe en 10 heures, moins quelques minutes, a été découverte & déterminée par le mouvement d'une Tache assez considérable que M. Cassini commença d'appercevoir sur le disque de cette Planete en 1665. Il continua de la voir pendant près de 2 ans, & elle lui parut fixe pendant tout ce temps-là, de sorte que & par sa grandeur, & par son adhérence au disque de Jupiter, & par le grand nombre de ses révolutions, elle eut toutes les conditions nécessaires pour donner sûrement le temps de la révolution de Jupiter sur son axe. Sa figure & sa situation par rapport aux Bandes parallèles qui paroissent dans Jupiter, furent tres-exactement remarquées.

Elle disparut entierement en 1667, & ne reparut qu'en 1672, après quoi elle fut visible pendant près de 3 ans; enfin, pour abreger cette histoire, depuis 1665 jusqu'en 1708 elle a paru 8 fois, la plus longue apparition a été de 3 ans, le plus long intervalle pendant lequel elle ait été invisible, a été de 14, & c'est le dernier de tous, au bout duquel M. Maraldi la revit au mois d'Avril de cette année. Il ne paroît dans tout cela aucune regularité, aucune proportion entre les temps où elle paroît, & ne paroît plus, seulement elle est reguliere en ce que quand elle reparoit, c'est précisément au même endroit du disque de Jupiter où elle devoit être par la révolution de 10 heures, supposé qu'elle fût permanente & fixe, car quoique la dernière fois qu'elle a paru, elle ait été de la

valeur de 2 heures moins avancée sur le disque de Jupiter qu'elle n'eût dû être par la révolution de 10 heures, cette différence peut n'être comptée pour rien, puisque, selon le calcul de M. Maraldi, une erreur d' $\frac{1}{2}$ de seconde dans la révolution de 10 heures, erreur presque absolument inévitable, produira plus de 2 heures $\frac{1}{2}$ en 43 ans, intervalle des deux apparitions de 1665 & de 1708.

Le diametre apparent de cette Tache est au moins la 17^{me} partie du diametre apparent de Jupiter, & par conséquent son diametre n'est pas d'une moitié entiere plus petit que celui de la Terre, qui en est la 10^{me} partie.

La difficulté est de sçavoir si les retours de cette Tache tiennent à quelque chose de connu, soit qu'ils y tiennent comme à une cause, ou simplement comme à une circonstance, qui les accompagne toujours, & si ce Phenomene a rapport à quelque autre Phenomene qu'on ait observé dans l'Univers.

Si les retours de la Tache se faisoient toujours ou dans l'Aphelie, ou dans le Perihelie, ou enfin dans quelque autre distance déterminée de Jupiter au Soleil, on pourroit croire qu'elle dépendroit de quelque saison de Jupiter, comme les Nèges qui couvrent sur la Terre de grands Païs à la fois, & qui de loin en changeroient l'apparence, dépendent de la saison de l'Hiver. Cependant, à considérer la chose d'un peu plus près, les différentes distances de la Terre au Soleil sur l'Excentrique qu'elle parcourt n'ont aucun rapport aux saisons, & l'Aphelie de la Terre qui est présentement en Eté sera un jour en Hiver, sans qu'il arrive d'autre changement. D'ailleurs l'axe de la révolution journaliere de Jupiter est presque perpendiculaire à son Orbite, au lieu que celui de la Terre est considérablement incliné à l'Ecliptique, & delà il suit nécessairement qu'il y a dans Jupiter un Equinoxe perpétuel, & tres-peu de variation de saisons. Mais enfin, ce qui décide absolument, M. Maraldi remarque par une suite d'observations de 43 ans, que les retours de la Tache n'ont aucun rapport aux différentes distances de Jupiter au Soleil.

Le Soleil a aussi des Taches, & quoique le Soleil & les Planetes, & par conséquent aussi leurs Taches, semblent devoir être d'une nature tres-differente, on ne laisse pas d'examiner si elles n'auroient point quelque ressemblance, plutôt que de rien negliger. Nous avons dit dans l'Hist. de 1707 * que les Taches qui paroissent en si grande quantité dans le Soleil sont presque toutes dans son Hemisphere meridional. Celle de Jupiter dont il s'agit ici est pareillement dans l'hemiisphere meridional de cette Planete, adhérente à une des Bandes qu'on y distingue, & même de toutes les Taches differentes de celle-cy qui ont paru en grand nombre dans Jupiter depuis 40 ans, il y en a eu beaucoup plus dans ce même hemisphere que dans l'autre. En général elles ont jusqu'ici des deux côtés de l'Equateur de Jupiter une Zone d'une certaine largeur qui leur est affectée, & qui s'étend plus vers le Midi que vers le Septentrion. Mais d'ailleurs il s'en faut bien que les Taches du Soleil soient aussi durables que celles de Jupiter. On n'en a point vû dans le Soleil depuis 40 ans qui ayent fait plus de 3 révolutions, & celle de Jupiter dont nous parlons en fit plus de 2500 pendant les 3 années qu'elle fut visible.

Ce qu'il y a de plus vrai-semblable, c'est qu'elle dépend de la Bande à laquelle elle paroît adhérente. Toutes les Bandes de Jupiter, ainsi que nous l'avons dit dans l'Hist. de 1699 *, sont sujettes à de grands changemens; on n'a pas toujours vû la Tache quand sa Bande a paru, mais jamais on n'a vû la Tache sans sa Bande. Ainsi si ces Bandes ont quelque rapport à des Mers qui couvriroient & découvroient alternativement de grands Païs, tantôt se joindroient, tantôt se sépareroient, la Tache est un Golphe peut-être aussi grand que nôtre Océan, & ce Golphe immense est quelquefois plein, & quelquefois à sec. Mais n'est-il point trop temeraire de vouloir deviner de si loin? C'est une assez grande gloire pour l'industrie humaine d'appercevoir seulement quelque chose à cette énorme distance.

SUR UN GLOBE CELESTE

CONSTRUIT PAR RAPPORT

AU MOUVEMENT DES ETOILES FIXES.

EUdoxe, disciple de Platon, ayant conçu de quelle importance étoit pour l'Astronomie la connoissance exacte de la position des Etoiles fixes dans le Ciel, puisqu'on rapportoit tous les mouvemens célestes à ces termes immobiles, en fit une Description, qui depuis servit de fondement au Poëme astronomique, qu'Aratus intitula les *Phenomenes*. La Description d'Eudoxe eut une utilité qu'il n'avoit pas prévuë, elle servit à reconnoître que les Etoiles fixes ne l'étoient point. Hipparque qui vint 200 ans après lui ne les trouva plus dans les positions qu'il avoit déterminées, & par l'examen qu'il fit du changement qui étoit arrivé, il vit que les fixes devoient avoir un mouvement d'Occident en Orient sur les poles de l'Ecliptique, & détermina ce mouvement d'un degré en 100 ans; c'est à dire, par exemple, qu'une Etoile qui en un certain temps marqué auroit été placée à l'intersection de l'Equateur & de l'Ecliptique, devoit être au bout de 100 ans plus avancée d'un degré vers l'Orient, placée encore sur l'Ecliptique, mais non-plus sur l'Equateur, puisqu'un mouvement qui se fait sur les poles de l'Ecliptique ne change pas les distances par rapport à ce Cercle, mais seulement par rapport aux Cercles qui ne lui sont pas parallèles.

Cette étoile supposée s'étant avancée vers l'Orient, elle avoit laissé derrière elle à l'Occident l'intersection de l'Equateur & de l'Ecliptique, & par conséquent le Soleil arrivoit à cette intersection & faisoit l'Equinoxe, avant que d'arriver à l'Etoile où s'étoit fait l'Equinoxe 100 ans auparavant. C'est-là ce qu'on appelle l'*anticipation* ou la *précession des Equinoxes*. Hipparque en avoit composé un

Environ 350 ans après lui, Ptolomée adopta son hypothese, mais on a trouvé dans la suite qu'ils faisoient le mouvement des fixes trop lent, & M. Cassini prenant un milieu entre toutes les observations & tous les calculs qu'il en a pû comparer, le détermine à 1 degré en 70 ans. La révolution entiere est donc de 25200 ans.

Dans le système de Copernic, ce mouvement n'est qu'une apparence, & l'on doit avouer que selon la Phisique il n'y a guere de vrai-semblance qu'il soit réel, c'est à dire que cette multitude infinie de grands Corps lumineux, qui sont les fixes, suspendus à des distances immenses de la Terre, & apparemment fort inégales entr'elles, ayent tous sans exception un mouvement regulier qui se rapporte à la Terre, ou, ce qui est la même chose, à son Ecliptique, qui n'est faite que pour elle seule. Car pourquoy ne se rapporteroit-il pas aussi-tôt à l'Ecliptique de quelque autre Planete, ou, pour dire encore mieux, pourquoy se rapporteroit-il à l'Ecliptique de quelqu'une de nos Planetes? La Terre, & même tout le Tourbillon du Soleil, infiniment plus grand qu'elle, est trop peu de chose dans l'Univers, pour donner le branle à un si prodigieux mouvement.

Les Coperniciens imaginent que l'axe du mouvement journalier de la Terre est toujours incliné de 23 degrés $\frac{1}{2}$ sur le plan de l'Ecliptique, qui est son Orbite autour du Soleil, ou, ce qui est la même chose, que l'axe de l'Equateur de la Terre fait toujours un angle de 23 degrés $\frac{1}{2}$ avec l'axe de l'Ecliptique, qui est necessairement perpendiculaire au plan de l'Ecliptique. Imaginons ces deux Axes prolongés jusqu'au Ciel des fixes; l'un y déterminera un point qui sera le pole de l'Ecliptique de la Terre, & l'autre un point éloigné de 23 degrés $\frac{1}{2}$, qui sera le pole de nôtre Equateur. Ces deux poles déterminés donnent necessairement leurs Cercles, qui en sont distans de toutes parts de 90 degrés, & par consequent on sçait par quelles étoiles fixes passent les deux Cercles qui répondent à l'Ecliptique de la Terre, & à son Equateur, & à quel-

les distances de l'un ou de l'autre sont toutes les autres fixes.

On sçait par quelle raison dans le système de Copernic la Terre en faisant son cours autour du Soleil doit se mouvoir de sorte que l'axe de son Equateur soit toujours parallèle à lui-même, & nous avons dit dans l'Hist. de 1699 * * p. 80. pourquoi la grandeur de l'Orbe annuel n'empêche pas que cet axe ne réponde pendant toute l'année aux deux mêmes points du Ciel, & n'y détermine toujours les mêmes poles. Jusque-là rien ne change, ni ne peut changer.

Mais si l'on conçoit que l'axe de l'Equateur de la Terre ne soit pas immobile par rapport à celui de son Ecliptique qui le fera toujours, & qu'il tourne à l'entour en un certain temps, sans néanmoins changer l'angle qu'il fait avec lui, alors il est manifeste que cet axe mobile déterminera toujours successivement dans le Ciel de nouveaux points pour poles de la Terre, que par conséquent l'Equateur de la Terre dans le Ciel changera toujours, & passera par d'autres Etoiles fixes, & que cependant l'Ecliptique de la Terre, dont l'axe sera immobile, ne changera point dans le Ciel, & passera toujours par les mêmes fixes, que même son angle avec l'Equateur demeurera constant, qu'enfin il n'y aura nulle variation dans la position des fixes par rapport à l'Ecliptique, mais seulement par rapport à l'Equateur, ce qui est la même chose que si les fixes avoient réellement un mouvement sur les poles de l'Ecliptique. Il ne faut donc, pour expliquer ce phénomène, que supposer le mouvement circulaire de l'axe de l'Equateur de la Terre autour de l'axe de son Ecliptique, leur angle demeurant le même.

Il est vrai que l'axe de notre Equateur ne peut se mouvoir de cette sorte, sans cesser d'être parallèle à lui-même dans ses différentes situations, quoique le système de Copernic demande qu'il le soit toujours. Mais comme ce mouvement est d'une si grande lenteur qu'il ne va qu'à 51" par an, un défaut de parallélisme qui n'est que de 51"

distribuées dans toute une année, est nul phisiquement, & par rapport aux effets.

S'il étoit averé que la déclinaison de l'Ecliptique, ou, ce qui est la même chose, son angle avec l'Equateur, changeât, il seroit bien aisé dans cette même hipothese de rapporter cette variation à ce que l'axe de nôtre Equateur en tournant autour de celui de l'Ecliptique ne conserveroit pas toujours exactement le même angle avec lui, & il faut convenir que selon la Phisique rien ne seroit plus naturel. Mais jusqu'à present l'Astronomie ne trouve dans l'angle de l'Ecliptique & de l'Equateur aucune variation, qui ne puisse être legitimement rapportée aux erreurs inevitables des operations, si ce n'est que l'on pense, & peut-être seroit-il raisonnable de le penser, que les irrégularités phisiques des mouvemens célestes devenues peu sensibles de si loin causent en partie ce que nous appellons les erreurs inevitables des operations, & que nous ne devons pas entierement nous prendre à nous-mêmes du manque d'uniformité exacte qui s'y trouve toujours.

On doit donc voir, ainsi que l'on commence à le voir depuis 2000 ans, les poles de l'Equateur décrire en 25200 ans autour de ceux de l'Ecliptique un Cercle dont le rayon soit de 23 degrés $\frac{1}{2}$. Par conséquent les mêmes fixes s'éloignent ou s'approchent continuellement du pole de l'Equateur, & par exemple l'Etoile nommée aujourd'hui polaire, qui du temps d'Eudoxe en étoit éloignée de 12 degrés, ne l'est presentement que de 2° 18', & ne le sera dans 400 ans que de $\frac{1}{2}$ degré.

La premiere Etoile d'*Aries* qui étoit autrefois à l'intersection de l'Ecliptique & de l'Equateur, en est presentement à 29 degrés vers l'Orient, & presque toute la Constellation d'*Aries* est sortie du signe ou de la 12^{me} partie du Zodiaque qui porte encore son nom, & le portera toujours. M. Cassini trouve par son hipothese de 1 degré en 70 ans que cette premiere Etoile d'*Aries* a dû être dans l'intersection de l'Ecliptique & de l'Equateur 330 ans avant

J. C. c'est à dire du temps d'Alexandre le Grand, & d'Eudoxe, & qu'elle dût être avancée de 6 degrés 40' du temps d'Antonin, sous lequel vécut Ptolomée, qui lui donne effectivement cette position.

Par tout ce qui a été dit, il est clair qu'un Globe Céleste, où les Constellations ont été placées comme elles l'étoient au temps de sa construction, ne représente plus dans la suite leurs positions véritables, à moins qu'on ne les imagine changées ainsi qu'elles le doivent être selon le temps écoulé. Mais M. Cassini a fait voir à l'Academie un Globe, dont il rend l'usage perpetuel, sans qu'il soit besoin d'y concevoir ni d'y faire aucun changement. Il peut tourner & sur l'axe de l'Equateur comme font tous les Globes, & sur celui de l'Ecliptique; c'est en cela que consiste la singularité de la construction. On décrit autour du pole de l'Ecliptique le cercle de 23 degrés $\frac{1}{2}$ de rayon, que le pole de l'Equateur doit décrire en 25200 ans, & quand pour une certaine Epoque on a placé le pole de l'Equateur sur ce cercle au point qu'il faut, on l'y arrête fixement, & le Globe ne tourne plus que sur l'axe de l'Equateur pour les operations ordinaires. Cette légère idée de sa construction suffira pour mettre sur la voie ceux qui en voudroient avoir un pareil. Il est assez agréable de voir d'un seul coup d'œil quel étoit le Ciel de nos Ayeux, ou quel sera celui de nôtre posterité.

SUR LA COMETE DE 1707,

ET SUR LES COMETES

EN GENERAL.

LA Comete de l'année précédente * qui ne fut apperçue à Paris que le 28 Novembre, & ne pût être observée que jusqu'au 25 Decembre, fut apperçue à Bologne par M^{rs} Manfredi & Stancari dès le 25 Novembre, & observée le 1708.

V. les M.

P. 323.

* V. l'Hist.

de 1707. p.

103. & suiv.

servée par les mêmes Astronomes jusqu'au 17 Janvier 1708. Ils ont envoyé leurs observations à M^{rs} Cassini & Maraldi qui en ont fait un supplément aux leurs, & ont ajouté au cours de la Comete qu'ils ont vu la partie qui a été vûe par ces habiles Correspondans.

* p. 104. & suiv.

L'Hist. de 1706 * a expliqué l'hipothese astronomique de M. Cassini sur le mouvement des Cometes, l'Hist. de 1707 commença à en faire l'application à la Comete de la même année, & cette application s'est soutenue avec une assez grande justesse par les observations de Bologne.

La Comete alloit presque directement du Midi au Septentrion, & par conséquent sa latitude ou son éloignement de l'Écliptique augmentoit toujours. Mais sur la fin cette latitude vint à diminuer, c'est à dire que la Comete commençoit à retourner du Septentrion au Midi, & en même temps elle parut aller un peu obliquement de l'Occident vers l'Orient. Delà M. Maraldi conjecture qu'elle pourroit avoir été quelque temps stationnaire à la maniere des Planetes, puisqu'elle en imitoit aussi les retrogradations.

* p. 93.

Pour entendre ces irrégularités de son cours dans le système de M. Cassini, imaginons un Satellite de Jupiter, à qui la Terre voit faire autour de Jupiter une révolution entiere. Nous avons dit dans l'Hist. de 1707 * que quoique réellement & à l'égard de Jupiter il se meuve toujours d'Occident en Orient, il ne nous paroît avoir cette direction que dans la moitié supérieure de son orbite, & que dans la moitié inférieure il nous en paroît avoir une contraire. S'il est direct dans l'une, il est retrograde dans l'autre. Que l'on conçoive la moitié inférieure divisée en arcs égaux, & qu'à toutes ces divisions on tire du centre de la Terre des lignes droites prolongées jusqu'à la moitié supérieure, il est visible que les arcs égaux seront vûs sous des angles d'autant plus grands, qu'ils seront plus proches de la perpendiculaire tirée du centre de la Terre au centre de l'Orbite, que par conséquent le Satellite paroîtra se mouvoir d'autant plus lentement qu'il s'éloi-

gnera plus de cette ligne, que dans deux points de son cours non consécutifs, & éloignés de quelque intervalle, pris toujours deux à deux, l'un dans la moitié inférieure, l'autre dans la supérieure, il sera sur la même ligne droite tirée de la Terre, ou, ce qui est la même chose, sera rapporté deux fois en une révolution au même point du Ciel, l'une étant directe, & l'autre étant retrograde, que les deux lignes extrêmes tirées de la Terre de part & d'autre de la perpendiculaire étant Tangentes de l'Orbite sont les seules qui ne la rencontrent qu'en un point, ou plutôt qui se confondent sensiblement chacune avec un arc d'une certaine étendue, que par conséquent tant que le Satellite parcourt cet arc, il est toujours rapporté au même point du Ciel, ou, ce qui est la même chose, paroît *stationnaire*, & il faut remarquer que ces deux endroits de l'Orbite étant encore en même temps & ceux où le mouvement apparent est le plus lent, & ceux où le mouvement direct se change en retrograde ou au contraire, il est naturel que l'un de ces deux mouvemens qui se change en l'autre avec lenteur produise en ces deux endroits une immobilité apparente.

Si l'on suppose que la Comète de 1707 fût une Planète, ou, ce qui revient au même, un Satellite de quelque Astre beaucoup plus éloigné de nous que Jupiter, il est aisé de lui appliquer ces idées. Seulement il y faut ajouter que le plan de son Orbite sera fort incliné au plan de l'Écliptique, & que l'angle aigu des deux plans sera du côté de l'Orient. Moyennant cela, le Cercle du mouvement de la Comète sera pour nous une Ellipse fort longue, & fort serrée; nous verrons cet Astre se mouvoir en ligne droite tant qu'il sera dans la moitié inférieure de cette Ellipse apparente, mais quand il passera de la moitié inférieure à la supérieure il paroîtra quelque temps immobile ou stationnaire, après quoi la comète de l'Ellipse étant plus sensible en cet endroit que par tout ailleurs, ou plutôt ne l'étant qu'en cet endroit, il ne paroîtra plus suivre une même ligne droite, mais en prendre

une autre avec une direction contraire, parcequ'il commencera à être dans la moitié supérieure, & comme l'inclinaison supposée de son Orbite sur le plan de l'Ecliptique ne peut être apperçue que dans ce passage, ou ce détour, la Comete aura une direction composée & de celle que lui donne le passage de la moitié inférieure dans la supérieure, & de celle que lui donne l'inclinaison de son Orbite, devenuë sensible.

Quand elle a disparu à cause de son éloignement, qui augmentoit toujours, elle étoit, selon l'hipothese de M. Cassini, 8 fois plus éloignée de la Terre que quand elle parut à Bologne pour la premiere fois le 25 Novembre, 3 jours après son Perigée.

A cette occasion, M. Cassini a fait plusieurs reflexions sur les Cometes en général. Nous en détacherons ici principalement ce qui appartient à leur Histoire. Il est nécessaire qu'elle soit bien établie, pour pouvoir servir de fondement à un système, si cependant il nous est jamais permis d'aller jusque-là.

1°. Tout le monde sçait que les Cometes ne sont point assujetties à la direction générale & unique du mouvement qui emporte d'Occident en Orient toutes les Planetes renfermées dans le Tourbillon du Soleil. Elles vont quelquefois d'Orient en Occident, comme la seconde de

* V. l'Hist. 1702 *, & celle de 1706 *, quelquefois elles vont ou du
de 1702. p. Midi au Septentrion, comme celles de 1472, de 1556, de
67.
* V. l'Hist. 1707, ou du Septentrion au Midi, comme celles de 1689,
de 1706. p. & 1699, & cela, assés directement, de sorte qu'elles cou-
104. pent l'Ecliptique sous de grands angles. On peut com-
parer celles qui vont d'Orient en Occident à un Nageur
qui iroit droit contre le fil de l'eau d'une Riviere, & la
remonteroit, & celles qui vont d'un Pole vers l'autre à
un Nageur qui traverseroit la Riviere. Ces deux mouve-
mens sont opposés à celui de l'eau, qui ne peut être sur-
monté que par une assés grande force. Il peut y en avoir
un troisiéme moyen entre ces deux, qui en même temps
remonte & traverse, aussi y a-t-il eu une Comete en 1472,

dont le cours avoit en même temps les deux sortes d'opposition au mouvement général du Tourbillon.

2°. Quoiqu'il soit plus difficile de remonter une riviere que de la traverser, les Cometes qui vont d'un Pole vers l'autre sont plus rares que celles qui vont d'Orient en Occident.

3°. Si les observations de la Comete de 1472 sont bien sûres, elle parcourut plus de la moitié d'un grand Cercle, & on jugea même qu'elle avoit pû le parcourir entier, parcequ'elle étoit encore assés grande, & avoit un grand mouvement, quand elle se cacha dans les rayons du Soleil. Elle auroit été unique à cet égard. Celle de 1556 fit la moitié d'un grand Cercle, ce qui est rare.

4°. Quand M. Cassini a cherché la parallaxe des Cometes qu'il observoit, il ne leur en a trouvé que 30, 40, ou 45" tout au plus, qu'il n'a pas même pû s'assurer entièrement qui appartenissent à la parallaxe. Cependant on en donne 6 degrés à la Comete de 1472, ce qui la mettroit 6 fois plus proche de la Terre que n'est la Lune. Il est vrai que sa vitesse de près de 40 degrés par jour dans son Perigée, & la grande portion de Cercle qu'elle parcourut, semblent répondre à cette grande proximité de la Terre; mais malgré cela les 6 degrés de parallaxe ne sont pas fort vrai-semblables. M. Bianchini en trouva 13' à la seconde Comete de 1702, c'est à dire qu'elle n'auroit été que 5 fois plus éloignée de la Terre que la Lune, & cet éloignement est tres-petit par rapport à celui où l'on est obligé de placer les autres Cometes, qui n'ayant que tres-peu ou point de parallaxe ne scauroient être moins éloignées que Mars, la dernière Planete à qui l'on en puisse trouver.

5°. M. Cassini rapporte 6 Cometes depuis l'an 1580, qui après leur premiere apparition ont toujours augmenté de grandeur & de vitesse apparentes, pendant differens temps, dont le plus court a été de 10 jours, & le plus long de 43.

Les reflexions que ces faits peuvent produire, se pre-

sentent si naturellement, qu'il est presque inutile de les exposer ici. Les Cometes ne sont pas des feux qui s'allument subitement, & ne tendent ensuite qu'à s'éteindre, puisqu'il y en a qui augmentent de grandeur pendant des temps considerables. On pourroit peut-être penser de celles-cy, que ce seroient des matieres qui ne se seroient pas d'abord allumées dans toute leur étendue, & dont l'embrasement auroit toujours été en augmentant jusqu'à un certain point, mais pourquoy augmenteroient-elles toujours de vitesse aussi-bien que de grandeur, & selon la même raison? La conformité parfaite de ces deux augmentations apparentes marque qu'elles tiennent toutes deux à un même principe, qui ne peut être que le changement de distance; ce même raisonnement a lieu sur la diminution de la grandeur, & celle de la vitesse, qui vont toujours ensemble, & par conséquent les Cometes ne sont pas des productions fortuites & passageres, qui naissent ou perissent, se fortifient ou s'affoiblissent selon qu'il paroît à nos yeux. De plus, il seroit inconcevable que des productions accidentelles formées dans l'étendue du Tourbillon du Soleil, pussent avoir des directions de mouvement contraires à celle de tout ce Tourbillon. Car ne seroient-elles pas indifferentes d'elles-mêmes à toutes sortes de directions, & ne prendroient-elles pas nécessairement celle du Liquide où elles floteroient? Et quand on supposeroit que par leur formation même, & par la manière dont elles s'embraseroient, elles auroient une certaine direction de mouvement, comme des fusées naturelles qu'on voit quelquefois en l'air, elles ne la conserveroient pas long-temps dans un Liquide qui lui résisteroit toujours, & par conséquent diminueroit leur vitesse d'instant en instant, jusqu'à ce qu'il leur eût entièrement détruite, après quoi il ne leur resteroit que celle de ce Liquide même, qui les emporteroit selon sa direction. La plus grosse Comete n'est qu'un Atome en comparaison de ce fluide immense où elle nage, & le moyen qu'elle s'y conservât une direction de mouvement opposée à la sienne?

Il faut donc que les Cometes soient des Corps aussi anciens que le Monde, des Planetes qui n'aient à la portée de nôtre vûe qu'une certaine partie de leur cours, ordinairement assez petite. Il seroit commode de la pouvoir placer au-dessus de Saturne, dans une Region, où l'on imagineroit, comme a fait ingenieusement M. Villémot, des Courants irréguliers d'une infinité de directions différentes. Mais quoique la plupart des Cometes, dont les directions sont contraires à celle du Tourbillon, soient assez élevées pour pouvoir être placées où l'on voudra, il y en a cependant quelques-unes qui ne laissent pas cette liberté ; la seconde de 1702, par exemple, n'étoit que 5 fois plus élevée que la Lune, & en même temps elle alloit contre le mouvement général du Tourbillon. Toutes les difficultés de la résistance du Milieu reviennent. Quoique la Comete pût avoir par elle-même un mouvement assez fort pour vaincre d'abord celui du Liquide où elle étoit entrée, il ne seroit pas possible que ce mouvement ne s'affoiblît bien-tôt, & cela, sans que la grandeur apparente diminuât, & d'autant plus sensiblement que le cours visible de la Comete seroit plus long. Cependant en supposant avec M. Cassini que son mouvement soit égal en lui-même dans tout le temps où nous la voyons, & qu'il n'y ait que la variation de la distance qui en fasse l'inégalité apparente, le calcul s'accorde avec les observations aussi parfaitement qu'on puisse souhaiter, ce qui n'arriveroit pas, si le mouvement avoit une diminution réelle, toujours plus grande, & plus sensible.

On se délivreroit tout d'un coup de tous les embarras qui peuvent naître de ces directions de mouvemens, en supprimant, comme a fait un des plus grands genies de ce siècle, toute cette matiere fluide immense, que l'on imagine communément entre les Planetes, & en les concevant suspendues dans un Vuide parfait. Mais ce moyen de lever une difficulté pourroit en avoir lui-même de tres-grandes. Il nous suffit presentement d'avoir fait sentir une partie de celles que l'on aura à vaincre dans un système

phifique des Cometes ; c'est en quelque sorte annoncer par avance la gloire de ceux qui l'entreprendront.

SUR LES TROIS ECLIPSES

DE CETTE ANNEE.

V. les M:
p. 179. 182.
185. 403.
405. 407.
409. 410.
415.

LEs deux Eclipses de Lune du 5 Avril, & du 29 Septembre ne purent être observées à Paris qu'assés imparfaitement. Celle de Soleil du 14 Septembre le fut mieux.

On sçait combien les Eclipses sont précieuses aux Astronomes, à cause qu'elles donnent immédiatement & par observation des points déterminés, & certains du mouvement des Planetes, ce qui sert ensuite ou à verifier ou à corriger tout ce que l'on n'a que par supposition, & en quelque sorte par conjecture. Sur tout l'Eclipse du 29 Septembre devoit être dans des circonstances qui en faisoient desirer une observation exacte, préferablement aux deux autres. Le Soleil & la Lune étoient alors tous deux vers leurs *moyennes distances*, c'est à dire vers la partie de leurs Cercles Excentriques, qui est également distante de l'Apogée & du Perigée. Si on suppose que la Terre se meuve autour du Soleil comme les Planetes, l'Apogée & le Perigée du Soleil deviennent l'Aphelie & le Perihelie de la Terre. On a expliqué dans l'Hist. de 1704 * ce que c'est que l'*Equation* du mouvement des Planetes. Les Astronomes dans la construction de leurs Tables supposent que cette Equation commence à l'Aphelie d'une Planete, & y est nulle, aussi-bien qu'au Perihelie où elle finit, & delà il suit évidemment qu'elle est la plus grande qu'elle puisse être aux moyennes distances. Si l'on s'est trompé dans la quantité dont on fait l'Equation, l'erreur ne sera jamais plus sensible que quand l'Equation est fort grande, & par conséquent pour verifier les Equations du Soleil & de la Lune, il étoit avantageux d'avoir une Eclipse où ils fussent

* p. 65. &
66.

fussent tous deux vers leurs moyennes distances, mais des trois Eclipses celle-là fut justement la plus mal observée à Paris, & tout ce qu'on a pû faire, ç'a été d'y suppléer par les observations que l'on eût d'ailleurs.

M. Cassini a trouvé par sa Methode quel a été dans l'Eclipse du 14 Septembre le chemin de l'ombre de la Lune sur la Terre, comme il l'avoit trouvé dans les Eclipses du 23 Septembre 1699 *, & du 12 Mai 1706 *. Dans la dernière Eclipse l'ombre a été d'Occident en Orient déclinant vers le Midi, elle a commencé vers la Groënlande, a parcouru ensuite toute l'Europe, & presque toute l'Asie, & a fini vers le Japon ou vers la Tartarie Orientale. Par-là M. Cassini détermine aisément en quels lieux l'Eclipse a été totale, ou de 6 doigts, ou enfin de telle autre phase qu'on voudra. L'ombre a eu une direction de mouvement semblable à celle de l'ombre de 1699, & contraire à celle de l'ombre de 1706. Il est aisé d'en voir la raison par ce qui a été dit dans l'Hist. de 1706. Les ombres de 1706, & de cette année se seroient croisées en Moscovie.

* V. l'Hist.
de 1699. p.
76.

* V. l'Hist.
de 1706. p.
116.

SUR LES REFRACTIONS.

ON continué toujours d'approfondir la matiere des Refractions*, grace aux observations que l'on recevoit du P. Laval.

Du Saint Pilon, qui est un Rocher élevé au-dessus de la Sainte Baume, il a observé la variation apparente de l'Horison de la Mer, & il a trouvé qu'elle étoit comprise entre 56', & 57' 45'', au lieu que cette même variation observée de son Observatoire de Marseille est comprise entre 11' 46'' & 14' 30'', qui sont des limites plus éloignées l'une de l'autre que les premières. Cette experience prouve ce que nous avons déjà prouvé geometriquement dans l'Hist. de 1707 à l'endroit qui vient d'être cité, que la Refraction qui élève toujours l'extremité de l'Horison appa-

V. les M.
p. 46.
* V. les Hist.
de 1706. p.
101. & suiv.
& de 1707.
p. 89. &
suiv.

rent, & l'éleve inégalement en differens temps, l'éleve moins inégalement quand il est observé d'une plus grande hauteur, ou, ce qui revient au même, que les inégalités de cette élévation sont moins sensibles.

Il est vrai, selon la remarque de M. Cassini le fils, que le P. Laval n'a pas fait une aussi longue suite d'observations sur le Saint Pilon qu'à Marseille, & que par-là on pourroit soupçonner qu'il n'a pas eu le temps de s'apercevoir de la plus grande inégalité que les Refractions puissent causer à l'élévation de l'Horizon de la Mer vû du Saint Pilon, mais comme la Geometrie prouve que ce qu'il a trouvé il a dû le trouver, on peut assez raisonnablement s'en tenir là, & tout au plus seroit-il permis de croire que l'inégalité peut aller un peu plus loin.

* p. 17. &
28.

Par les observations du Barometre que le P. Laval a faites sur le Saint Pilon, ainsi que nous l'avons dit cy-dessus *, & par la methode dont nous y avons parlé, M. Cassini le fils a trouvé que le Saint Pilon doit être élevé de 481 toises sur le niveau de la Mer. Il trouve aussi en supposant le Rayon de la Terre tel qu'il a été déterminé par l'Academie, que de cette hauteur de 481 toises on doit voir dans un Milieu uniforme & sans refraction un arc de la circonference de la Terre, qui soit de 58' 57". Cet arc est plus grand, comme il doit l'être, que tous ceux que le P. Laval a observés, & que la refraction diminueoit necessairement en les élevant. On peut remarquer que dans les observations du Saint Pilon il ne s'est point trouvé comme dans celles de Marseille des arcs plus grands que le *veritable*, c'est à dire celui qui seroit vû dans un Milieu sans refraction. La raison que l'Hist. de 1707 a rapportée de cette fausse apparence vûe à Marseille, ne peut convenir à des observations faites à une plus grande distance telle que celle du sommet du Saint Pilon, car on n'y verra plus l'image du Ciel réfléchi par la Mer, & cela même confirme ce que M. Cassini avoit pensé.

Le P. Laval a trouvé au Saint Pilon que le Barometre

& le Thermometre ne varioient point, tandis que l'Horizon de la Mer a donné sa plus grande variation, c'est à dire que les refractions n'ont rapport ni à la pesanteur, ni à la chaleur de l'Air. Seulement il a remarqué que lorsqu'elles elevoient le plus l'Horizon, l'air étoit assés serain, & le vent Sud-Oüest foible, & qu'au contraire lorsqu'elles ont laissé paroître l'Horizon le plus bas, il y avoit une brume, & un vent de Nord-Oüest assés frais. Mais on n'en est pas encore à pouvoir seulement établir sur cela des principes d'experience.

SUR DES TACHES

DU SOLEIL.

Pendant plus de la premiere moitié de cette année le Soleil a été sans Taches, & les Astronomes de l'Observatoire n'ont commencé d'en appercevoir que le 11 Août. C'étoit une longue traînée de petites Taches terminée par deux plus grosses, qui étoient éloignées l'une de l'autre à peu près de la 15^{me} partie du diametre du Soleil. Les deux principales étoient accompagnées de leurs nebulositez, & les petites changeoient de place & de figure d'heure en heure. Le tout étoit déjà fort avancé sur le disque du Soleil au temps de sa premiere apparition, & l'on étoit sûr qu'il ne paroissoit rien les jours précédens. On détermina que la plus Occidentale des deux grosses Taches passoit par le milieu du disque dès le lendemain à 6 heures $\frac{1}{2}$ du matin, & la plus Orientale à 11 heures du soir, & qu'elles avoient sur le globe du Soleil une déclinaison Meridionale de 6 à 7 degrés. On a expliqué dans l'Hist. de 1707* par quelle Methode se font ces déterminations. Ces Taches ne furent vûes que jusqu'au 18.

* p. 106. & suiv.

Selon l'hipothese de la revolution du Soleil sur son axe en 27 jours $\frac{1}{2}$, les Taches qui avoient passé par le milieu

du disque le 12 Août devoient reparoître au bord Oriental le 2 Septembre, si elles avoient à reparoître. On vit effectivement de petites Taches & à ce bord-là, & ce jour-là. La plus grosse passa par le milieu du Soleil le 8 à 2 heures après midi, & comme du 12 Août à 6 heures du matin au 8 Septembre à 2 heures après midi l'intervalle est de 27 jours & 7 à 8 heures, on auroit pû croire que cette Tache étoit la plus Occidentale de celles du mois précédent, dont la révolution étoit un peu plus courte que celle du Soleil, à cause de quelque mouvement particulier; mais quand M. de la Hire vint à la poser sur le globe du Soleil, il lui trouva une déclinaison Meridionale trop petite. Les Astronomes de l'Academie observerent ces Taches jusqu'au 12, & même divers Observateurs les aperçurent encore le 14 pendant l'Eclipse du Soleil.

Le 14 Novembre on aperçut des Taches déjà si avancées sur le disque, que la plus grosse qui étoit aussi la plus Occidentale passa par le milieu du Soleil le 16 à 8 heures du soir. Elle avoit une déclinaison Meridionale de 4 à 5 degrez. On continua de l'observer jusqu'au 18: Par la déclinaison elle auroit pû être la même que celle de Septembre, mais elle ne le pouvoit pas être par la révolution.

Le 24 Novembre il parut vers le bord Oriental deux Taches dont la plus grosse étoit la plus Septentrionale. Elle avoit une déclinaison Meridionale de 6 à 7 degrez, & elle dut passer par le milieu du disque le 29 vers le Midi. Elle pouvoit être la même que celle du mois d'Août, & par la déclinaison parfaitement égale, & par la révolution quoiqu'un peu trop courte de quelques heures, pourvû qu'on lui supposât quelque petit mouvement particulier. De plus les figures convenoient assez.

Le 1 Decembre on a vû encore quelques amas de Taches déjà fort avancés sur le disque, mais le Ciel n'a pas permis, ni que cette observation fût assez exacte, ni qu'on la poursuivît.

DIVERSES OBSERVATIONS

CELESTES.

I.

ON a mandé de Clermont en Beauvaisis à M^{re} Caslini, que le 7 Mai on y avoit vû autour du Soleil une Couronne spacieuse, & parfaitement ronde, qui avoit les couleurs de l'Arc-en-Ciel. Il s'y joignoit une espece de Colonne qui tournoit un peu en rond, & avoit les mêmes couleurs, mais plus foibles. Elle étoit aussi un peu moins large. Le lendemain le même phénomène parut encore, à cela près qu'au lieu de la Colonne c'étoient deux petites Couronnes qui se joignoient à la grande.

II.

Le 30 Juillet vers le coucher du Soleil il fit un orage assez long, & dans le milieu de sa durée le Ciel s'éclaircit un peu vers le Couchant. Il étoit fort rouge, & entremêlé de nuages épais. M. de la Hire vit alors à l'Orient un Arc-en-Ciel très bien formé, & qui étoit un demi-cercle parfait, parceque le Soleil étoit à l'Horison. Cér Arc-en-Ciel n'étoit que d'un rouge assez clair & assez vif, à l'exception d'une petite bande bleuë qui le terminoit en dedans. La partie du Ciel enfermée dans l'Arc étoit aussi d'un rouge assez clair, mais de beaucoup plus foible. Au dehors le Ciel étoit noir, & l'on apercevoit le second Arc-en-Ciel rouge aussi, mais foible comme il doit l'être.

Ce rouge vif du premier Arc, & qui donnoit l'exclusion aux autres couleurs, si ce n'étoit à un peu de bleu, venoit sans doute de la couleur du Couchant, aussi-bien que le rouge de la partie du Ciel comprise dans l'Arc, & il est à remarquer que ce rouge du Couchant ne faisoit pas de produire du bleu, qui est une couleur très-différente. Cette observation n'est considérable, que par-

cequ'elle peut servir à l'examen du Système de l'illustre M. Neuton, qui sur des experiences très curieuses, & faites avec une adresse infinie soutient que differens raïons du Soleil ont par eux-mêmes une couleur differente déterminée, & inalterable.

Monsieur Bianchini a envoyé à l'Académie un Dessein d'un fragment de marbre trouvé à Rome en 1705, où se voit un reste d'un Planisphère céleste Egyptien & Grec, gravé sur la pierre. Il est divisé par des circonferences concentriques, qui le partagent en diverses bandes, toutes divisées en 12 parties égales par des lignes droites dirigées au centre. Dans l'espace circulaire du milieu on voit 3 Constellations, le Dragon & les deux Ourfes. Dans la bande qui suit sont des figures d'Animaux, qui devoient être au nombre de 12, & dont il n'en reste que 4 d'entieres. Les deux bandes suivantes contiennent chacune les 12 Signes du Zodiaque, quelques-uns sont encore entiers. La Balance est portée dans la main d'une figure humaine, & par là on peut conjecturer que ce Planisphère a été fait depuis Auguste; car il paroît par des passages de Virgile & d'Ovide, que de leur temps le Scorpion tenoit encore la place de deux Signes, ou que du moins il n'étoit pas encore si nettement décidé qu'il n'en fût qu'un, & que la Balance fût le Signe suivant. Au dessus de chaque Signe du Zodiaque, dans une autre bande, il y a 3 figures humaines, dont quelques-unes ont des têtes d'Animaux, & sont des Chimeres Egyptiennes. Le reste du Planisphère est dans le même goût; ce sont, par exemple, les figures des Planetes qui répondent à certaines divisions des Signes du Zodiaque, avec lesquelles il a plu aux anciens Astrologues de leur donner des rapports imaginaires. En général le Planisphère est plus Astrologique qu'Astronomique, & par là il n'est guere du ressort de l'Académie. Ce n'est pas que l'histoire des folies des Hommes ne soit une grande

partie du savoir, & que malheureusement plusieurs de nos connoissances ne se reduisent là; mais l'Academie a quelque chose de mieux à faire.

Nous renvoyons aux Memoires

L'Observation de l'Eclipse d'Antarés par la Lune, de M. Cassini le fils.

V. les M.

P. 1.

L'Extrait & les comparaisons qu'il a faites des Observations du P. Fueillée aux Indes Occidentales en 1704, 1705 & 1706.

V. les M.

P. 5.

L'Eclipse de Venus par la Lune le 23 Fevrier, observée par M^{rs} Cassini, de la Hire, & Maraldi.

V. les M.

P. 106. 107.

& 110.

L'Extrait fait par M. Cassini le fils des Observations du P. Fueillée en Sardaigne & à Malte.

V. les M.

P. 168.

L'Observation d'un Cercle lumineux autour du Soleil par M. de la Hire.

V. les M.

P. 180.

L'Observation de la Conjonction de Jupiter avec la Lune arrivée le 30 Avril par M. Cassini le fils.

V. les M.

P. 195.

Le passage de la Lune par les Pleïades observé par M^{rs} Cassini, Maraldi, & de la Hire.

V. les M.

P. 297. &c

299.



GEOGRAPHIE.

Nous renvoyons aux Memoires

La recherche que M. Delisle a faite de la position de l'Isle de Meroë.

V. les M.

P. 365.





DIOPTRIQUE.

SUR LES VERRES ARDENTS

DES ANCIENS.

QUoique l'Academie ne se propose pas de faire des recherches d'Antiquité, & qu'elle s'occupe plus à découvrir ce qui est, que ce qu'on a pensé autrefois, ou ce qu'on peut encore ajouter aux Arts que ce qui a été pratiqué, elle n'a pas laissé de faire beaucoup d'attention à une remarque de M. de la Hire sur ce que les Verres ardents ont été connus des Anciens. Les Miroirs ardents l'ont été certainement, car quelques Historiens ont prétendu qu'Archimede s'en servit à brûler une Flotte, & quoiqu'ils leur attribuaissent un effet impossible, cela même prouve qu'ils étoient connus. Mais il est sûr que ces Miroirs qu'ils imaginoient devoient être de métal, & concaves, & avoir un foyer par reflexion, & l'on est communément persuadé, que les Anciens ne connoissoient point les foyers par refraction des Verres convexes. Cependant M. de la Hire les a trouvés dans la premiere Scène du second Acte des Nüces d'Aristophane, ce qui n'est pas un endroit fort écarté. Le voici en François. Strepsiade est un Vieillard fort grossier, & fort stupide, qui dit à Socrate qu'il a imaginé une belle invention pour ne point payer ses dettes.

STREPSIADE.

As-tu vu chez les Droguistes cette belle Pierre transparente, avec quoi on allume du feu ?

SOCRATE.

N'est-ce pas du Verre que tu veux dire ?

STREPSIADE.

STREPSIADE.

Justement.

SOCRATE.

Et bien, qu'est-ce que tu en feras?

STREPSIADE.

Quand on me donnera une Assignation, je prendrai cette pierre-là, & me mettant au Soleil, je ferai fondre de loin toute l'écriture de l'assignation.

On voit bien que cette écriture étoit tracée sur de la cire, dont quelque matiere plus solide étoit couverte. Ce Verre qui allumoit du feu, & fondoit la cire au Soleil, n'étoit pas concave; car quoiqu'il eût eu en vertu de cette figure un foyer par reflexion, cette reflexion qui se fait necessairement de bas en haut, l'eût rendu d'un usage fort incommode, & très peu populaire; il eût fallu qu'on eût tenu l'assignation élevée en l'air afin que Strepsiade en eût pû fondre l'écriture, & il n'est nullement naturel qu'il ait fait cette supposition, au lieu qu'avec un verre convexe qui brûle de haut en bas, on peut aller fraper ce qu'on veut.

Le Scholiaste d'Aristophane dit sur cet endroit qu'il s'agit d'un Verre rond & épais, fait exprès pour cet usage, que l'on frotoit d'huile, que l'on échauffoit; auquel on ajustoit, ou, dont on approchoit une mèche, car l'expression grecque est équivoque, & que de cette maniere le feu s'y allumoit. On n'entend pas trop bien ce qu'il veut dire avec son huile, si ce n'est qu'on s'en servît pour donner plus de poli au verre, mais enfin, ce qui suffit ici, il concevoit que ce verre étoit convexe, & c'est une preuve que dans son siècle, fort postérieur à celui d'Aristophane, on savoit que ces Verres brûloient.

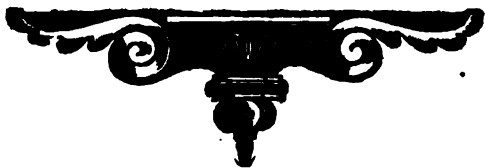
Nous n'avons pas dessein de faire ici une Dissertation savante, à laquelle il seroit honteux qu'il échapât aucun trait d'érudition. Nous remarquerons seulement que Plin liv. 36 & 37 parle de boules de verre & de boules de cristal, qui exposées au Soleil brûloient ou les habits, ou les chairs des Malades que l'on vouloit cauteriser. Laënce dans son

Livre sur la Colere de Dieu, dit aussi qu'une *boule de verre pleine d'eau, & que l'on tenoit au Soleil*, allumoit du feu, même dans le plus grand froid. Voila l'effet des Verres convexes bien incontestablement prouvé.

Mais si l'on savoit qu'ils brûloient, comment ignoroit-on qu'ils grossissoient les objets ? car il est difficile d'imaginer qu'une invention si agréable, si neccessaire, & si simple se fût perdue, même dans la plus grande barbarie, & tous les monuments historiques concourent à nous en fixer l'origine vers la fin du 13^{me} siècle, où l'on commence à découvrir l'usage des Lunetes que l'on met sur le nez. Si les Philosophes Grecs ou Latins avoient connu cette augmentation des objets, ne s'en seroient-ils pas servis dans leurs recherches, & n'en auroient-ils pas fait mention dans leurs ouvrages une infinité de fois ? il s'en seroit même répandu dans leur langue, comme dans la nôtre, des Metaphores, & des façons de parler. Il est vrai qu'il y a deux ou trois passages de Plaute, qui semblent prouver les Lunettes, mais quand on y regarde de plus près, ils ne les prouvent plus. Nous ne nous y arrêterons pas, pour éviter une érudition, qui nous est étrangere.

Pourquoi donc ignoroit-on l'usage le plus utile des Verres brûlants ? premierement les fausses idées des Philosophes sur la Vision peuvent y avoir contribué. Ils croioient qu'elle se faisoit ou par des écoulemens de je ne sçai quelle substance qui sortoit de nos yeux, & alloit chercher les objets, ou par de petites representations des objets en miniature qui en partoient, & venoient chercher nos yeux, tout leur embarras n'étoit que de choisir l'un de ces deux systêmes, tous deux également faux, ils n'avoient nul soupçon de nos Pinceaux, & de nos Foyers, & par consequent ils ne voïoient aucun rapport entre un Verre qui brûle & la maniere dont se fait la Vision, & l'une de ces choses n'avoit garde de les conduire à l'autre. De plus, il paroît que c'étoient des boules de Verre, ou solides, ou pleines d'eau qui brûloient, & il est démontré par la Dioptrique que le foyer d'une sphère de verre en est éloi-

gné du quart de son diametre. Si ces boules avoient un demi-pied de diametre , ce qui est tout le plus qu'elles pussent avoir , il falloit donc en approcher un objet à 1 pouce $\frac{1}{2}$, pour s'apercevoir qu'il fût augmenté, & il est fort naturel, & même presque nécessaire que quand on a regardé au travers de ces boules, on n'ait regardé que des objets beaucoup plus éloignés, qui n'ont pas paru plus grands, mais seulement défigurés & confus. L'augmentation nette des objets éloignés demande ou de très grandes sphères, ce qui est impraticable, & ne tombe point dans l'usage, ou de très petites portions de très grandes sphères, ce qui se pratique aujourd'hui avec grand succès, & ne se peut presque jamais trouver par hasard, ni n'est facile à imaginer par raisonnement. D'ailleurs il faut pour cela savoir travailler le Verre comme nous faisons, & selon toutes les apparences les Anciens ne savoient que le souffler & en faire des Vases. Il n'est donc pas étonnant que la connoissance des Verres brûlants ne les ait pas menés plus loin, il l'est beaucoup davantage que depuis les Lunettes à mettre sur le nez jusqu'aux Telescopes, il se soit passé 300 ans. Tout est assés lent parmi nous, & peut-être sommes-nous à l'heure qu'il est sur le bord de quelque découverte importante, où l'on sera surpris un jour que nous ne soions pas arrivés.





MECHANIQUE.

 SUR LA RESISTANCE
DES POUTRES.

v. les M.
p. 17.

Les Methodes générales comprennent tout, & sur le sujet qu'elles embrassent, on ne se peut rien proposer, où l'on n'arrive en les suivant. Mais cela n'empêche pas qu'il n'y ait des Methodes particulieres, & plus limitées, entierement differentes des generales, & quelquefois même plus simples, & plus faciles, à cause de leur moins d'étendue, ce qui les en recompense en quelque sorte. Ainsi après que M. Varignon a donné à son ordinaire une Theorie infinie de la Resistance des Solides,

* v. l'Hist.
de 1702. p.
102. & suiv.

* M. Parent en donne une qu'il ne prétend étendre qu'aux Poutres qu'on emploie dans les Bâtimens. Nous supposons ici les principes établis dans l'endroit cité de l'Hist. de 1702.

Nous y avons dit quelle est la difference des systèmes de Galilée & de M. Mariotte, produite par la differente maniere dont ces deux Auteurs ont supposé que les fibres d'un Corps qui vient à rompre s'étendent & enfin se cassent. Une Theorie générale, telle qu'est celle de M. Varignon, ne peut se dispenser d'avoir égard à cette differente tension des fibres, mais elle n'a plus de lieu dans le cas particulier de M. Parent, & en effet il a trouvé que son système avoit la commodité d'en être entierement dégage. Voici comment.

Lorsque dans une Poutre, qui rompt parallelement à sa base, que l'on suppose être un parallelogramme, deux plans de fibres, qui étoient contigus, viennent à se sépa-

rer, on ne peut considerer dans ces fibres que leur nombre, leur grosseur, la tension dont elles sont immédiatement avant que de casser, le levier par lequel elles agissent, & tout cela ensemble compose la Résistance de la Poutre à être rompuë. Soit une autre Poutre de même bois, dont la-base soit encore un parallelogramme, & de telle grandeur qu'on voudra par rapport à celle de la premiere, la hauteur de l'une & de l'autre est leur côté perpendiculaire à l'Horizon, quand elles sont posées horizontalement, & leur largeur est l'autre côté. Leur hauteur étant divisée en un nombre indéfini de parties égales, & leur largeur aussi en ce même nombre, il se formera dans les deux bases un nombre égal de petites cellules quadrangulaires, proportionnelles aux bases, dont elles seront parties. Elles représenteront les petites bases, ou, ce qui est la même chose, les grosseurs des fibres, qui devront être allongées pour la rupture de chaque poutre, & puisque le nombre de ces petites cellules est égal de part & d'autre, le rapport des bases des deux poutres sera celui de la différente résistance que feront leurs fibres, tant par le nombre, que par la grosseur. Maintenant puisque les deux poutres sont de même bois, il est nécessaire que dans l'une & dans l'autre les fibres les plus éloignées de l'appui, & qui cassent les premieres, soient également tenduës, lorsqu'elles viennent à casser; delà il suit que les deux hauteurs ayant été divisées en un nombre égal de parties, les fibres de la 10^{me} division, par exemple, sont encore dans l'une & l'autre base également tenduës, lorsque les premieres cassent, & enfin que la tension des fibres, selon quelque proportion qu'on la suppose, est la même de part & d'autre, ce qui en doit anéantir la consideration dans le rapport des résistances, & le débarrasse de tout système physique. Enfin il est évident que les Leviers, par lesquels agissent les fibres des deux poutres, sont représentés par les hauteurs même de leurs bases. Par consequent la résistance totale de chaque poutre est le produit de sa base par sa hauteur, ou, ce qui est

la même chose, le quarré de la hauteur de sa base multiplié par la largeur.

Le raisonnement que nous venons de faire n'est point attaché à ce que les bases sont des parallelogrammes. Quand elles seroient Elliptiques, il subsisteroit de même, & il ne faudroit que concevoir les deux Axes des deux Ellipses quelconques divisés en un même nombre indéfini de parties égales. En général, il suffit que les figures des deux bases soient de même espece, & il n'est nullement necessaire qu'elles soient semblables. Ce seront deux Rectangles quelconques, deux Ellipses quelconques, &c.

Si l'on veut même, selon l'hipothese de feu M. Bernoulli, la plus vrai-semblable de toutes, expliquée dans l'Hist. de 1705*, que dans la base d'une poutre qui rompt, les fibres superieures s'étendent, & que les inferieures se compriment, & qu'il y ait par consequent un Centre d'extension, & de compression, les distances à ce Centre, ou les leviers des résistances, seront encore dans des figures de même espece & de même matiere comme les hauteurs, & il n'y aura rien de changé au rapport des résistances établi par M. Parent, & qui fait le caractere particulier de sa Theorie. Nous en allons expliquer ici les consequences les plus curieuses, & les plus utiles, en supposant les poutres également longues, afin que la recherche se termine aux bases.

* p. 130. &
suiv.

D'abord il saute aux yeux, que si les bases des deux poutres sont égales, quoique les hauteurs & les largeurs en soient inégales, leurs résistances seront comme ces hauteurs seules, & par consequent une même poutre posée de *chan*, c'est à dire sur le plus petit côté de sa base, résistera plus que posée sur le plat, en même raison que la premiere situation lui donnera une plus grande hauteur que la seconde. De même une base Elliptique résistera plus posée sur le grand axe que sur le petit.

Puisque les poutres sont supposées également longues, ce sont leurs bases qui déterminent le rapport de leurs poids, ou de leurs solidités, & par la même raison que

leurs bases étant égales leurs hauteurs peuvent être différentes, deux poutres d'un poids égal peuvent avoir des résistances différentes à l'infini, de sorte que si dans l'une la hauteur de la base étoit conçûe infinie, & la largeur infiniment petite, tandis que dans l'autre les dimensions de la base demeureroient finies, la résistance de la première seroit infiniment plus grande que celle de la seconde, quoique leur solidité ou leur pesanteur fût égale. S'il n'étoit question dans l'usage de l'Architecture que d'avoir des poutres capables de résister à de grandes charges, & qui en même temps eussent le moins de pesanteur qu'il fût possible, il est clair par ce qui vient d'être dit qu'elles devroient être minces comme des ais, & posées de chan, mais il faut pour la liaison des parties du bâtiment qu'elles ayent une certaine assiette, & par-là la Pratique tempere les excès de la Theorie. Mais il en reste toujours qu'après qu'on a donné à une poutre l'assiette ou la largeur nécessaire, elle ne peut avoir trop de hauteur.

Si l'on suppose, non-pas que les bases de deux poutres soient égales, mais que la somme des côtés de leurs bases le soit, par exemple, qu'ils soient ou 12 & 12, ou 11 & 13, ou 10 & 14 &c. de sorte qu'ils fassent toujours 24, & de plus, que les poutres soient toujours posées de chan, on trouvera en suivant cette espece de Serie que dans la première poutre qui avoit 12 & 12, la résistance seroit 1728, & la solidité ou pesanteur 144, & que dans la dernière qui auroit 1 & 23 la résistance seroit 529, & la pesanteur 23, que par conséquent la première qui seroit quarrée auroit par rapport à sa pesanteur près de deux fois moins de force que la dernière pour résister à une charge, & que dans les poutres moyennes cette force de résister comparée à la pesanteur iroit toujours en augmentant depuis la première jusqu'à la dernière.

Delà M. Parent a tiré une remarque importante pour la pratique. Les Marchands de bois coupent leurs Poutres dans les Arbres les plus quarrées qu'ils peuvent, parcequ'ils les vendent à proportion de leur solidité ou masse,

& il est certain que celles qui sont quarrées en ont davantage, mais elles ont moins de résistance, c'est à dire qu'elles coûtent davantage, & valent moins pour les Bâtimens, & par conséquent les Marchands vont doublement contre l'utilité publique. Apparemment ce desordre qui ne peut être connu que des Geometres ne sera pas arrêté par des Reglemens, mais du moins lorsque les Propriétaires des bois feront bâtir, ils pourront profiter de l'avis que M. Parent leur donne.

Sur cela, il est entré dans une question également geometrique, & nécessaire pour l'usage. Quelles dimensions doit avoir la base d'une Poutre que l'on tirera d'un Arbre proposé, pour être de la plus grande résistance qu'il se puisse, ou, ce qui est la même chose, une base circulaire étant donnée, quel est le rectangle de la plus grande résistance que l'on y puisse inscrire? Il est déjà bien certain par tout ce qui a été dit que ce n'est pas le quarré, quoiqu'il soit le plus grand de tous les rectangles inscriptibles.

Cette question se réduit à trouver *Un plus grand*, c'est à dire qu'après que l'on a exprimé selon la Theorie de M. Parent la résistance d'un rectangle indéterminé pris dans la base du cercle, il ne faut plus qu'égaliser par les regles ordinaires cette expression générale à *Un plus grand*, & elle deviendra la résistance d'un rectangle déterminé, dont les côtés sont à tres-peu de chose près, comme 7 & 5. M. Parent, après la résolution de ce Problème, s'étant informé à des Architectes quelles étoient les dimensions des Poutres, qu'ils croyoient les plus avantageuses pour la force de la résistance, eut le plaisir d'apprendre que c'étoient 10 pouces sur 14. Les tâtonnemens de l'Experience ne frappent pas toujours si droit au but, mais lors même qu'ils y frappent, on ne le peut sçavoir sans la Geometrie. Ou elle remet dans le chemin si l'on s'égare, ou elle assure qu'on y est.

Jusqu'ici nous avons supposé la longueur des Poutres égales, si elle ne l'est pas, les bases résisteront d'autant moins,

moins, que les poutres seront plus longues, & cela rentre dans la Theorie générale. Mais ce ne sont encore que des rapports, & pour sçavoir quelle charge peut soutenir une Poutre donnée, ou quelles doivent être les dimensions d'une Poutre qui soutiendra une certaine charge, il faut des Experiences fondamentales, & qui servent de pied fixe à tout le reste. M. Mariotte en avoit fait sur des Verges de Verre, mais M. Parent a crû avec raison que le Verre tiroit trop peu à conséquence pour le bois dont on fait les Poutres. Il a donc fait sur les bois qu'on emploie le plus communément les Experiences, qui ont été rapportées dans les Memoires de 1707 *. Elles ont été faites pour les trois manieres dont une poutre peut être posée, car ou elle sera retenue seulement par un bout, ou elle sera portée par ses deux bouts sur deux appuis, & dans cette seconde situation, ou elle aura ses deux bouts libres, ou elle les aura engagés & ferrés dans ses appuis, par exemple dans deux Murs, ce qui est la position ordinaire.

Il faut remarquer que quand une poutre engagée dans ses deux appuis rompt par un poids suspendu à son milieu, elle ne rompt pas seulement à ce milieu, mais encore à ses deux bouts, ou si elle n'y rompt pas actuellement, du moins immédiatement avant l'instant de la rupture, qui est celui de l'équilibre entre la résistance & le poids, ses fibres sont autant tirées & autant étendues à ses deux bouts qu'à son milieu, ce qui arrive nécessairement à cause des deux appuis qui tiennent ces deux bouts ferrés. On doit donc concevoir que du poids suspendu au milieu, il n'y en a que le tiers qui agisse sur ce milieu pour y faire une rupture, & que les deux autres tiers font chacun ou tendent à faire la rupture de chaque bout. Il n'en est pas ainsi d'une poutre posée librement sur deux appuis, il ne se fait qu'une rupture qui est au milieu, & à laquelle toute l'action du poids est employée. Il est nécessaire d'observer cette difference, quand on veut passer de l'hypothese d'une de ces deux positions à celle de l'autre.

1708.

Q

On peut supposer une Poutre chargée seulement de son propre poids, ou de son poids & de quelques autres poids étrangers appliqués à telle distance qu'on voudra de l'une ou de l'autre extrémité, ou seulement de ces poids étrangers, parceque, selon la remarque de M. Parent, le poids d'une poutre n'est communément qu'à peu près la 70^{me} partie de la charge qu'on lui donne à porter. Il est évident que quand on considère plusieurs poids, il faut les réduire tous, selon les regles ordinaires, à un centre de gravité commun.

On peut enfin, quoique contre l'usage le plus ordinaire, mais pour une plus grande généralité, supposer la poutre inclinée à l'Horizon, & alors la direction du poids, toujours perpendiculaire à l'Horizon, étant oblique à la longueur de la poutre, sera divisée, selon la Theorie des Mouvements composés, en deux autres directions, l'une parallele, l'autre perpendiculaire, dont il n'y aura que la perpendiculaire qui agira.

M. Parent connoissant par ses Experiences fondamentales les dimensions d'une certaine Poutre qu'il prend pour Modele, & le poids qu'elle a été capable de soutenir, en compare la résistance à celle que feroit une autre Poutre destinée à soutenir un ou plusieurs poids donnés, mais dont les dimensions sont inconnues, soit qu'elle soit horizontale ou non, engagée ou non dans ses appuis. Par là il parvient à une Equation générale qui lui donne les dimensions qu'il cherche, en quelque hypothese que ce soit.

Il est peut-être bon d'observer ici, que quand une poutre doit rompre par son propre poids, on lui trouve bien par le calcul une longueur, & une hauteur déterminée, mais jamais de largeur, c'est à dire qu'après lui avoir donné cette longueur & cette hauteur déterminées, il n'importe quelle largeur on lui donne. Et en effet il est visible, que quand on augmentera ou diminuera sa largeur, on augmentera ou diminuera son poids ou sa solidité dans la même raison, puisque ses deux autres dimensions de-

meurent les mêmes, & que l'on augmentera aussi ou diminuera de la même quantité sa résistance, puisque le quarré de sa hauteur demeure le même. Ainsi dans ce cas la largeur est absolument indifferente.

Trouver quelle charge peut soutenir une Poutre dont les dimensions sont connues, ce n'est que l'Inverse de la formule générale de M. Parent, ou plutôt le tout est compris dans la même formule. C'en sont de simples Corollaires que de déterminer la moindre solidité possible d'une poutre qui avec une certaine longueur donnée soutiendra une charge donnée ; ou le diametre d'un Tronc d'Arbre d'où l'on pourra tirer une poutre d'une certaine longueur, capable de porter un certain poids, appliqué à un certain point, & en même temps la plus legere, ou de la moindre solidité qu'il se puisse.

Par le moyen de la formule générale, M. Parent a calculé des Tables, où l'on trouve les poids que peuvent soutenir en leur milieu différentes Poutres engagées dans des Murs par leurs bouts, selon la pratique ordinaire, & il donne en même temps une Regle par laquelle on peut étendre les Tables à des Poutres chargées en quelque point que ce soit ; il ne leur a supposé que les dimensions qui peuvent être d'usage. On diroit presque que la Theorie ne s'abaisse jusque-là qu'à regret, cependant elle y est obligée, ne fût-ce que pour sa propre justification.

SUR LA RESISTANCE

DES MILIEUX

AU MOUVEMENT.

L'Histoire de 1707 * qui a déjà traité cette matiere V. les M.
 allés au long, n'a fait cependant que la commencer. P. 113. 212.
 Ce n'est pas qu'on affecte de l'étendre, c'est qu'elle est 250. 302. &
 fort étendue d'elle-même, à cause des différentes sortes 419.
 * P. 139. &
 suiv.

de Mouvemens qui sont dans la Nature, & de l'incertitude de l'Hypothèse qu'on doit prendre sur la Résistance.

M. Varignon n'a encore considéré que les Mouvemens primitivement uniformes, que la Résistance du Milieu rend variés, il reste les Mouvemens primitivement variés, qu'elle rendra autrement variés. Les plus connus & les premiers qui s'offrent, ce sont ceux des Corps pesants; on suppose qu'ils suivent le système de Galilée. Il faut ensuite se déterminer à une hypothèse sur la Résistance; M. Varignon prend d'abord la plus simple des trois, qui ont été regardées comme les plus vrai-semblables de toutes dans l'Hist. de 1707, que nous supposons toujours ici, c'est celle où la Résistance de chaque instant se règle sur la Vitesse de cet instant, de sorte qu'elle en soit toujours, par exemple, la 10^{me} partie.

Si un Corps pesant tombe dans un Milieu qui ne résiste point, & que le temps de la chute soit divisé en instans égaux, les Vitesses croîtront, selon Galilée, comme les Nombres naturels 1, 2, 3, &c. parceque la Pesanteur, que l'on conçoit comme constante, donne toujours au Corps à chaque instant une nouvelle impulsion égale. Mais si le Milieu résiste, & résiste en même raison que la vitesse sera plus grande, de sorte qu'il en retranche à chaque instant, si l'on veut, la 10^{me} partie, la vitesse du 1^{er} instant, qui auroit été 1 ou $\frac{10}{10}$, ne sera plus que $\frac{9}{10}$, celle du 2^d qui auroit été 2, ne sera que $\frac{8}{10}$ plus 1, moins la 10^{me} partie de la somme $\frac{9}{10}$ plus 1, c'est à dire $\frac{17}{10}$, car il est visible que la pesanteur ajoute toujours 1 à la vitesse de chaque instant précédent, & que de cette somme la résistance du Milieu en retranche toujours la 10^{me} partie; ainsi la vitesse du 1^{er} instant qui auroit été 100 ne seroit plus que 90, & celle du 2^d qui auroit été 200 ne seroit plus que 171. De cette maniere on trouvera encore par un simple calcul Arithmetique les vitesses de tous les autres instans, & l'on verra qu'elles augmentent toujours, mais de moins en moins, de sorte que la vitesse du 3^{me} instant, qui dans un milieu sans résistance auroit été triple de celle du 1^{er}, est plus

éloignée de l'être que celle du 2^d n'est éloignée d'en être double, & celle du 4^{me} encore plus éloignée d'en être quadruple, que celle du 3^{me} ne l'est d'en être triple, & toujours ainsi de suite. En un mot, les Vitesse croissent, & leurs Differences décroissent.

Si l'on considere de plus près ces Vitesse, & leurs Differences, on s'appercvra que la Progression selon laquelle les Differences décroissent est geometrique, mais non pas celle selon laquelle les Vitesse croissent. Or les Geometres sçavent que si on prend une Logarithmique du côté qu'elle est convexe par rapport à son Axe, qui est aussi son Asymptote, ses Ordonnées qu'on peut appeller *exterieures* sont en progression geometrique aussi-bien que leurs Differences, & que les Ordonnées de l'autre côté ou *interieures* ont les mêmes Differences, sans être en progression geometrique. Delà il suit que les Ordonnées interieures d'une Logarithmique représenteront les Vitesse d'un Corps qui tombe, dans les deux hypotheses que nous avons faites de la variation de son Mouvement, & de la Résistance du Milieu.

A quelque instant que ce soit, la Vitesse du Corps n'est que la somme des Differences de toutes les Vitesse des instans précédens, & puisque ces Differences décroissent en progression geometrique, elles ne doivent, lors même qu'elles seront en nombre infini, faire qu'une somme finie, & par conséquent la Vitesse, qui s'augmentera toujours, ne sera que finie au bout d'un temps infini. Aussi voit-on que la Logarithmique qui a son Axe pour Asymptote, ne peut jamais avoir pour plus grande & dernière Ordonnée interieure qu'une Ordonnée d'une certaine grandeur finie, quoique cette Courbe se soit étendue à l'infini, & que ses Ordonnées interieures aient toujours été en croissant. Il y a donc dans les hypotheses presentes une certaine Vitesse finie, qu'un Corps qui tombe ne peut acquerir par l'action de sa pesanteur, qu'au bout d'un temps infini, (on la peut appeller *terminale*) & par conséquent le mouvement s'accellerera toujours, & ne deviendra jamais uniforme.

Il ne le deviendrait qu'au cas qu'il fût possible qu'après la vitesse terminale acquise, c'est à dire après un temps infini, le Corps continuât encore de tomber dans le même Milieu; en voici la preuve. Si au premier instant que le Corps pesant est abandonné à lui-même, il trouvoit dans le Milieu une résistance égale à sa pesanteur, il est visible qu'il ne tomberoit point, & demeureroit suspendu. Il ne tombe donc que parceque sa pesanteur surpasse la résistance du Milieu, & chaque nouveau degré de vitesse qu'il acquiert par l'action continuelle de sa pesanteur, n'est que l'effet de l'excès de sa pesanteur sur cette résistance. Mais on suppose que cette résistance augmente toujours en même raison que la vitesse, & d'un autre côté la pesanteur demeure toujours la même. Il faut donc que la résistance aille toujours en s'approchant de la quantité dont est la pesanteur, & vienne enfin à l'égaliser. Le temps où arrive cette égalité ne peut être que celui où la pesanteur cesse d'agir, & d'imprimer quelque nouveau degré de vitesse, puisque la Résistance du Milieu ôte toute action à la pesanteur, quand elle lui est égale, or nous avons vu que la pesanteur agit, & accélère le mouvement, mais toujours de moins en moins, pendant un temps infini, ce n'est donc qu'au bout de ce temps que la résistance égale la pesanteur, & en effet elle croît comme la vitesse qui ne devient que finie au bout d'un temps infini. Cette égalité arrivée, le Corps s'arrêteroit s'il n'avoit nulle vitesse acquise, mais il a la vitesse terminale acquise par sa chute, & s'il est possible qu'il continue de tomber après un temps infini, il tombera encore à l'infini avec cette vitesse qui ne s'accélérera plus, puisque la pesanteur n'a plus d'action. La pesanteur & la résistance du Milieu étant détruites l'une par l'autre, il est dans le même cas que s'il étoit sans pesanteur, & jetté dans le Vuide. Il est bien constant que son mouvement seroit uniforme, & dureroit à l'infini.

De ce que nous venons de dire, on en peut tirer quelques conséquences. Par exemple, puisque dans le même

temps infini la vitesse tend toujours à égaler la vitesse terminale, & la résistance à égaler la pesanteur, & que la résistance croît comme la vitesse, il s'ensuit qu'à chaque instant la vitesse croît autant par rapport à la vitesse terminale, que la résistance croît par rapport à la pesanteur, ou, ce qui est la même chose, que ces 4 grandeurs sont en proportion à quelque instant que ce soit. Par conséquent si l'on en connoît 3, on a aussi-tôt la 4^{me}. Si, par exemple, après la première Seconde pendant laquelle un Corps qui pèse 1 liv. est tombé dans l'air, il a une vitesse à pouvoir parcourir d'un mouvement uniforme 5 toises en une seconde dans un Milieu sans résistance, & qu'alors la résistance de l'air soit de la valeur d'1 grain ou de $\frac{1}{112}$ de livre, on sera assuré que ce Corps ne pourra jamais acquérir dans l'air une vitesse à parcourir en une seconde 21 Lieuës. On voit assés que ces sortes de calculs peuvent trouver leur place dans la Physique, & que les principes qui les produisent, ne sont pas de purs amusemens de Theorie.

M. Varignon ayant trouvé que c'est une Logarithmique qui exprime par ses Ordonnées interieures les vitesses d'un Corps qui tombe dans les deux hypotheses presentes, trouve aisément ensuite quelle Courbe exprime par ses Ordonnées les vitesses correspondantes qui ont été détruites par la résistance du Milieu, ou, comme nous l'avons dit dans l'Hist. de 1707, les résistances *totales* du Milieu, qui leur sont toujours égales. Puisque les résistances de chaque instant sont toujours ici comme les vitesses, & qu'elles sont les infiniment petits des résistances totales, on a la proportion selon laquelle croissent les infiniment petits des Ordonnées de la Courbe des Résistances totales, & par conséquent en integrant on a ces Ordonnées elles-mêmes, ou la Courbe.

La somme des Ordonnées interieures de la Logarithmique doit représenter l'espace parcouru par le Corps qui tombe, & comme cette somme est infinie, quand l'Axis qui représente le temps l'est aussi, l'espace parcouru

dans un temps infini est infini, quoique la vitesse acquise ne soit que finie. M. Varignon démontre qu'au bout de deux temps quelconques les espaces parcourus sont comme les résistances totales ou les vitesses perduës correspondantes, & il est assés remarquable qu'ils soient proportionels à ces vitesses perduës, qui ne font que diminuer les espaces, & non aux vitesses actuelles ou restantes, qui les ont fait parcourir. La somme des Ordonnées de la Courbe des résistances totales, ou des vitesses perduës, represente l'espace que la résistance du Milieu retranche de celui qui auroit été parcouru si elle n'eût pas agi, cette somme est infinie quand l'axe est infini, & par consequent aussi cet espace l'est dans un temps infini, c'est à dire que la résistance du Milieu empêche dans un temps infini un espace infini d'être parcouru, & que cependant celui qui est parcouru ne laisse pas d'être encore infini. Cela sembleroit paradoxe, si l'on ne trouvoit pas sans cesse des Infinis plus grands, que d'autres selon tous les rapports imaginables, & si l'on n'étoit pas familiarisé de longue main avec ces sortes de merveilles.

Toutes les propriétés que nous venons de rapporter du Mouvement accéléré dans les hypotheses presentes, sont fondées geometriquement sur les propriétés de la Logarithmique. Mais on peut aussi employer l'Hiperbole au même usage, parcequ'il y a entre ces deux Courbes assés de liaison, & une espece d'affinité. Elle consiste en ce que dans l'Hiperbole certains espaces étant pris en progression arithmetique, les divisions correspondantes d'une des Asimptotes sont en progression geometrique; ainsi l'Hiperbole, aussi-bien que la Logarithmique fournit ces deux progressions qui se répondent, mais elle les fournit d'une maniere moins simple, puisque l'une est entre des espaces, & l'autre entre des lignes, au lieu que dans la Logarithmique toutes deux sont entre des lignes. De deux illustres & excellens Geometres qui ont traité cette matiere des Résistances, mais l'un assés legerement, l'autre avec plus de profondeur, & peu de clarté, l'un a pris
la

la Logarithmique, & l'autre l'Hiperbole. M. Varignon enseigne à les manier toutes deux également dans cette recherche, & même à passer, si l'on veut, de l'une à l'autre. La Formule générale qu'il a trouvée lui en laisse le choix libre, & lui ouvre à la fois toutes les routes.

Au lieu que nous avons supposé jusqu'à présent que le Corps n'avoit de mouvement que par sa pesanteur, si l'on supposoit, tout le reste demeurant le même, qu'il fût jeté de haut en bas avec une vitesse *initiale* quelconque, il seroit bien aisé de voir ce qui en arriveroit. Cette vitesse initiale seroit ou plus petite que la terminale, ou égale, ou plus grande. Dans le 1^{er} cas, la même Logarithmique représenteroit toujours par ses Ordonnées interieures les vitesses du Corps tombant, mais au lieu qu'elle commençoit à les représenter par une Ordonnée égale à zero, elle ne commenceroit que par une certaine Ordonnée finie, &, pour ainsi dire, plus tard; & comme cette Courbe s'étend à l'infini, & que dans une progression infinie, il y a toujours une infinité de termes jusqu'au dernier, à compter non-seulement depuis le premier terme, mais depuis un terme quelconque, toutes les conséquences de l'Infini seroient les mêmes, que dans une chute dont la vitesse commenceroit par zero. Dans le 2^d cas, il est évident par tout ce qui a été dit que le mouvement du Corps seroit uniforme, & que la Logarithmique se changeroit en la ligne droite infinie, qui en étoit l'Asymptote. Dans le 3^{me}, le Mouvement seroit retardé, puisque la résistance du Milieu surpasseroit la pesanteur du Corps, les différences des vitesses décroissantes décroîtroient encore selon une progression geometrique par la même raison que celles des vitesses croissantes du 1^{er} cas, par conséquent la Logarithmique auroit encore lieu ici, mais ses Ordonnées devroient être décroissantes, puisqu'elles auroient des vitesses décroissantes à représenter; il faudroit donc prendre ses Ordonnées exterieures qui décroissent, ou, ce qui est le même, considerer la Logarithmique par son côté convexe, & ajoûter toujours ses Ordonnées à une

ligne droite constante qui représenteroit la vitesse terminale, dont le Corps ne peut jamais rien perdre. On verroit alors que comme la Logarithmique s'étend à l'infini, le mouvement seroit retardé à l'infini, que comme elle n'arrive à son Asymptote qu'après un cours infini, la vitesse toujours retardée n'arriveroit qu'après un temps infini à être égale à la terminale, & cela, quelque petit qu'eût été d'abord l'excès de l'initiale sur la terminale, pourvu seulement qu'il eût été fini. On démêle assés dans toutes ces suites du 3^{me} cas celles qui viennent de son opposition au 1^{er}, d'avec celles qui naissent de la conformité générale qu'ils conservent malgré cette opposition.

Après les mouvemens primitivement accélérés, il reste à examiner les mouvemens primitivement retardés, que retarderoit encore la résistance du Milieu. Tel est le mouvement d'une Pierre jettée verticalement de bas en haut, que retarderoient continuellement, & la pesanteur, & la résistance de l'air. Le 3^{me} cas que nous venons d'expliquer donne une grande ouverture pour cette recherche, les hypotheses demeurant les mêmes. Le mouvement étant retardé de part & d'autre selon les mêmes loix, la progression geometrique des Differences des Vitesses décroissantes, & par conséquent la Logarithmique se presente encore ici, car il est visible que les directions contraires de haut en bas, & de bas en haut ne peuvent rien changer à cet égard. De même parceque le mouvement est retardé de part & d'autre, il faudra prendre les deux Logarithmiques du côté convexe. Seulement pour réduire les deux cas entierement au même, il faudra qu'au lieu que le Corps jetté de haut en bas avoit ses vitesses représentées par les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique, auxquelles on ajoûtoit toujours une ligne droite constante qui representoit la vitesse terminale, le Corps jetté de bas en haut ait ses vitesses représentées par les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique, dont on retranche toujours une même ligne droite, qui represente la même vitesse terminale. La raison en est éviden-

te, puisque les deux cas ne different absolument qu'en ce que dans le premier le Corps a une vitesse dont il ne peut jamais rien perdre, c'est à dire la terminale, & dans le second, le Corps ne peut jamais avoir une pareille vitesse, car quelque prodigieuse que soit celle avec laquelle il commence à se mouvoir, pourvu qu'elle soit finie, l'action de la pesanteur lui en fera perdre quelque chose dès le premier moment. Par conséquent on réduit le second cas au premier, si l'on retranche du second la vitesse terminale du premier, qui faisoit toute leur difference.

De ce que les vitesses d'un Corps jetté de bas en haut sont représentées par les Ordonnées extérieures d'une Logarithmique, dont on retranche toujours une même ligne droite, il s'ensuit que cette droite se trouvera égale à quelque Ordonnée, & que par conséquent il y aura quelque point de la Logarithmique où la vitesse sera nulle. Et en effet il est bien clair que cela doit arriver, car dans un mouvement primitivement retardé indépendamment de la résistance du Milieu, la vitesse s'éteint au bout d'un certain temps, à plus forte raison s'éteindra-t-elle dans un Milieu qui résiste. La Logarithmique fait voir de combien elle s'éteint plutôt, ou, ce qui est la même chose, de combien l'espace que le Corps auroit parcouru, est raccourci.

Soit qu'on ait laissé tomber librement le Corps, soit qu'on l'ait jetté verticalement de haut en bas avec une certaine force, ou de bas en haut, M. Varignon donne toujours dans ces 3 cas par les principes de sa Theorie, c'est à dire par des sommes de Vitesses, ou des Aires de Courbes, la valeur des espaces ou qui ont été parcourus malgré la résistance du Milieu, ou qui l'auroient été sans cette résistance, & il compare les uns aux autres. Il compare même ceux de l'un des 3 cas à ceux des 2 autres, & pour ne rien oublier, à ceux qui auroient été parcourus par des Mouvements primitivement uniformes. Tout cela s'exécute & par la Logarithmique, & par l'Hiperbole, & toutes les combinaisons de tant d'idées différentes ou-

vrent un vaste champ à la Geometrie.

Tous ces mouvemens cependant sont renfermés dans une supposition assés limitée, ils ne se font que suivant des lignes verticales, mais si un Corps pesant étoit jetté obliquement à l'Horizon, soit de bas en haut, soit de haut en bas, ce seroient des considerations nouvelles, ce Corps décriroit certainement quelque Courbe, au lieu qu'il ne décriroit auparavant que des lignes droites.

Tout le monde sçait qu'un Corps pesant jetté soit horizontalement, soit obliquement à l'Horizon décrit une Parabole par le mélange de sa vitesse de *projection* avec celle que lui imprime sa pesanteur, mais on suppose alors que le Milieu ne fait aucune résistance, ou qu'il n'y a nulle erreur sensible à ne la compter pour rien. Telle est celle que l'Air peut faire à un Boulet de Canon. Mais si le Milieu résiste sensiblement, ou qu'enfin on veut venir à la précision geometrique, la Parabole n'a plus de lieu.

Si l'on considere un Corps jetté obliquement à l'Horizon, il vient d'abord dans l'esprit de *décomposer* cette vitesse oblique, c'est à dire, de la regarder comme résultante d'une vitesse horizontale, toujours uniforme par sa nature, & d'une verticale variée par la pesanteur, mais la Theorie générale de M. Varignon le mettant en état de prendre une idée encore plus simple, c'est par elle qu'il commence.

Il ne décompose point la vitesse de la projection oblique, il la regarde comme simple, & d'ailleurs elle est uniforme d'elle-même, mais elle est continuellement alterée par l'action de la pesanteur qui ramene le Corps en embas s'il a été jetté de bas en haut, ou hâte son mouvement de haut en bas, s'il a été jetté selon cette direction. Voilà donc deux mouvemens à considerer, l'un primitivement uniforme, l'autre primitivement varié suivant le système de Galilée, & à tous les deux le Milieu résiste en raison des vitesses.

sente hypothese de la Résistance, un mouvement primitivement uniforme devient varié, de sorte que les vitesses restantes à chaque instant suivent une progression geometrique décroissante, ou, ce qui est la même chose, les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique. Il faut donc pour trouver les diminutions de la vitesse simple de projection causées par la résistance du Milieu, décrire une Logarithmique dont la premiere & plus grande Ordonnée exterieure represente la vitesse de projection dans son premier instant, & non encore diminuée. Reste la vitesse qui vient de la pesanteur.

N'examinons ici que le cas où un Corps est jeté de bas en haut. Quelle que soit sa vitesse de projection, sa pesanteur agira contre elle dès le premier instant pour le ramener en embas, & de toute la ligne de projection qu'il auroit décrite, s'il avoit été sans pesanteur, il n'en décrira qu'une premiere partie infiniment petite, après quoi il fera toujours au dessous de plus en plus. Il est donc, à ne considerer que sa pesanteur, dans le même cas que si on le laissoit tomber librement. Or nous avons vû cy-dessus * p. 125. qu'en ce cas-là ses vitesses toujours croissantes seroient représentées par les Ordonnées interieures d'une Logarithmique, dont la premiere ayant été égale à zero, la derniere infiniment éloignée ne seroit que finie, & representeroit la vitesse terminale. Il ne faut donc que décrire cette Logarithmique pour avoir les vitesses accelerées causées par la pesanteur, malgré la résistance du Milieu.

Cette Logarithmique, & celle qui representeroit la vitesse uniforme de projection devenuë variée, n'en sont pas deux. L'essence de cette Courbe consiste en ce que ses Ordonnées exterieures sont en progression geometrique, leurs Abscisses étant supposées en progression arithmetique, & delà il suit necessairement qu'à quelque point que ce soit sa sôutangente est toujours de la même grandeur. Une Logarithmique ne differe d'une autre qu'en ce que leurs sôutangentes, invariables chacune, sont deux grandeurs differentes. D'ailleurs comme cette Courbe

s'étend à l'infini, on y peut toujours trouver une Ordonnée de telle grandeur qu'on voudra. Ainsi si la Logarithmique qui doit représenter les vitesses causées par la pesanteur est telle que la même ligne droite représente & la soutangente, & la vitesse terminale, elle est déterminée à être une certaine Logarithmique, & ensuite l'on y trouvera une Ordonnée qui représentera la première vitesse de projection, quel que soit le rapport de cette vitesse à la terminale. Ce ne seront que deux differens arcs de la même Logarithmique, dont les différentes Ordonnées représenteront les deux différentes especes de vitesses que nous considérons ici, & si celle de projection étoit égale à la terminale, ce ne seroit que le même arc.

Par tout ce qui a été dit & dans l'Hist. de 1707 & cy-dessus, il est évident que quand on a ces deux différentes especes de vitesses, & par conséquent leur rapport, on a ensuite le rapport des deux espaces qu'elles ont fait parcourir, ou, ce qui revient au même, le point où le Corps doit se trouver à un instant quelconque, & la suite de tous ces points pour tous les instans est la *Courbe de projection*.

Un côté infiniment petit quelconque de cette Courbe, est l'espace que le Corps a parcouru dans un instant, en vertu des deux vitesses, & par un mouvement composé. Pour avoir cet espace, il faut prendre les deux qui ont été parcourus en vertu de chaque vitesse, ou, ce qui revient au même, les deux espaces *primitifs*, qui auroient été parcourus dans un Milieu sans résistance, diminués ainsi qu'ils ont dû l'être par la résistance. Et comme les vitesses qui ne seroient pas uniformes dans le fini, le deviennent dans l'infiniment petit, & que les espaces sont en raison des vitesses, lorsqu'elles sont uniformes, & que dans l'hypothese présente les résistances sont en raison des vitesses, les espaces primitifs infiniment petits seront diminués par la résistance selon la même raison qu'ils ont entr'eux. Et si l'on conçoit qu'ils forment un parallelogramme, sa diagonale sera la ligne du mouvement composé, ou le côté infiniment petit de la Courbe décrit par le

Corps pendant un instant. Supposons que les deux espaces primitifs eussent été comme 3 & 4, & que du premier la résistance en eût retranché 1, elle auroit donc retranché du second $\frac{2}{3}$, ce qui les auroit réduits à être 2 & $\frac{2}{3}$, & leur diagonale primitive, qui, en concevant qu'ils fissent entre eux un angle droit, auroit été 3, seroit devenue $\frac{10}{3}$.

Il est bon de faire ici une remarque, qui est peut-être assez délicate, & qui pourra servir d'exemple de la facilité qu'il y a à se méprendre en ces matieres. Le raisonnement que nous venons de faire semble conclure, que dans quelque hypothese que ce soit des résistances, les deux petits espaces primitifs étant diminués comme cette hypothese le demandera, leur diagonale sera la ligne du mouvement composé du Corps. Mais ni cela n'est vrai, ni le raisonnement ne le conclut. Le Milieu qui résiste ne s'oppose pas seulement aux deux mouvemens simples, d'où résulte le composé, il s'oppose aussi au composé, & même ce composé étant le seul réel, il est le seul auquel le Milieu s'oppose réellement. Quand on a diminué les deux petits espaces primitifs selon la raison des résistances, il faut donc diminuer aussi selon cette même raison leur diagonale primitive, pour avoir la ligne du mouvement composé, & si on se contentoit de tirer la diagonale des espaces diminués, on tomberoit dans l'erreur. Par exemple, si la résistance suit les quarrés des vitesses, & que les espaces primitifs & leur diagonale soient encore 3, 4 & 5, & que la résistance retranche 1 du premier espace, on trouvera dans cette hypothese de la résistance, que les deux espaces deviennent 2 & $\frac{2}{3}$, & que si on tiroit simplement leur diagonale elle seroit à peu près $\frac{26}{7}$; mais si on la diminue aussi selon l'hypothese, elle sera $\frac{11}{2}$, ce qui est bien au-dessous de $\frac{26}{7}$ ou $\frac{20}{7}$. Dans l'hypothese des résistances en raison des vitesses, la simple diagonale des deux espaces primitifs diminués comme il le faut, se trouve aussi diminuée autant que le demande l'hypothese, car alors ces 3 lignes doivent toujours être entr'elles comme les primitives, & l'on voit que 2, $\frac{2}{3}$ & $\frac{10}{3}$, ou, ce

qui est la même chose, 6, 8, & 10, sont comme 3, 4, & 5.

La Courbe de projection a pour Tangente à son origine la ligne de projection oblique, puisque le Corps pendant le premier instant de son mouvement doit décrire une partie infiniment petite & de cette ligne de projection & de la Courbe. Quoiqu'elle soit toujours au-dessous de cette première Tangente, elle s'élève ensuite par rapport à l'horizon, tant que ce qu'il y a de vertical dans la vitesse de projection l'emporte sur la vitesse que la pesanteur imprime au Corps pour le faire descendre. Au point où ces deux vitesses sont égales, c'est à dire où le Corps ne monte ni ne descend, la position ou la Tangente de la Courbe est horizontale, ensuite elle descend toujours, & tend à devenir perpendiculaire à l'horizon, sans le pouvoir devenir qu'après un cours infini.

La Parabole que le Corps décrirait dans un Milieu sans résistance, s'ouvre toujours à l'infini, & l'étendue ou *amplitude* de ce jet seroit par conséquent infinie. Mais ici l'amplitude du jet ne l'est pas, & elle est contenue entre deux lignes verticales, éloignées l'une de l'autre d'une distance finie, de sorte que le Corps, quoiqu'en un temps infini, & après avoir parcouru un espace infini, ne peut être éloigné de l'origine du jet, que de cette distance finie, prise sur une ligne horizontale, c'est à dire en un mot que la Courbe de projection a une Asymptote, & une dernière Ordonnée finie la plus grande de toutes, à laquelle elle ne peut arriver. On en verra la nécessité si l'on se souvient * que par la simple vitesse de projection le Corps n'auroit décrit en un temps infini qu'une ligne droite finie, or la vitesse causée par la pesanteur ne peut pas augmenter cette étendue du jet, puisqu'elle ne tend qu'à ramener le Corps en embas selon des lignes verticales.

Il est clair que quand on conçoit le cours de la Courbe infini, on suppose la projection faite d'un point infiniment éloigné de la Terre, & que par conséquent le Corps ne
la

* V. l'Hist.
de 1707. p.
144.

la peut rencontrer en retombant. Mais si cette même projection étoit faite sur la Terre, le Corps y retomberoit après avoir parcouru un arc fini de la Courbe, tant en s'élevant qu'en redescendant, & M. Varignon détermine aisément ce point, où la Courbe couperoit une ligne horizontale, aussi-bien que celui de sa plus grande élévation sur l'horizon.

Par tout ce qui a été dit, il est clair que les infiniment petits des *Coordonnées* de cette Courbe, qui toujours pris deux à deux en déterminent chaque petit côté, sont les accroissemens infiniment petits que prennent à chaque instant les deux espaces simples, dont est composé le mouvement du Corps. Ces espaces sont comme les aires correspondantes des deux arcs Logarithmiques, dont le premier sert à représenter la vitesse simple de projection, & l'autre celle de la pesanteur, & ces aires sont comme certaines lignes droites, ce qui est plus simple. Par exemple, l'aire du premier, formée par les Ordonnées extérieures, est par tout comme l'Ordonnée intérieure correspondante.

Maintenant il reste à trouver la Courbe des projections obliques de haut en bas. Il est évident que dans ces projections il y a nécessairement du vertical, & qu'à cet égard le Corps est dans le même cas que s'il étoit jetté de haut en bas avec une certaine vitesse initiale. Le vertical déduit, il ne reste qu'un mouvement horizontal. Il est vrai que de cette manière on décompose la vitesse oblique de projection, quoique l'on n'en ait pas présentement le dessein, mais il faut remarquer qu'on ne la décompose que par accident. Que la projection oblique soit ou de bas en haut, ou de haut en bas, il est toujours nécessaire d'en considérer la vitesse séparément de celle que produit la pesanteur du Corps. Si la projection oblique est de bas en haut, & qu'on la décompose, elle donnera au Corps un mouvement horizontal en avant, & de plus un vertical de bas en haut, & d'un autre côté la pesanteur lui en donnera un vertical contraire de haut en

bas, & même les lignes verticales par lesquelles elle agira, seront différentes de celle qui entroit dans la composition de la projection oblique. Si on ne décompose point cette projection, l'action verticale de la pesanteur de haut en bas, ne laisse pas de subsister toujours, & elle doit être considérée à part. Mais dans une projection oblique de haut en bas, ce qu'il y a de vertical est précisément le même, que ce qui y surviendrait de la part de la pesanteur, pourvu seulement qu'elle fût fortifiée par quelque cause étrangere. Ainsi en considérant l'action de la pesanteur, on décompose nécessairement cette projection, mais aussi ce n'est que par accident, & parcequ'elle est de haut en bas.

Dans cette espece de projection les vitesses horizontales décroissantes seront toujours représentées par les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique ; mais quant aux vitesses verticales, il y a 3 cas differens rapportés cy-dessus *, la vitesse initiale sera ou plus petite que la terminale, ou égale, ou plus grande. Prenons d'abord le cas de l'égalité.

Alors le mouvement vertical du Corps sera uniforme, & une ligne droite divisée en parties égales en représentera les vitesses. Voilà donc les deux vitesses simples déterminées. L'espace parcouru en vertu de la premiere au bout d'un temps quelconque sera comme l'Aire Logarithmique, ou comme l'Ordonnée interieure correspondante, & l'espace parcouru en vertu de la seconde sera toujours au bout d'un temps égal comme une même ligne constante. Les infiniment petits de ces espaces seront l'un l'infiniment petit de l'Ordonnée interieure d'une Logarithmique, & l'autre un infiniment petit toujours constant. Ils sont tous deux les infiniment petits des Coordonnées de la Courbe de projection qu'on cherche, par conséquent cette Courbe sera une Logarithmique, car à ce que les infiniment petits de ses Ordonnées sont des infiniment petits d'Ordonnées de Logarithmique, il se joint que les infiniment petits des Abscisses correspondantes

* p. 129.

soient constans, ce qui est essentiellement requis, & ne se peut trouver en aucune autre Courbe. La Logarithmique, après avoir tant servi à trouver ou les vitesses des Corps mûs dans des Milieux qui résistent, ou les Courbes que décrivent ces Corps jettés obliquement, devient enfin elle-même dans un cas la Courbe qu'ils décrivent.

Si la vitesse verticale de la projection oblique de haut en bas est ou plus petite ou plus grande que la terminale, il est visible que quoique les vitesses horizontales soient toujours représentées par les Ordonnées extérieures d'une Logarithmique, la Courbe de projection ne sera plus une Logarithmique, parceque la vitesse verticale ne sera plus uniforme, mais ou accélérée ou retardée, & que par conséquent les infiniment petits des Ordonnées étant des infiniment petits d'Ordonnées de Logarithmique, ceux des Abscisses ne seront plus constans, ou que si on les prend constans, ceux des Ordonnées ne seront plus des infiniment petits d'Ordonnées de Logarithmique. M. Varignon détermine cette nouvelle Courbe de projection; elle est différente de celle des projections obliques de bas en haut, mais elle a comme elle, & par la même raison, une Asymptote verticale, c'est à dire que quoique le Corps décrive en un temps infini un espace infini par rapport à une ligne verticale, l'étendue horizontale du jet n'est que finie.

Il n'importe quel soit le rapport de la vitesse d'une projection oblique de haut en bas à la vitesse terminale, car cette vitesse de projection oblique étant toujours nécessairement plus grande que ce qu'elle a de vertical, & la grandeur de ce qu'elle a de vertical étant déterminée par l'obliquité de la projection, & par la grandeur de la vitesse oblique, on aura toujours le rapport de ce qu'elle a de vertical à la vitesse terminale, que l'on suppose continuë, & ce rapport est tout ce qu'il faut considérer.

Puisque la Courbe de projection de haut en bas est formée par un mouvement composé de deux mouvemens, l'un horizontal, l'autre vertical, il est clair que ses

Coordonnées doivent se rencontrer à angles droits, comme font des lignes horizontales & verticales, au lieu que dans la Courbe de projection de bas en haut, formée par un mouvement oblique à l'horizon, & par un vertical, les Coordonnées se rencontrent obliquement. Cette différence les empêchera d'avoir une équation commune, tant qu'elle subsistera, mais elle n'est pas insurmontable. M. Varignon ayant réduit la Courbe des projections de bas en haut à avoir des Coordonnées qui se rencontrent à angles droits, ramene ensuite les Courbes des deux projections contraires à une même équation générale, que les deux cas différens déterminent différemment.

L'Hiperbole, ainsi qu'il a déjà été dit, peut faire en cette matiere les fonctions de la Logarithmique, & M. Varignon ayant construit par des Logarithmiques les deux cas des deux projections contraires, fait voir ensuite qu'ils peuvent être aussi construits par l'Hiperbole, & que les deux Solutions, quoique différentes en apparence, ne sont que la même.

Il fait voir pareillement que, s'il eût supposé le Milieu sans résistance, les principes qu'il a suivis lui auroient donné pour Courbe de projection dans les deux cas la Parabole, que Galilée, en faisant abstraction de la résistance du Milieu, avoit trouvée, mais par une voie moins générale.

M. Newton, & M. Huguens ont donné aussi dans l'hypothese présente, le premier en se servant de l'Hiperbole, & le second, de la Logarithmique, la maniere de décrire par points la Courbe de projection, mais ni l'un ni l'autre n'ont donné une équation qui en exprimât la nature. M. Huguens n'a pas même démontré la maniere de trouver les points. Les deux tours qu'ils ont pris paroissent fort différens, soit l'un de l'autre, soit de celui de M. Varignon. Cependant il prouve que les trois arrivent précisément au même but, car en tirant de la description que chacun de ces Auteurs fait de la Courbe une équation

tion qui l'exprime, il fait voir qu'elle est la même de part & d'autre que celle qu'il a trouvée pour la Courbe déduite de ses principes. Après qu'on a marché par différens chemins pour aller à un même lieu, quelque sûr que l'on soit de ne s'être égaré dans aucun des voyages, on l'est encore plus quand on reconnoît ce lieu pour le même, & s'il se pouvoit faire qu'il parût fort différent, la certitude seroit ébranlée.

Après tout cela, M. Varignon cherche la même Courbe en décomposant la projection oblique, ainsi que l'ont pratiqué M^r Huguens & Newton. Quoique cette methode paroisse fort naturelle, elle est la moins simple, & les démonstrations qu'elle produit demandent un plus grand tour. M. Varignon les donne également & pour les deux projections contraires, & en se servant soit de la Logarithmique soit de l'Hiperbole, & il prouve ensuite & que cette Courbe est la même que celle qu'il avoit déjà trouvée sans décomposer les projections, & qu'elle est la même que celles de M^r Newton & Huguens. Tant de surcroîts d'assurance ne sont pas inutiles dans des matieres aussi épineuses, & aussi compliquées.

ON dit qu'il est constant que des Chevaux qui se sont emportés s'arrêtent tout à coup, si on leur jette sur la tête quelque chose qui les empêche de voir. Cela supposé, M. Daleme a montré une maniere fort simple de disposer deux Cordons qui abattroient tout d'un coup sur les yeux de deux Chevaux de Carrosse les deux pieces de cuir, qui sont à côté, de sorte qu'ils cesseroient aussitôt de voir. On tireroit les Cordons de dedans le Carrosse, & ce seroit un moyen fort aisé de remedier à un accident tres-fâcheux, & même d'en prévenir la peur.



Monsieur des Billettes a continué la description de la maniere de faire le Sucre, & a donné celle de la Tannerie.

M. Jaugeon a donné la description de l'Art du Relieur de Livres.

MACHINES OU INVENTIONS

APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE

EN MDCCVIII.

I.

UN Claveffin de M. Cuisinié, nouveau pour sa construction, quoiqu'en effet ce ne soit qu'une Vielle tres-ingenieusement perfectionnée.

II.

Des Machines de M. du Guet pour l'augmentation de l'Ouye, & sur tout un Fautetüil qui augmente considerablement le son pour une personne qui est assise dedans, & qui presente l'oreille à une ouverture qu'elle rencontre sans peine. Il faut que l'on parle à une autre ouverture qui de dehors en dedans répond à celle-là, & on peut parler si bas que l'on veut. Toutes ces Machines ont été trouvées nouvelles & utiles à ceux qui entendent difficilement; leur effet augmente à proportion de leur volume.





E L O G E

DE M. DE TOURNEFORT.

JOSEPH PITTON DE TOURNEFORT nâquit à Aix en Provence le 5 Juin 1656 de Pierre Pitton Ecuyer Seigneur de Tournefort, & d'Aimare de Fagonë d'une Famille noble de Paris.

On le mit au College des Jesuites d'Aix, mais quoiqu'on l'appliquât uniquement, comme tous les autres Ecoliers, à l'étude du Latin, dès qu'il vit des Plantes, il se sentit Botaniste; il vouloit sçavoir leurs noms, il remarquoit soigneusement leurs differences, & quelquefois il manquoit à sa Classe, pour aller herboriser à la Campagne, & pour étudier la Nature, au lieu de la langue des anciens Romains. La plupart de ceux qui ont excellé en quelque genre n'y ont point eu de Maître, il apprit de lui-même en peu de temps à connoître les Plantes des Environs de sa Ville.

Quand il fut en Philosophie, il prit peu de goût pour celle qu'on lui enseignoit. Il n'y trouvoit point la Nature qu'il se plaisoit tant à observer, mais des idées vagues & abstraites, qui se jettent, pour ainsi dire, à côté des choses, & n'y touchent point. Il découvrit dans le Cabinet de son Pere la Philosophie de Descartes, peu fameuse alors en Provence, & la reconnut aussi-tôt pour celle qu'il cherchoit. Il ne pouvoit jouir de cette lecture que par surprise & à la dérobée, mais c'étoit avec d'autant plus d'ardeur, & ce Pere qui s'opposoit à une étude si utile, lui donnoit sans y penser une excellente éducation.

Comme il le destinoit à l'Eglise, il le fit étudier en Theologie, & le mit même dans un Seminaire. Mais la destination naturelle prévaut. Il falloit qu'il vît des Planres, il alloit faire ses études cheries, ou dans un Jardin assés

curieux qu'avoit un Apotiquaire d'Aix, ou dans les campagnes voisines, ou sur la cime des Rochers; il penetrait par adresse ou par presens dans tous les Lieux fermés, où il pouvoit croire qu'il y avoit des Plantes qui n'étoient pas ailleurs; si ces sortes de moyens ne réussissoient pas, il se résolvoit plutôt à y entrer furtivement, & un jour il pensa être accablé de pierres par des Païsans qui le prenoient pour un Voleur.

Il n'avoit guere moins de passion pour l'Anatomie & pour la Chimie que pour la Botanique. Enfin la Physique & la Medecine le revendiquerent avec tant de force sur la Theologie, qui s'en étoit mise injustement en possession, qu'il fallut qu'elle le leur abandonnât. Il étoit encouragé par l'exemple d'un Oncle paternel qu'il avoit, Medecin fort habile, & fort estimé, & la mort de son Pere arrivée en 1677 le laissa entierement maître de suivre son inclination.

Il profita aussi tôt de sa liberté, & parcourut en 1678 les Montagnes de Dauphiné & de Savoye, d'où il rapporta quantité de belles Plantes seches, qui commencerent son Herbar.

La Botanique n'est pas une science sedentaire & paresseuse, qui se puisse acquerir dans le repos & dans l'ombre d'un Cabinet, comme la Geometrie, & l'Histoire, ou qui tout au plus, comme la Chimie, l'Anatomie, & l'Astronomie, ne demande que des operations d'assés peu de mouvement. Elle veut que l'on coure les Montagnes & les Forêts, que l'on gravisse contre des Rochers escarpés, que l'on s'expose aux bords des Précipices. Les seuls Livres qui peuvent nous instruire à fond dans cette matiere, ont été jettés au hazard sur toute la surface de la Terre, & il faut se résoudre à la fatigue & au peril de les chercher & de les ramasser. Delà vient aussi qu'il est si rare d'exceller dans cette Science, le degré de passion qui suffit pour faire un Sçavant d'une autre espece, ne suffit pas pour faire un grand Botaniste, & avec cette passion même, il faut encore une santé qui puisse la suivre, une
force

force de corps qui y réponde. M. de Tournefort étoit d'un temperament vif, laborieux, robuste, un grand fonds de gaieté naturelle le soutenoit dans le travail, & son corps aussi bien que son esprit avoit été fait pour la Botanique.

En 1679 il partit d'Aix pour Montpellier, où il se perfectionna beaucoup dans l'Anatomie, & dans la Medecine. Un Jardin des Plantes établi en cette Ville par Henry IV, ne pouvoit pas, quelque riche qu'il fût, satisfaire sa curiosité, il courut tous les environs de Montpellier à plus de 10 lieuës, & en rapporta des Plantes inconnuës aux Gens même du Païs. Mais ces courses étoient encore trop bornées, il partit de Montpellier pour Barcelone au mois d'Avril 1681, il passa jusqu'à la S. Jean dans les Montagnes de Catalogne, où il étoit suivi par les Medecins du Païs, & par les jeunes Etudians en Medecine, à qui il démontreroit les Plantes. On eût dit presque qu'il imitoit les anciens Gimnosophistes qui menaient leurs Disciples dans des Deserts, où ils tenoient leur école.

Les hautes Montagnes des Pirenées étoient trop proches pour ne le pas tenter. Cependant il sçavoit qu'il ne trouveroit dans ces vastes solitudes qu'une subsistance pareille à celle des plus austeres Anachorettes, & que les malheureux Habitans qui la lui pouvoient fournir, n'étoient pas en plus grand nombre que les Voleurs qu'il avoit à craindre. Aussi fut-il plusieurs fois dépouillé par les Miquelets Espagnols. Il avoit imaginé un stratagème pour leur dérober un peu d'argent dans ces sortes d'occasions. Il enfermoit des Réaux dans du pain qu'il portoit sur lui, & qui étoit si noir & si dur, que quoiqu'ils le volassent fort exactement, & ne fussent pas gens à rien dédaigner, ils le lui laissoient avec mépris. Son inclination dominante lui faisoit tout surmonter, ces Rochers affreux & presque inaccessibles, qui l'environnoient de toutes parts, s'étoient changés pour lui en une magnifique Bibliotheque, où il avoit le plaisir de trouver tout ce que sa curiosité demandoit, & où il passoit des journées déli-

cieuses. Un jour une méchante Cabane, où il couchoit, tomba tout à coup, il fut deux heures enseveli sous les ruïnes, & y auroit péri, si l'on eût tardé encore quelque temps à le retirer.

Il revint à Montpellier à la fin de 1681, & delà il alla chés lui à Aix, où il rangea dans son Herbiere toutes les Plantes qu'il avoit ramassées de Provence, de Languedoc, de Dauphiné, de Catalogne, des Alpes, & des Pyrénées. Il n'appartient pas à tout le monde de comprendre que le plaisir de les voir en grand nombre, bien entières, bien conservées, disposées selon un bel ordre dans de grands Livres de papier blanc, le payoit suffisamment de tout ce qu'elles lui avoient coûté.

Heureusement pour les Plantes, M. Fagon alors premier Medecin de la feuë Reine, s'y étoit toujours fort attaché, comme à une partie des plus curieuses de la Philosophie, & des plus essentielles de la Medecine, & il favorisoit la Botanique de tout le pouvoir que lui donnoient sa place, & son merite. Le nom de M. de Tournefort vint à lui de tant d'endroits differens, & toujours avec tant d'uniformité, qu'il eut envie de l'attirer à Paris, rendez-vous général de presque tous les grands talens répandus dans les Provinces. Il s'adressa pour cela à M^e de Venelle, Sous-gouvernante des Enfans de France, qui connoissoit beaucoup toute la famille de M. de Tournefort. Elle lui persuada donc de venir à Paris, & en 1683 elle le presenta à M. Fagon, qui dès la même année lui procura la place de Professeur en Botanique au Jardin Royal des Plantes, établi à Paris par Louis XIII pour l'instruction des jeunes Etudians en Medecine.

Cet emploi ne l'empêcha pas de faire differens Voyages. Il retourna en Espagne, & alla jusqu'en Portugal. Il vit des Plantes, mais presque sans aucun Botaniste. En Andalouzie qui est un País fécond en Palmiers, il voulut verifïer ce que l'on dit depuis si long-temps des amours du Mâle & de la Femelle de cette espece, mais il n'en pût rien apprendre de certain, & ces amours si anciennes, en

cas qu'elles soient, sont encore misterieuses. Il alla aussi en Hollande & en Angleterre, où il vit & des Plantes, & plusieurs grands Botanistes, dont il gagna facilement l'estime & l'amitié. Il n'en faut point d'autre preuve, que l'envie qu'eut M. Herman, celebre Professeur en Botanique à Leyde, de lui résigner sa place, parcequ'il étoit déjà fort âgé. Il lui en écrivit au commencement de la dernière guerre avec beaucoup d'instance, & le zele qu'il avoit pour la Science qu'il professoit, lui faisoit choisir un Successeur, non-seulement Etranger, mais d'une Nation ennemie. Il promettoit à M. de Tournefort une pension de 4000 liv. de M^{te} les Etats Generaux, & lui faisoit esperer une augmentation, quand il seroit encore mieux connu. La pension attachée à sa place du Jardin Royal étoit fort modique, cependant l'amour de son Païs lui fit refuser des offres & si utiles & si flatteuses. Il s'y joignit encore une autre raison, qu'il disoit à ses amis, c'est qu'il trouvoit que les Sciences étoient ici pour le moins à un aussi haut degré de perfection, qu'en aucun autre Païs. La Patrie d'un Sçavant ne seroit pas sa véritable Patrie, si les Sciences n'y étoient florissantes.

La sienne ne fut pas ingrate. L'Academie des Sciences ayant été mise en 1691 sous l'inspection de M. l'Abbé Bignon, un des premiers usages qu'il fit de son autorité deux mois après qu'il en fut revêtu, fut de faire entrer dans cette Compagnie M. de Tournefort, & M. Homberg, qu'il ne connoissoit ni l'un ni l'autre que par le nom qu'ils s'étoient fait. Après qu'ils eurent été agréés par le Roi sur son témoignage, il les presenta tous deux ensemble à l'Academie, deux premiers nés, pour ainsi dire, dignes de l'être d'un tel Pere, & d'annoncer toute la famille spirituelle qui les a suivis.

En 1694 parut le premier Ouvrage de M. de Tournefort, intitulé, *Elemens de Botanique*, ou *Methode pour connoître les Plantes*, imprimé au Louvre en 3 Volumes. Il est fait pour mettre de l'ordre dans ce nombre prodigieux de Plantes, semées si confusément sur la Terre, & même

sous les Eaux de la Mer, & pour les distribuer en Genres, & en Especes, qui en facilitent la connoissance, & empêchent que la memoire des Botanistes ne soit accablée sous le poids d'une infinité de noms differens. Cet ordre si nécessaire n'a point été établi par la Nature, qui a préféré une confusion magnifique à la commodité des Philiciens, & c'est à eux à mettre presque malgré elle de l'arrangement & un système dans les Plantes. Puisque ce ne peut être qu'un ouvrage de leur esprit, il est aisé de prévoir qu'ils se partageront, & que même quelques-uns ne voudront point de système. Celui que M. de Tournefort a préféré après une longue & sçavante discussion, consiste à regler les Genres des Plantes par les Fleurs & par les Fruits pris ensemble, c'est à dire, que toutes les Plantes semblables par ces deux parties seront du même Genre, après quoi les differences ou de la Racine, ou de la Tige, ou des Feuilles, feront leurs differentes especes. M. de Tournefort a été même plus loin; au-dessus des Genres il a mis des Classes qui ne se reglent que par les Fleurs, & il est le premier qui ait eu cette pensée, beaucoup plus utile à la Botanique, qu'on ne se l'imagineroit d'abord. Car il ne trouve jusqu'ici que 14 figures differentes de Fleurs qu'il faille s'imprimer dans la memoire, ainsi quand on a entre les mains une Plante en fleur, dont on ignore le nom, on voit aussi-tôt à quelle Classe elle appartient dans le Livre des Elemens de Botanique, quelques jours après la fleur paroît le fruit, qui détermine le Genre dans ce même Livre, & les autres parties donnent l'espece, de sorte que l'on trouve en un moment, & le nom que M. de Tournefort lui donne par rapport à son système, & ceux que d'autres Botanistes des plus fameux lui ont donnés, ou par rapport à leurs systèmes particuliers, ou sans aucun système. Par-là on est en état d'étudier cette Plante dans les Auteurs qui en ont parlé, sans craindre de lui attribuer ce qu'ils auront dit d'une autre, ou d'attribuer à une autre ce qu'ils auront dit de celle-là. C'est un prodigieux soulagement pour la memoire, que tout se réduise à re-

tenir 14 figures de Fleurs, par le moyen desquelles on descend à 673 Genres, qui comprennent sous eux 8846 especes de Plantes, soit de Terre, soit de Mer, connues jusqu'au temps de ce Livre. Que seroit-ce s'il falloit connoître immédiatement ces 8846 especes, & cela sous tous les noms differens qu'il a plu aux Botanistes de leur imposer? Ce que nous venons de dire ici demanderoit encore quelques restrictions, ou quelques éclaircissémens, mais nous les avons donnés dans l'Hist. de 1700 *, où le système de M. de Tournefort a été traité plus à fond, & avec plus d'étendue. * p. 70. & suiv.

Il parut être fort approuvé des Phisiciens, c'est à dire, & cela ne doit jamais s'entendre autrement, du plus grand nombre des Phisiciens. Il fut attaqué sur quelques points par M. Rai, celebre Botaniste, & Phisicien Anglois, auquel M. de Tournefort répondit en 1697 par une Dissertation Latine adressée à M. Sherard, autre Anglois, habile dans la même Science. La dispute fut sans aigreur, & même assez polie de part & d'autre, ce qui est assez à remarquer. On dira peut-être que le sujet ne valoit guere la peine qu'on s'échauffât, car de quoi s'agissoit-il? De sçavoir si les fleurs & les fruits suffisoient pour établir les Genres, si une certaine Plante étoit d'un Genre, ou d'un autre. Mais on doit tenir compte aux Hommes, & plus particulièrement aux Sçavans, de ne s'échauffer pas beaucoup sur de legers sujets. M. de Tournefort dans un Ouvrage posterieur à la dispute a donné de grands éloges à M. Rai, & même sur son système des Plantes.

Il se fit recevoir Docteur en Medecine de la Faculté de Paris, & en 1698 il publia un Livre intitulé, *Histoire des Plantes, qui naissent aux Environs de Paris, avec leur usage dans la Medecine*. Il est facile de juger que celui qui avoit été chercher des Plantes sur les sommets des Alpes, & des Pirenées, avoit diligemment herborisé dans tous les Environs de Paris, depuis qu'il y faisoit son séjour. La Botanique ne seroit qu'une simple curiosité, si elle ne se rapportoit à la Medecine, & quand on veut qu'elle soit

utile, c'est la Botanique de son País, qu'on doit le plus étudier, non que la Nature ait été aussi soigneuse qu'on le dit quelquefois de mettre dans chaque País les Plantes qui devoient convenir aux maladies des Habitans, mais parcequ'il est plus commode d'emploier ce qu'on a sous sa main, & que souvent ce qui vient de loin, n'en vaut pas mieux. Dans cette Histoire des Plantes des Environs de Paris, M. de Tournefort rassemble outre leurs differens noms, & leurs descriptions, les Analises Chimiques que l'Academie en avoit faites, & leurs vertus les mieux prouvées. Ce Livre seul répondroit suffisamment au reproche que l'on fait quelquefois aux Medecins de n'aimer pas les Remedes tirés des simples, parcequ'ils sont trop faciles, & d'un effet trop prompt. Certainement M. de Tournefort en produit ici un grand nombre, cependant ils sont la plupart assés negligés, & il semble qu'une certaine fatalité ordonne qu'on les desirera beaucoup, & qu'on s'en servira peu.

On peut compter parmi les Ouvrages de M. de Tournefort un Livre, ou du moins une partie d'un Livre, qu'il n'a pourtant pas fait imprimer. Il porte pour titre *Schola Botanica; sive Catalogus Plantarum, quas ab aliquot annis in Horto Regio Parisiensi Studiosis indigitavit Vir Clarissimus Josephus Pitton de Tournefort, Doctor Medicus, ut & Pauli Hermanni Paradisi Batavi Prodrumus, &c. Amstelredami. 1699.* Un Anglois nommé M. Simon Warton, qui avoit étudié trois ans en Botanique au Jardin du Roi sous M. de Tournefort, fit ce Catalogue des Plantes qu'il y avoit vûës.

Comme les Elemens de Botanique avoient eu tout le succès que l'Auteur même pouvoit desirer, il en donna en 1700 une traduction Latine en faveur des Etrangers, & plus ample, sous le titre de *Institutiones Rei Herbariae* en 3 Vol. in-4°, dont le premier contient les noms des Plantes distribuées selon le système de l'Auteur, & les deux autres leurs figures tres-bien gravées. A la tête de cette traduction est une grande Préface, ou *Introduction*

à la *Botanique*, qui contient avec les principes du système de M. de Tournefort ingénieusement & solidement établis, une Histoire de la Botanique & des Botanistes, recueillie avec beaucoup de soin, & agréablement écrite. On n'aura pas de peine à s'imaginer qu'il s'occupoit avec plaisir de tout ce qui avoit rapport à l'objet de son amour.

Cet amour cependant n'étoit pas si fidelle aux Plantes, qu'il ne se portât presque avec la même ardeur à toutes les autres curiosités de la Physique, Pierres figurées, Marcassites rares, Petrifications, & Cristallisations extraordinaires, Coquillages de toutes les especes. Il est vrai que du nombre de ces sortes d'infidelités on en pourroit excepter son goût pour les Pierres, car il croyoit que c'étoient des Plantes qui vegetoient, & qui avoient des graines, il étoit même assés disposé à étendre ce système jusqu'aux Metaux, & il semble qu'autant qu'il pouvoit, il transformoit tout en ce qu'il aimoit le mieux. Il ramassoit aussi des Habillemens, des Armes, des Instrumens de Nations éloignées, autres sortes de curiosités, qui quoiqu'elles ne soient pas sorties immédiatement des mains de la Nature, ne laissent pas de devenir philosophiques, pour qui sçait philosopher. De tout cela ensemble, il s'étoit fait un Cabinet superbe pour un particulier, & fameux dans Paris; les Curieux l'estimoient à 45 ou 50000 livres. Ce seroit une tache dans la vie d'un Philosophe, qu'une si grande dépense, si elle avoit eu tout autre objet. Elle prouve que M. de Tournefort, dans une fortune aussi bornée que la sienne, n'avoit pû guere donner à des plaisirs plus frivoles, & cependant beaucoup plus recherchés.

Avec toutes les qualités qu'il avoit, on peut juger aisément combien il étoit propre à être un excellent Voyageur, car j'entens ici par ce terme, non ceux qui voyagent simplement, mais ceux en qui se trouve & une curiosité fort étendue, qui est assés rare, & un certain don de bien voir, plus rare encore. Les Philosophes ne courent guere le monde, & ceux qui le courent ne sont ordi-

nairement guere Philosophes, & par-là un voyage de Philosophe est extrêmement précieux. Aussi nous comptons que ce fut un bonheur pour les Sciences que l'ordre que M. de Tournefort reçut du Roi en 1700 d'aller en Grece, en Asie, & en Afrique, non-seulement pour y reconnoître les Plantes des Anciens, & peut-être aussi celles qui leur auront échapé, mais encore pour y faire des observations sur toute l'Histoire Naturelle, sur la Geographie ancienne, & moderne, & même sur les Mœurs, la Religion, & le Commerce des Peuples. Nous ne repeterons point ici ce que nous avons dit sur ce sujet dans l'Hist. de 1700 *. Il eut ordre d'écrire le plus souvent qu'il pourroit à M. le Comte de Pontchartrain, qui lui procuroit tous les agrémens possibles dans son Voyage, & de l'informer en détail de ses découvertes, & de ses aventures.

* p. 76. &
suiv.

M. de Tournefort accompagné de M. Gundelsheimer Allemand excellent Medecin, & de M. Aubriet habile Peintre, alla jusqu'à la frontiere de Perse toujours herborisant, & observant. Les autres Voyageurs vont par mer le plus qu'ils peuvent, parceque la mer est plus commode, & sur terre ils prennent les chemins les plus battus. Ceux-cy n'alloient par mer que le moins qu'il étoit possible, ils étoient toujours hors des chemins, & s'en faisoient de nouveaux dans des lieux impraticables. On lira bien-tôt avec un plaisir mêlé d'horreur le recit de leur descente dans la Grotte d'Antiparos, c'est à dire dans trois ou quatre abîmes affreux qui se succedent les uns aux autres. M. de Tournefort eut la sensible joye d'y voir une nouvelle espece de Jardin, dont toutes les Plantes étoient différentes pieces de Marbre, encore naissantes ou jeunes, & qui selon toutes les circonstances dont leur formation étoit accompagnée, n'avoient pû que vegeter. En vain la Nature s'étoit cachée dans des lieux si profonds & si inaccessibles pour travailler à la vegetation des Pierres, elle fut, pour ainsi dire, prise sur le fait par des Curieux si hardis.

L'Afrique étoit comprise dans le dessein du Voyage de M.

M. de Tournefort, mais la peste qui étoit en Egypte le fit revenir de Smirne en France en 1701. Ce fut là le premier obstacle qui l'eût arrêté. Il arriva, comme l'a dit un grand Poëte, pour une occasion plus brillante, & moins utile, *chargé des dépouilles de l'Orient*. Il rapportoit, outre une infinité d'observations différentes, 1356 nouvelles especes de Plantes, dont une grande partie venoient se ranger d'elles-mêmes sous quelqu'un des 673 Genres qu'il avoit établis; il ne fut obligé de créer pour tout le reste que 25 nouveaux Genres, sans aucune augmentation des Classes, ce qui prouve la commodité d'un système, où tant de Plantes étrangères, & que l'on n'attendoit point, entroient si facilement. Il en fit son *Corollarium Institutionum Rei Herbariae* imprimé en 1703.

Quand il fut revenu à Paris, il songea à reprendre la pratique de la Medecine, qu'il avoit sacrifiée à son Voyage de Levant, dans le temps qu'elle commençoit à lui réussir beaucoup. L'experience fait voir qu'en tout ce qui dépend d'un certain goût du Public, & sur tout en ce genre-là, les interruptions sont dangereuses; l'approbation des hommes est quelque chose de forcé, & qui ne demande qu'à finir. M. de Tournefort eut donc quelque peine à renouer le fil de ce qu'il avoit quitté; d'ailleurs il falloit qu'il s'acquittât de ses anciens exercices du Jardin Royal, il s'y joignit encore ceux du College Royal, où il eut une place de Professeur en Medecine, les fonctions de l'Academie lui demandoient aussi du temps, enfin il voulut travailler à la Relation de son grand Voyage, dont il n'avoit rapporté que de simples Memoires informes & intelligibles pour lui seul. Les courses & les travaux du jour, qui lui rendoient le repos de la nuit plus nécessaire, l'obligeoient au contraire à passer la nuit dans d'autres travaux, & malheureusement il étoit d'une forte constitution, qui lui permettoit de prendre beaucoup sur lui pendant un assés long-temps, sans en être sensiblement incommodé. Mais à la fin sa santé vint à s'alterer, & cependant il ne la ménagea pas davantage. Lorsqu'il

étoit dans cette mauvaise disposition, il reçut par hazard un coup fort violent dans la poitrine, dont il jugea bientôt qu'il mourroit. Il ne fit plus que languir pendant quelques mois, & il mourut le 28 Decembre 1708.

Il avoit fait un Testament, par lequel il a laissé son Cabinet de Curiosités au Roi pour l'usage des Sçavans, & ses Livres de Botanique à M. l'Abbé Bignon. Ce second article ne marque pas moins que le premier son amour pour les Sciences; c'est leur faire un présent que d'en faire un à celui qui veille pour elles dans ce Royaume avec tant d'application, & les favorise avec tant de tendresse.

Des 2 Volumes in-4^e que doit avoir la Relation du Voyage de M. de Tournefort, le premier étoit déjà imprimé au Louvre quand il mourut, & l'on acheve presentement le second sur le Manuscrit de l'Auteur, qui a été trouvé dans un état où il n'y avoit rien à desirer. Cet Ouvrage, qui a conservé sa premiere forme de Lettres adressées à M. de Pontchartrain, aura 100 Planches en taille-douce tres-bien gravées, de Plantes, d'Antiquités, &c. On y trouvera, outre tout le sçavoir que nous avons représenté jusqu'ici dans M. de Tournefort, une grande connoissance de l'Histoire ancienne & moderne, & une vaste érudition dont nous n'avons point parlé, tant nos Eloges sont éloignés d'être flateurs. Souvent une qualité dominante nous en fait negliger d'autres, qui meritoient cependant d'être relevées.

Sa place de Botaniste Pensionnaire a été remplie par M. Magnol de Montpellier.



MEMOIRES

D E

MATHEMATIQUE

E T

DE PHYSIQUE.

TIREZ DES REGISTRES
de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCVIII.

OBSERVATION

*De l'Eclipse du Cœur du Scorpion Antares par la Lune, faite
à Paris, à Marseille, & à Montpellier le 3
Septembre 1707.*

PAR M. CASSINI le fils.

7^h 50' 44" à Paris, Immersion d'Antares dans la partie obscure de la Lune. Cette observation n'a pu être marquée qu'à quelques secondes près, celui qui l'observoit ayant quitté la Lunete dans le moment de l'Eclipse. 1707.
23. Novem-
bre.

A 8^h 38' 57" Emerision d'Antares de la partie claire exacte.
1708. A

2 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

A 7^h 59' 8" à Montpellier, Immersion d'Antares dans la partie obscure de la Lune.

A 8^h 57' 55" Emerfion d'Antares de la partie claire vis à vis de Messala.

0^h 58' 47" Durée de l'Eclipse à Montpellier.

Cette observation a été faite avec une Lunete de 25 pieds. La Pendule avoit été rectifiée par les hauteurs correspondantes du Soleil, & par les hauteurs de la lyre & de la luisante de la Couronne, qui donnent le même temps à 2 ou 3 secondes près.

A 8^h 7' 8" à Marseille, Immersion d'Antares dans la partie obscure de la Lune, observée par le P. de Laval.

A 8^h 7' 24" à Marseille, Immersion d'Antares dans la partie obscure de la Lune, observée par le P. Feüillée.

A 9^h 7' 12" Emerfion par le P. Feüillée.

Le P. Laval ne pût pas observer l'Emerfion de cette étoile.

Le P. Feüillée marque que l'Emerfion de cette étoile ne lui parut pas assez assurée : elle étoit alors fort proche de l'horizon, & une montagne la cacha plutôt qu'il n'auroit souhaité.

Pour déterminer par le moïen de ces observations la différence des meridiens entre Paris, Montpellier & Marseille, l'on a décrit une figure de la projection de la Terre dans l'orbe de la Lune, où supposant la déclinaison meridionale d'Antares de 25° 45' 10" telle qu'elle est à present, l'on a décrit les Eclipses qui representent les paralleles de Paris, de Montpellier & de Marseille, que l'on a divisé en heures & minutes. Ayant ensuite calculé l'ascension droite & la déclinaison de la Lune à deux heures différentes avant & après la conjonction, l'on a tracé une portion de l'orbite de la Lune, que l'on a corrigé en tirant une parallele à cette orbite qui répond à la durée de l'Eclipse observée, enforte que les extrémités de cette ligne parallele fussent éloignées des points des Ellipses où l'on a

marqué l'heure de l'Immersion & de l'Emerfion de l'inter-
valle du demi-diametre de la Lune. Cette route differe
un peu de celle qui réfulte des Tables & des Ephemer-
ides. Car par le calcul que nous avons fait pour détermi-
ner cette Éclipse, nous avons trouvé qu'elle devoit passer
à Paris près du bord Septentrional. C'est-pourquoi l'on
s'étoit servi dans la Connoiffance des Temps de cette an-
née de ces termes.

*Cette étoile raserà le bord Septentrional de la Lune; c'est-
pourquoi il est douteux si elle paroîtra s'éclipfer à Paris. On la
verra éclipfée dans les païs Meridionaux.*

L'on voit par-là qu'il y a quelque difference entre la la-
titude de la Lune veritable, & celle qui avoit été calculée
au temps de la conjonction. Car supposant dans cette fi-
gure le demi-diametre de la Lune de $14' 45''$, & sa paral-
laxe horizontale de $55' 0''$, l'on trouve que la latitude Me-
ridionale d'Antares étant de $4^{\circ} 31' 35''$, celle de la Lune
devoit être de $3^{\circ} 50' 5''$, au lieu qu'on l'avoit calculée de $3^{\circ} 53' 45''$, ce qui est une difference de 3 à 4 minutes dans la
latitude.

Par la longitude qui réfulte de cette figure, l'on trouve
que sa conjonction en longitude a dû arriver le 3. Septem-
bre à $7^{\text{h}} 42'$. On l'avoit calculé par les Ephemerides à $7^{\text{h}} 55'$,
ce qui fait une difference de 13 minutes d'heure, qui
étant réduites en minutes de degré, font 6 à 7 minutes,
qu'il faut ajouter au lieu calculé pour avoir le lieu de la
Lune veritable.

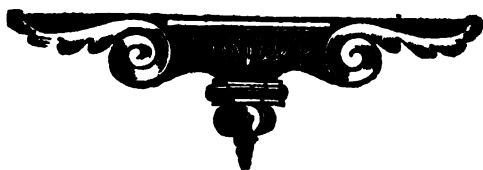
L'on peut aussi par le moïen de cette figure déterminer
à quelle distance du centre de la Lune ou du bord, l'é-
toile a passé dans les differens paralleles où l'on a fait cer-
te observation; l'on trouve, par exemple, qu'à Paris au
milieu de l'Eclipse la distance du bord Septentrional de la
Lune a été de 3 minutes, qu'elle a été à Montpellier de
 $4' 40''$, & à Marseille de $5' 5''$, ce qui peut servir à détermi-
ner la parallaxe horizontale. Mais cette observation n'est
pas des plus propres pour cette détermination, parceque
cette étoile ayant une declinaïson Meridionale, & étant

4 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

outre cela près de l'horizon, la difference de la parallaxe n'est pas si sensible d'un degré à l'autre, que si elle avoit une déclinaison Boreale, & qu'elle fût élevée sur l'horizon. L'on voit par-là l'usage que l'on doit faire de ces observations pour la perfection de la Theorie de la Lune, & pour discerner les élemens qui la composent, qui doivent tous concourir pour la détermination de ces Eclipses.

Par la comparaison de l'Immersion de cette étoile observée à Paris & à Montpellier, l'on trouve la difference des Meridiens entre ces deux Villes de $6' 28''$
& par l'Emerfion de $6' 15''$
Ce qui ne differe que de peu de secondes de celle que l'on a déterminé par les triangles de la Meridienne, & par les Satellites de Jupiter.

Par la comparaison de l'Immersion observée à Paris & à Marseille par le P. Feuillée, l'on trouve la difference des Meridiens de $12' 22''$
& par l'Emerfion de $11' 37''$
La difference qui résulte de l'observation de l'Immersion de cette étoile faite à Marseille, qui est la plus exacte, s'accorde aussi à quelques secondes près de celle que l'on a déterminé par les Satellites de Jupiter; ce qui fait voir la précision avec laquelle on peut déterminer par cette methode les longitudes, lorsque les observations ont été faites de part & d'autre avec exactitude.



E X T R A I T

Des Observations faites aux Indes Occidentales en 1704; 1705, & 1706 par le P. Feüillée Minime, Mathématicien du Roy; comparées à celles qui ont été faites en même temps à l'Observatoire Royal.

PAR M. CASSINI le fils

LE P. Feüillée qui a déjà donné au public des preuves du zèle infatigable qu'il a pour la perfection de l'Astronomie, de la Géographie & de la Navigation, nous a communiqué depuis son retour un grand nombre d'Observations qu'il a faites dans son voyage des Indes Occidentales. 1707.
20. Decem-
bre.

Entre ces Observations il y en a plusieurs qu'il a faites au commencement de son voyage à la Martinique en 1703 & 1704, qui ont été insérées dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1704.

C'est pourquoi nous nous contenterons de faire ici le rapport de celles qu'il a faites dans la suite de son voyage.

Il partit de la Martinique le 4 du mois de Juillet de l'année 1704, & arriva le 12 à Golfo-Triste, que les Espagnols appellent Porto-Cabeillo.

Observations pour la hauteur du Pole de Golfo-Triste ou Porto-Cabeillo.

Le 12 Juillet 1704 à Porto-Cabeillo, hauteur Méridienne du bord supérieur du Soleil.

78° 48' 55"

Refraction moins la parallaxe.

9"

Donc hauteur véritable du bord supérieur.

78 48 46

Demi-diamètre du Soleil.

15 50

Donc hauteur véritable du centre.

78 32 56

A iij

6 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Declinaison du Soleil. $21^{\text{d}} 57' 52''$
 Donc supplément de la hauteur de l'Equateur. $100\ 30\ 48$
 & hauteur du Pole. $10\ 30\ 48$

L'on se contentera dans les Observations suivantes de donner la hauteur du Pole qui résulte de l'Observation de la hauteur meridienne du Soleil, ayant égard à la refraction, à la parallaxe, au demi-diametre, & à la declinaison du Soleil.

Le 13 Juillet hauteur meridienne du bord superieur du Soleil. $78^{\text{d}} 25' 5''$

D'où l'on tire la hauteur du Pole de $10\ 30\ 50$

Ces Observations concourent à déterminer la hauteur du Pole de Porto-Cabeillo de $10\ 30\ 50$

Observations pour la variation de l'Aiman.

Le P. Fetillée partit le 14 Juillet de ce Port pour aller à sainte Marthe, où il arriva le 21. Il remarqua en passant les montagnes de sainte Marthe qui sont d'une hauteur prodigieuse, & dont le sommet étoit encore rempli de neiges, quoique le Soleil fut près du Zenith.

Le 18 il observa entre Porto-Cabeillo & Curaçao la variation de l'Aiman par le moyen des amplitudes de $6^{\text{d}} 40'$ Nord-Est.

Elle est marquée dans la Carte des variations de M. Halley dans cet endroit-là en 1700 d'environ 7^{d} Nord-Est.

Le 20 proche du Cap des Eguilles, peu distant de sainte Marthe, il observa la variation de l'Aiman de $7^{\text{d}} 6'$

Elle est marquée dans cet endroit dans la Carte de M. Halley de plus de 8^{d}

Observations pour la hauteur du Pole de sainte Marthe.

Le 24 Juillet 1704 à sainte Marthe, hauteur meridienne du bord superieur du Soleil. $81^{\text{d}} 46' 5''$

Le 3 Aoust. $84\ 8\ 35$

Le 4 Aoust. $84\ 24\ 10$

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte de ces Observations, l'on aura la hauteur du Pole de sainte Marthe de $11^{\text{d}} 19' 55''$

Ces Observations ont été faites à cent pas de la mer.

Observations pour la hauteur du Pole de Porto-Belo.

Le 7 Septembre 1704 à Porto-Belo, hauteur meridienne du bord superieur du Soleil. $86^{\text{d}} 38' 17''$

Le 12 $84 44 49$

Le 13 $84 22 0$

Le 3 Octobre. $76 33 26$

Le 4 $76 11 0$

Le 22 $69 27 50$

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte de ces Observations, l'on aura la hauteur du Pole de Porto-Belo de $9^{\text{d}} 33' 5''$

Observations des Satellites de Jupiter pour la longitude de Porto-Belo.

Le 7 Octobre à $2^{\text{h}} 4' 25''$ du matin à Borto-Belo, Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le Ciel clair & serein.

$7^{\text{h}} 33' 5''$ à Paris par le calcul corrigé.

$5^{\text{h}} 28' 40''$ Difference des Meridiens entre Paris & Porto-Belo, dont Porto-Belo est plus à l'Orient.

Observations de la longueur des Pendules à Porto-Belo.

Le P. Feuillée s'est appliqué pendant son séjour à Porto-Belo, qui a été de plus de trois mois, à chercher la longueur du Pendule. Il avoit pour cet effet suspendu une balle de mousquet à un fil de pite, & ayant passé la plus grande partie du jour du temps qu'il a resté dans ce Port à comparer les vibrations de ce Pendule avec celui qu'il avoit apporté de France, il a trouvé que la longueur prise

8 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

du centre de la balle de 3 pieds 5 lignes $\frac{7}{8}$, convenoit parfaitement bien avec le moien mouvement.

Suivant cette Observation la longueur du Pendule est moindre à Porto-Belo d'environ trois lignes que celle que l'on observe à Paris. Elle est aussi plus petite d'une ligne $\frac{1}{2}$ que celle qui a été observée en Caienne en 1672 par M. Richer, quoique cette Isle soit 4 ou 5 degrés plus près de l'Equateur que Porto-Belo.

La longueur du Pendule à Porto-Belo ne differe que d'environ une ligne de celle qui a été observée en 1682 à Gorée de 3 pieds 6 lignes $\frac{1}{2}$, & à la Guadeloupe de 3 pieds 6 lignes & demi.

Observations de la variation de l'Aiman à Porto-Belo.

Le P. Fétillée ayant tracé une Meridienne sur un plan horizontal avec beaucoup de soin, y plaça trois boussoles de différente grandeur, dont la plus grande est de 9 pouces 7 lignes, & trouva la déclinaison de l'Aiman de 7^e 25' Nord-Est.

Cette déclinaison est marquée dans la Carte de M. Halley de plus de 9 degrés Nord-Est.

Observations pour la hauteur du Pole du Fort de Bocachica.

Ce Fort est à 3 lieuës ou environ au Sud de Cartagene construit à l'entrée du Golfe.

Le 14 Decembre 1704 hauteur meridienne du bord inferieur du Soleil. 56^e 8' 10"

Le 20 hauteur meridienne du bord superieur. 56 26 20

L'on a par le moien de ces Observations la hauteur du Pole du Fort de Bocachica de 10^e 20' 25"

Observations pour la hauteur du Pole de Cartagene.

1705.

Le 1 Janvier 1705 à Cartagene, hauteur meridienne du bord superieur du Soleil. 56^e 46' 20"

Le

Le 2 Janvier.

56^d 51' 47"

Le 3 Janvier.

57 3 2

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte de ces Observations, l'on aura la hauteur du Pole de Cartagene de

10^d 30' 25"

*Observation de l'Eclipse de Lune du 11 Decembre 1704
à Cartagene.*

A 0^h 51' 47" du matin, commencement de l'Eclipse.

3 36 32 Fin de l'Eclipse.

2 44 45 Durée totale.

Le P. Fetiillée fit cette Observation en compagnie de M. Couplet le fils. Ils eurent le temps plus favorable que nous ne l'eûmes à Paris, où l'ombre de la Terre ne paroïssoit pas bien terminée, de sorte que nous ne pûmes observer que le commencement de l'Eclipse, & l'Immersion de quelques Taches. Voici ce qui résulte de la comparaison de cette Observation avec celles qui ont été faites à l'Observatoire Royal.

A 0^h 51' 47" du matin à Cartagene, commencement de l'Eclipse.

6 4 40 à Paris, commencement avec une Lunete de 3 pieds.

5 12 53 Diff. des Meridiens entre Paris & Cartagene.

0 59 21 à Cartagene, Mare humorum entre.

6 12 0 à Paris, l'ombre au bord de Mare humorum.

5 12 39 Difference.

1 3 29 à Cartagene, commencement de Grimaldi.

6 14 30 à Paris par M^{re} de la Hire.

5 11 1 Difference.

1 6 45 à Cartagene, fin de Grimaldi.

6 17 30 à Paris par M^{re} de la Hire.

5 10 45 Difference.

1 9 9 à Cartagene.

6 21 0 à Paris par M^{re} de la Hire.

5 11 51 Differ. des Meridiens entre Paris & Cartagene.

1708.

B

10 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

En prenant un milieu entre la difference des Meridiens qui résulte de ces Observations, l'on aura la difference des Meridiens entre Paris & Cartagene de $5^h 11' 50''$

Observations des Satellites de Jupiter à Cartagene.

1705.

Le 8 Janv. 1705 à $11^h 28' 46''$ du soir à Cartagene, Emerfion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter à travers quelques broüillards.

16 39 54 à Paris par le calcul corrigé.

5 11 8 Difference des Meridiens entre Paris & Cartagene.

Le 16 Janvier à $1^h 20' 15''$ du matin à Cartagene, Emerfion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter, le Ciel clair & ferein.

6 31 15 à Paris par le calcul corrigé.

5 11 20 Difference des Meridiens entre Paris & Cartagene.

La derniere Observation ayant été faite dans un temps ferein, il paroît plus à propos de s'y arrêter, & de déterminer la difference des Meridiens entre Paris & Cartagene de $5^h 11' 20''$

Observations pour la variation de l'Aiman à Cartagene.

Le P. Feüillée a trouvé par plusieurs Observations la variation de l'Aiman à Cartagene de $7^d 12'$ Nord-Est. Elle est marquée à cet endroit-là dans la Carte des variations de M. Halley de 9^d Nord-Est.

Observations pour la hauteur du Pole du Fort S. Louis.

Ce Fort est situé au Sud de l'Isle de saint Domingue.

Le 21 Fevrier 1705, hauteur meridienne du bord fupé-

rieur du Soleil 61^d 31' 25"
 Ce qui donne la hauteur du Pole du Fort Saint Louis
 de 18^d 18' 5"

*Observations pour la hauteur du Pole de l'Isle
 de S. Thomas.*

Le 17 Mars 1705, hauteur meridienne du bord supe-
 rieur du Soleil 70^d 41' 0"
 Ce qui donne la hauteur du Pole de l'Isle de S. Thomas
 de 18^d 21' 55"

Le P. Feüillée alla de l'Isle de S. Thomas à la Marti-
 nique.

Observations faites à la Martinique.

Le P. Feüillée alla au retour de son voyage à la Marti-
 nique, où il fit de nouvelles Observations pendant son
 séjour.

Il avertit que ses Observations ont été faites à l'Est de
 l'Isle à 7 ou 8 lieuës de distance du lieu où M^{re} des Hayes
 & du Gros avoient fait les leurs, de sorte que la differen-
 ce des Meridiens entre Paris & le lieu où il a fait ses Ob-
 servations doit être plus petite que celle qui résulte des
 Observations de M^{re} des Hayes & du Gros, ce qui s'accor-
 de à ce que nous avons remarqué dans les Memoires de
 l'Academie de 1704.

Le 28 Juin 1705, hauteur meridienne du bord superieur
 du Soleil 81^d 39' 10"

Le 19 Aoust. 88 18 37

Le 2 Septembre. 83 26 37

Le 14 78 54 28

Le 16 78 8 55

Le 20 76 11 42

Le 22 75 48 20

Le 30 72 40 47

Le 1 Octobre. 72 17 37

12 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

| | |
|-----------------|------------------------|
| Le 4 Octobre. | 71 ^d 8' 16" |
| Le 6 | 70 21 18 |
| Le 9 | 69 12 5 |
| Le 20 | 65 6 43 |
| Le 3 Novembre. | 60 23 30 |
| Le 14 | 57 13 10 |
| Le 18 | 56 11 48 |
| Le 20 | 55 32 25 |
| Le 29 | 53 59 15 |
| Le 26 Decembre. | 52 10 14 |
| Le 31 | 52 28 2 |

Ces Observations donnent la hauteur du Pole du lieu où le P. Feuillée a fait ses Observations à la Martinique entre 14^d 42' 5" & 14^d 43' 55", à peu près de même que ce qui résultoit des Observations qu'il y avoit faites au commencement de son voyage ; c'est-pourquoy l'on peut déterminer la hauteur du Pole de ce lieu de 14^d 43' 0"

Observations des Satellites de Jupiter à la Martinique.

Le 18 Octobre 1705 à 3^h 10' 41" du matin à la Martinique, Immersion du second Satellite dans l'ombre de Jupiter.

Le 19 Octobre à 2^h 56' 47" du matin à la Martinique, Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le Ciel serein.

7 9 39 à Paris par le calcul corrigé.
4 12 52 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 25 Octobre à 2^h 0' 54" du matin à la Martinique, Immersion du troisième Satellite dans l'ombre de Jupiter.

5 18 46 du matin à la Martinique, Emergence du 3^e de l'ombre de Jupiter.

3 17 52 Durée totale dans l'ombre de Jupiter.

Le 16 Oôtobre à 4^h 51' 6" du matin à la Martinique, Im-
mers. du 1^r Satellite dans l'om-
bre de Jupiter près du Zenith.

9 4 24 à Paris par le calcul corrigé.

4 13 18 Difference des Meridiens entre
Paris & la Martinique.

Le 4 Novembre à 1^h 13' 57" du matin à la Martinique, Im-
mersion du 1^r Satellite dans
l'ombre de Jupiter.

5 26 51 à Paris par le calcul corrigé par
une Observation du jour sui-
vant.

4 12 54 Difference des Meridiens entre
Paris & la Martinique.

Le 27 Novembre à 1^h 19' 36" du matin à la Martinique, Im-
mersion du 1^r Satellite dans
l'ombre de Jupiter.

Le vent ébranloit la Lunete.

5 32 38 Immersion observée à Paris.

4 13 2 Difference des Meridiens en-
tre Paris & la Martinique.

Le 27 Decembre à 3^h 10' 14" du matin à la Martinique, Im-
mersion du 1^r Satellite dans
l'ombre de Jupiter près du
Zenith.

7 23 16 à Paris par le calcul corrigé.

4 13 2 Difference des Meridiens en-
tre Paris & la Martinique.

Le 28 Decembre à 4^h 27' 42" du matin à la Martinique,
Immersion du 2^d Satellite dans l'ombre de Jupiter.

1706.

Le 28 Fevrier à 10^h 26' 34" du soir à la Martinique, Emer-
sion du 1^r Satellite de l'ombre
de Jupiter près du Zenith

14 39 18 à Paris par le calcul corrigé.

4 12 44 Difference des Meridiens entre
Paris & la Martinique.

14 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Le 23 Mars à $10^h 47' 33''$ du soir à la Martinique, Emerfion
du 1^r Satellite de l'ombre de
Jupiter.

14 59 28 à Paris par le calcul corrigé.

4 11 55 Différence des Meridiens entre
Paris & la Martinique.

Le 15 Avril à $11^h 7' 44''$ du soir à la Martinique, Emerfion
du 1^r Satellite de l'ombre de
Jupiter.

15 20 44 à Paris par le calcul corrigé.

4 13 0 Différence des Meridiens entre
Paris & la Martinique.

Presque toutes ces Observations concourent à donner
la différence des Meridiens entre Paris & la Martinique
de $4^h 13' 0''$

Nous l'avions déterminée par la comparaison de deux
Observations faites en même temps à Paris & à la Marti-
nique de $4^h 13' 28''$

C'est-pourquoy l'on peut pour une plus grande exactitude
déterminer la différence des Meridiens entre Paris & la
Martinique de $4^h 13' 15''$

Observation de l'Eclipse du Soleil du 16 Novembre 1706 à la Martinique.

Les nuages couvrirent le Soleil au commencement de
cette Eclipsé, & le P. Feuillée ne pût l'observer que lorf-
qu'elle commençoit à diminuer.

| | |
|--|-----------|
| A $7^h 53' 21''$ du matin le Soleil étoit éclipsé de | 9 doigts. |
| 8 1 5 | 8 doigts. |
| 8 8 51 | 7 doigts. |
| 8 17 0 | 6 doigts. |
| 8 24 50 | 5 doigts. |
| 8 33 0 | 4 doigts. |
| 8 40 13 | 3 doigts. |
| 8 47 9 | 2 doigts. |
| 8 54 57 | 1 doit. |

A $9^h 1' 55''$ Fin de l'Eclipse.

L'Objectif dont le P. Feüillée s'est servi pour cette Observation, & pour toutes les autres qu'il a faites est de 14 pieds de foyer, qui formoit une image du Soleil d'un pouce 10 lignes reçûe sur un papier, dont le diametre étoit divisé en 12 par des cercles concentriques.

*Observation de l'Eclipse de Lune du 27 Avril 1706
à la Martinique.*

A $8^h 12' 58''$ du soir, commencement de l'Eclipse.

10 49 0 Fin de l'Eclipse.

2 36 2 Durée totale.

Le P. Feüillée observa pendant la durée de cette Eclipse l'Immersion & l'Emerision de plusieurs Taches, dont nous ne pûmes pas observer les correspondantes à Paris, à cause que le Ciel n'étoit pas fort serein. Voici ce qui résulte de la comparaison de cette Observation avec la nôtre.

A $9^h 42' 2''$ à la Martinique, Promontorium acutum tout dans l'ombre.

17 55 0 à Paris l'ombre est à Promontorium acutum.

4 12 58 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

10 49 0 à la Martinique fin de l'Eclipse.

15 2 30 à Paris.

4 13 30 Difference des Meridiens.

En prenant un milieu entre les differences qui résultent de ces deux Observations, l'on aura la difference des Meridiens entre Paris & la Martinique de $4^h 13' 15''$ telle que nous l'avons déterminée par les Satellites de Jupiter.

Cette Eclipse fut observée en même temps au Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue, où l'on vit la fin à $9^h 40'$, comme il est rapporté par M. de la Hire dans les Memoires de 1706.

L'on aura donc la difference des Meridiens entre la

Martinique & le Port de Paix de $1^h 9' 0''$,
 qui étant ajoutée à la différence des Meridiens entre Paris
 & la Martinique de $4^h 13' 15''$, donne la différence des Me-
 ridiens entre Paris & le Port de Paix dans l'Isle de S. Do-
 mingue de $5^h 22' 15''$

*Observations de la longueur des Pendules
 à la Martinique.*

Le P. Feüillée ayant suspendu une balle de mousquet à
 un fil de pite, a trouvé par plusieurs Observations la lon-
 gueur du Pendule de 3 pieds 5 lignes $\frac{11}{12}$ plus grande d'un
 quart de ligne que celle qu'il avoit trouvé à Porto-Belo de
 3 pieds 5 lignes & $\frac{7}{12}$.

Observations de la variation de l'Aiman.

Le P. Feüillée trouva à son retour à la Martinique la
 variation de l'Aiman de $6^d 10'$ Nord-Est,
 à peu près de même qu'il l'avoit observé en 1704 dans le
 même lieu.

Toutes les Observations que je viens de rapporter join-
 tes à celles qui sont insérées dans les voyages de l'Acade-
 mie, serviront à déterminer assez exactement la côte de
 l'Amerique Meridionale depuis Caienne jusqu'à l'Isthme
 de Panama, & la situation de plusieurs de ses Isles.

Nous espérons d'avoir dans la suite de nouvelles con-
 noissances de la situation de ce continent, par les obser-
 vations que le P. Feüillée s'est proposé de faire dans le
 voyage qu'il a entrepris depuis peu de jours dans la Mer
 du Sud.



DES RESISTANCES

Des Poutres par rapport à leurs longueurs ou portées, & à leurs dimensions & situations ; & des Poutres de plus grande résistance, indépendamment de tout système Physique.

PAR M. PARENT.

I. **D**Ans le Mémoire que j'eus l'honneur de lire en cette Assemblée le 2 d'Avril de l'année 1704, je démontray indépendamment de tout système Physique, que la résistance d'une base quelconque $AEBF$ (1. 3. & 5. Fig.) est à celle d'une autre base semblable $acbf$ (2. & 4. Fig.) comme le quarré de la hauteur AB de la 1. multiplié par sa largeur EF , est au quarré de la hauteur ab de la 2. multiplié de même par sa largeur ef , & cela en divisant les hauteurs AB, ab , en un nombre innombrable & égal de particules égales comme DC, dc , & menant par DC, dc , les ordonnées EH, GF, eh, gf , &c. aux axes AB, ab . Car l'effort de l'élément EF est à celui de l'élément ef en raison composée de la longueur EH du 1. à la longueur eh du 2. de la largeur DC du 1. à la largeur dc du 2. (ou de AB à ab) & du levier BC du 1. au levier cb du 2. (en prenant B & b pour les appuis de la rupture) lesquels sont encore dans le rapport de AB à ab , ce qui donne seulement le rapport du quarré de AB par EH , au quarré de ab par eh , puisque la tension en EF, ef , est la même, à cause qu'elle est égale en A & a au moment de la rupture, & que ($BC : BA :: bc : ba$) ce qu'on trouvera expliqué plus au long dans le Mémoire cité. A l'égard de ce qu'on peut objecter qu'il se fait une compression en B , il est à considérer qu'elle se fait de même au point b , & les centres de ces compressions I & i , qui sont les appuis

1707.
4. Juin.

de la rupture, partagent encore AB, ab , dans la même proportion, en supposant la matiere de même espece de part & d'autre.

Ce que nous avons dit dans le premier Mémoire des figures semblables, s'applique sans aucune difference aux figures seulement proportionnelles, comme aux rectangles, Ellipses, &c. dont les dimensions ou axes ne sont pas en proportion, mais dont les ordonnées EH, GF, eh, gf , sont seulement entr'elles dans la même proportion, lorsqu'elles divisent leurs axes AB, ab , proportionnellement.

II. D'où l'on tire cette premiere conséquence, que la résistance d'un rectangle ou d'une Ellipse, &c. $AEBF$ rompus sur le chan, est à sa résistance quand on les rompt sur le plat, comme ($AB^2 \times EH$ à $EH^2 \times AB$) ou simplement comme sa hauteur AB à la largeur EH , ou comme le grand axe est au petit; & cela en supposant les ordonnées perpendiculaires à leurs axes. Mais quand elles leur sont obliques, ou que les figures sont panchées (Fig. 6. & 7.) alors au lieu des diametres $\alpha\beta$, il faut mener une perpendiculaire $\alpha\gamma$ aux ordonnées qui les coupe en λ, μ, γ , &c. pour servir d'axe, parceque ce sont alors les parties λ, μ , qui marquent les largeurs des fibres, & les distances $\mu\gamma$ ou μ des mêmes fibres à la plus basse, ou à celle qui passe par le centre de compression qui en est le levier; de sorte que l'exposant de la résistance de cette base est alors le produit du quarré de sa hauteur $\alpha\gamma$ sur l'axe de rupture $\beta\gamma$ par sa largeur $\epsilon\phi$.

Ou pour rendre la chose plus generale, on peut assurer que si l'on a des bases égales & proportionnelles (Fig. 1. 2. 6. ou 3. 4. 5. 7.) la résistance de l'une sera à celle de l'autre, comme la hauteur AB de la 1. à la hauteur ab ou $\alpha\gamma$ de la 2. Parceque les rectangles ou parallelogrammes circonscrits à ces figures égales & proportionnelles seront égaux entr'eux; ainsi les produits des hauteurs par les largeurs de ces figures étant égaux, si on les multiplie encore par les mêmes hauteurs, il est manifeste que les so-

lides qui en résulteront seront entr'eux comme ces hauteurs.

On peut voir par-là combien il est plus avantageux de mettre les Solives & les Poûtres sur le chan que sur le plat, puisque sans augmenter leur poids ni leur prix, on augmente leur force dans le raport de leur largeur à leur hauteur. C'est aussi ce que la plûpart des Architectes entendus pratiquent, principalement quand ils ont de grandes charges à soutenir, comme la face d'une maison, le fond d'un réservoir, &c. car alors ils préfèrent des poûtres de 10 pouces sur 14, aux poûtres de 12 sur 12, & ils ont d'autant plus de raison de le faire, que le poids & le prix d'une poûtre de 10 sur 14 est moindre que celui d'une de 12 sur 12 dans le raport de 140 à 144 ou de 35 à 36, & qu'au contraire la force de la première est plus grande que celle de la dernière dans le raport de 245 à 216 ou environ, comme 49 à 43, qui sont deux avantages considérables.

Mais il est bon de remarquer que ce double avantage seroit encore plus grand si l'on se servoit de poûtres de 9 sur 15, au lieu d'en prendre de 10 sur 14; car le prix sera encore diminué dans le raport de 140 à 135, ou de 28 à 27, & la force augmente dans celui de 392 à 405 ou environ

dans celui de 131 à 135. Ces mêmes avantages augmenteront encore si l'on en prend de 8 sur 16; par-là le prix & le transport sont diminués en même tems que la force & la durée sont augmentées. Mais ces proportions ont leurs termes par raport à l'usage, qui demande que les poûtres ayent une certaine assiete.

A l'égard de la Theorie, plus on diminuëra la largeur & on augmentera la hauteur, & plus

| largeur. | hauteur. | |
|-----------|----------|--|
| 12 sur 12 | — | $\frac{1728}{144}$ force. solidité. |
| 11 sur 13 | — | $\frac{1859}{143}$ for. sol. |
| 10 sur 14 | — | $\frac{1960}{140}$ for. sol. |
| 4 sur 15 | — | $\frac{2025}{135}$ for. sol. |
| 8 sur 16 | — | $\frac{2048}{128}$ for. sol. |
| 7 sur 17 | — | $\frac{2023}{119}$ for. sol. |
| 6 sur 18 | — | $\frac{1944}{108}$ for. sol. |
| pouces. | | |

le raport de la force à la solidité augmentera, comme on le voit par la Table cy-jointe. Il paroît par-là que les Marchands de bois qui tirent leurs poutres au quarré autant qu'ils peuvent, font à la verité à leur profit, puisqu'il est certain & aisé à démontrer en Geometrie que le quarré est le plus grand de tous les rectangles inscriptibles dans la base circulaire d'un arbre. Mais ils vont contre l'utilité publique, qui demande que les poutres soient presque toujours mi-plates, si ce n'est pour quelques usages particuliers, comme quand elles doivent résister en tout sens. Il seroit donc à souhaiter que les Marchands vendissent toutes les poutres égales en force un même prix; car les Entrepreneurs y trouveroient encore la diminution du transport, & ceux qui font bâtir auroient des poutres de plus longue durée: mais il faudroit que les Marchands en débitassent quantité de mi-plates contre une quarrée, après quoy il ne resteroit que de leur indiquer la proportion des côtés que doit avoir une poutre qu'on veut tirer d'une base circulaire pour être la plus forte qui s'y puisse trouver. C'est ce qu'on va chercher dans l'article suivant, puisque si les Marchands ne veulent pas s'en servir, du moins sera-t-elle utile pour les Propriétaires qui ont des bois à eux qu'ils font débiter pour leur usage particulier.

III. Soit donc dans la 5 Figure le cercle ou la base proposée $AEBH$, $RSVT$ un rectangle inscrit dans le cercle dont la résistance soit plus grande que celle de tout autre rectangle inscriptible au même cercle. Soit RS sa largeur qui coupe AB en Q , & SV sa hauteur. On va voir que le raport de RS à SV doit être à tres-peu de chose près comme 5 à 7; & pour cela soit nommée l'abscisse CQ , x ; & le rayon CS , r ; on aura donc $QS = (\sqrt{r^2 - x^2})$ & ($RS = 2\sqrt{r^2 - x^2}$); on aura aussi $SV = 2x = 2CQ$, & multipliant le quarré de SV par RS il viendra $(8x^2\sqrt{r^2 - x^2})$, qui sera l'exposant general de la force de ce rectangle. Egalant donc cette valeur à (un plus grand) on a l'éga-

lité $\left(\frac{2dx + 2r^2x - 3x^2}{\sqrt{r^2 - x^2}} = 0 \right)$, d'où l'on tire $(2r^2 = 3x^2)$ ou $(\frac{2}{3}r^2 = x^2)$, & par conséquent $(QS^2 = \frac{1}{3}r^2)$. Donc $(CQ^2 : QS^2 :: \frac{1}{3} : \frac{1}{3} :: 2 : 1 :: 50 : 25$ environ), & $(CQ : QS ::$ ou $SV : RS :: \sqrt{2} : 1 :: 7 : 5$ environ). *Ce qu'il falloit démon-*
trer.

Pour décrire aisément le rectangle $RSVT$ dans le cercle donné $AEBH$, je tire le diamètre ST au hazard, je le divise en 3 parties égales, & par une des divisions X j'éleve la perpendiculaire XV qui marquera sur le cercle l'angle V du rectangle $SVTR$, & tirant le diamètre VCR , on a son angle opposé R , ou divisant TS en 6 parties égales, j'en porte 5 sur la circonférence de S en T en V & R , ce qui vient de ce que le quarré de CQ est les $\frac{1}{3}$ du quarré du rayon, & par conséquent aussi le quarré de VS les $\frac{1}{3}$ du quarré du diamètre ST ; ainsi le quarré de VS est au quarré de ST comme 24 à 36, & VS à ST à tres-peu près comme 5 à 6.

I V. Il ne nous reste plus que de trouver les côtés des poutres pour résister à des charges données sous une longueur proposée, ce qui renferme 3 cas differens. Car 1°. (*Fig. 9.*) Ou la poutre ac est fixée par un de ses bouts cd , & tirée par l'autre bout ch par le poids p . 2°. Ou elle est simplement posée sur 2 appuis fi, gl , (*Fig. 9.*) & tirée en bas par un poids p , suspendu entre les mêmes appuis. 3°. Enfin elle peut être engagée par les 2 bouts dans les mêmes appuis fi, gl , (*Fig. 10.*) & tirée comme la précédente. Dans ces 3 cas le poids p est different, & pour connoître la proportion des poids p de ces 3 cas, je trouve que M. Mariotte a examiné les 2 derniers cas sur du verre dans son *Mouvement des Eaux* pag. 365 & 367 par 2 Experiences. Il rapporte que dans la 1. une verge de verre de $\frac{7}{8}$ de ligne d'épaisseur & longue d'onze pouces portant à faux de 9, a soutenu à son milieu avant de se rompre 28 onces, tandis qu'une autre verge toute semblable engagée par les 2 bouts en a soutenu seulement 49, au lieu de 36 qu'elle devoit soutenir suivant son raisonnement. Dans

la 2. il rapporte qu'une lame de verre portant à faux de 9 pouces, a soutenu 213 gros, lorsqu'une route pareille engagée par les 2 bouts en a soutenu 428, au lieu de 426 qui est le double de la précédente, ce qui s'accorde d'assés près avec le sentiment de cet Auteur. Il remarque de plus que la 2. verge de verre de sa 1. Experience ne s'est rompue qu'aux 2 bouts. Mais comme le verre souffre trop peu d'extension avant de se rompre & qu'il se casse net, ce qui ne convient pas aux bois dont on se sert dans l'usage; j'ay voulu experimenter si le bois de Chêne & de Sapin suivroit d'assés près les proportions que M. Mariotte a trouvées par ses 2 Experiences; surquoy l'on peut voir les Experiences rapportées dans les Mem. de 1707. page 512.

V. J'ay trouvé aussi dans l'Architecture de Savot qu'un pied cubique de Chêne commun pèse 60 liv. Appellant donc la longueur FG d'une poutre ou solive proposée Z (Fig. 11.), sa hauteur AC , x ; sa largeur AD , y ; le sinus total des Tables f ; le sinus du complément de l'élevation de la poutre sur l'horizon e ; & supposant que R soit le centre de gravité de la poutre (que je prends au milieu de sa longueur, à cause que l'usage ordinaire est de les éгалer), & que de plus Q & N &c. soient tant d'autres poids qu'on voudra suspendus en O & M . Je nomme OF , a ; RF , $\frac{L}{2}$; MF , c ; & je cherche le poids S de la poutre par cette analogie (comme la solidité d'un pied cubique de Chêne sçavoir (12 pouc. \times 12 pouc. \times 1 pied) est à celle de la poutre ($= xyZ$); ainsi le poids d'un pied cubique ($= 60$ liv.) a un quatrième terme ($= \frac{xyL}{12}$) qui sera le poids de la poutre $FG = s$. Si donc Z est le centre de gravité des poids Q N &c. où on les conçoive rassemblés en K , & que ZF soit $= b$, on aura ($b = \frac{Q+N}{Q+N}$). Et si E est le centre de gravité commun aux poids Q , S , N , où on les conçoive tous rassemblés en P , on aura la valeur de ($EF = \frac{ZF \times K + RF \times S}{K + S} = \frac{24bK + 5xyL^2}{24K + 10xyL}$) en pieds. Je prends

ensuite sur la verticale EP la partie arbitraire EH pour marquer l'effort de P , que je divise à l'ordinaire dans le parallèle EV , & dans le perpendiculaire ET à la poutre, au moyen du rectangle $HTEV$. Alors je regarde cette poutre comme tirée par le seul effort ET perpendiculairement à sa longueur, l'autre effort EV étant soutenu par l'appui FI . Ainsi c'est cet effort ET qui tend à la rompre en E , comme dans les cas précédens où on l'a supposée horizontale, du moins à très-peu de chose près, ce qui n'est pas considérable dans la pratique. Faisant donc encore l'analogie (comme EH est à ET , ou comme le sinus total f est au sinus e du complément de l'élevation de la poutre); ainsi $(P = EH = K + S = \frac{12K + 5xyL}{12})$

à un quatrième terme; on aura l'effort dans $(ET = \frac{12K + 5xyL \times \frac{e}{12f}}{12})$. Ainsi dans les 2 cas des poutres soutenues par les 2 bouts, on pourra regarder cette poutre comme arrêtée fixement en ET , & comme poussée en F & G perpendiculairement à sa longueur selon les directions GX , FY , par les appuis FI , GI , avec des efforts marqués par les parties mêmes EG , EF , prises réciproquement, tandis que FG marquera tout l'effort en ET , ce qui donnera l'effort en FY par l'analogie, comme $FG = L$ est à $(EG = L \frac{24bK - 5xyL^2}{24K + 10xyL})$; ainsi l'effort dans ET $(= \frac{12K + 5xyL \times \frac{e}{f}}{12})$ a un quatrième terme $(\frac{24KL - 24bK + 5xyL^2 \times \frac{e}{24Lf}}{24Lf}) =$ l'effort dans FY .

Prenant donc maintenant la Figure 9. pour le modèle de 2 pieds de long, & d'un pouce en quarré, lequel soutient 300 liv. en p , & concevant de même cette solive retenue en (eb) , & rompuë par les résistances fi , gl , comme dans la Figure 11, chaque résistance fera un effort de 150 liv. environ selon les perpendiculaires fy , gx , & aura pour levier la perpendiculaire by , bx , sensiblement égale à bf , bg , ou d'un pied. Or l'effort dans fy doit être à l'effort

dans FY (Fig. 11.) en raison composée de la résistance en eb , à la résistance en EH , & du levier EF au levier ef , c'est à dire comme la résistance eb divisée par son levier hf d'un pied, à la résistance en EH divisée par son levier EF . Et la résistance en eb ($= 1 \text{ pouc.} \times 1 \text{ pouc.} \times 1 \text{ pouc.}$) tandis que la résistance en EH ($= x^2 y$), en supposant AD , AC , ou x & y mesurées en pouces, de même que ad , ac , selon l'usage ordinaire. Ce qui donnera l'analogie $\left(\frac{1 \times 1 \times 1}{1}\right) \frac{x^2 y}{EF} = \frac{24K + 10Lxy \times x^2 y}{24bK + 5xyL^2} :: 150 \text{ livres} : \text{à l'effort dans } FY = \left(150x^2 y \times \frac{24K + 10Lxy}{24bK + 5xyL^2}\right)$ qu'on doit égaler à l'effort dans FY cy-dessus $= \frac{24KL - 24bK - 5xyL^2 \times \frac{e}{24Lf}}{24Lf}$ dont il n'y en a que $\left(\frac{2}{3}\right)$ qui font la rupture en EH quand la poutre est retenue par les bouts, l'autre tiers faisant la rupture en F ; c'est-pourquoy on doit en ce cas égaler l'effort selon FY cy-dessus à $\left(\frac{24KL - 24bK - 5xyL^2 \times \frac{e}{36Lf}}{36Lf}\right)$.

Mais à l'égard des poutres retenues seulement par un de leurs bouts (Fig. 8.), on comparera l'effort en fy avec le simple effort en ET (Fig. 11.) par la même analogie précédente, ce qui donnera au lieu de l'effort en FY , l'effort en ET de la même valeur; mais qu'il faut ensuite augmenter d' $\frac{1}{2}$ suivant les expériences cy-devant, & qu'il faudra égaler ensuite à l'effort en ET trouvé cy-dessus; ce qui donnera l'égalité $\left(350x^2 y \times \frac{12K + 5Lxy}{24bK + 5xyL^2}\right) \left(\frac{12K + 5xyL \times \frac{e}{12f}}{12f}\right)$.

Avec ces 3 égalités on trouvera une des valeurs x, y, L , &c. par des équations qui ne passeront pas le 3 degré, & que je laisse à poursuivre plus outre à ceux qui ont plus de loisir, pour m'arrêter seulement à ce qui est plus d'usage.

VI. Supposant donc la poutre de la Fig. 8. horizontale, & toujours tirée par les poids Q, N , &c. ou K : l'égalité cy-dessus se réduira à la simple $(4200x^2 y = 24bK - 5xyL^2)$. D'où l'on tire $\left(x = L \pm \sqrt{\frac{16182bK + L^2 y}{y}}\right) \left(y = \frac{24bK}{840x - L^2 \times 5x}\right)$

$$(b = \overline{840x - L^2} \times \frac{xy}{24K}), \& (K = \frac{xy}{24b} \times \overline{740x - L^2}).$$

Si l'on n'a point égard au poids de la poutre, l'égalité se réduira à la simple ($175x^2y = Kb$), à cause que le terme ($\frac{xyL}{12} = 0$), d'où l'on tire ($x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Kb}{75}}$) ($y = \frac{Kb}{175x^2}$) ($b = \frac{175x^2y}{K}$), & ($K = \frac{175x^2y}{b}$).

Si au contraire la poutre se rompt par son propre poids, on aura dans l'égalité cy-dessus ($24bK = 0$), ce qui la changera en cette autre ($840x = L^2$), qui donne ($L^2 : x :: 840 : 1$), & qui convient à toutes sortes de largeurs, puisque y ne s'y trouve point, & par laquelle on voit qu'une poutre de 100 pieds de saillie & d'un pied d'épaisseur fixée par un bout seroit prête à se rompre par son poids.

Mais si la poutre demeurant toujours horizontale est simplement posée sur 2 appuis, & tirée par le milieu, l'égalité generale de l'art. 5. qui convient à ce cas se réduira à celle-cy ($7200x^2y = 12KL - 5xyL^2$), à cause que EF est alors $= \frac{1}{2} = b$, d'où l'on tire ($x = \frac{L^2 \pm \sqrt{13824KL + L^4y}}{y}$)

$$(y = \frac{12KL}{1440x - L^2 \times 5x}) (K = \frac{xy}{12L} \times \overline{1440x - L^2}), \& (L = \frac{6}{5xy} \times \sqrt{1000x^2y^2 + K^2 - KL}).$$

Si l'on n'a point égard au poids de la poutre, l'égalité cy-dessus se réduira à la simple ($600x^2y = KL$); d'où l'on tire ($x = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{KL}{6y}}$) ($y = \frac{KL}{600x^2}$) ($K = \frac{600x^2y}{L}$) ($L = \frac{600x^2y}{K}$).

Si au contraire la poutre doit se rompre par son propre poids, on aura la simple égalité ($1440x = L^2$); d'où l'on tirera si l'on veut encore l'analogie ($L^2 : x :: 1440 : 1$) qui convient aussi à toutes sortes de largeurs, puisque y n'y entre point, & qui fait voir qu'une poutre d'un pied d'épais, & de 130 pieds de longueur entre ses appuis seroit prête à se rompre dans son milieu par sa pesanteur.

On peut négliger aussi le poids de la poutre dans le cas general, où elle seroit oblique & chargée de poids à souhait; alors l'égalité generale se réduiroit à la sim-

ple (150 $x^2 y L f = K L e b - b^2 K e$) ; d'où l'on tireroit
 $(x = \sqrt{L - b \times \frac{K e b}{6 y L f} \times \frac{1}{5}})$ ($y = \frac{L - b \times K e b}{150 x^2 L f}$) ($L = \frac{b^2 K e}{K e b - 150 x^2 y f}$)
 & ($b = L - \sqrt{\frac{600 x^2 y L f + L^2 K e}{K e}} \times \frac{1}{2}$).

Enfin si la poutre demeurant toujours horizontale est retenuë par les 2 bouts & tirée par le milieu, l'égalité generale de l'article 5. se réduira à la simple (10800 $x^2 y = 12 L K - 15 x y L^2$) qui donne ($x = \frac{L^2 - 15 x y L^2}{y}$)

$$(y = \frac{12 L K}{2160 x - L^2 x y}) \text{ \& } (L = \frac{6}{5 x y} \times \sqrt{1500 x^3 y^2 + K^2 - K}).$$

Si l'on n'a point égard au poids de la poutre, l'égalité cy-dessus se réduira à la simple (900 $x^2 y = L K$) qui donne ($x = \frac{1}{30} \sqrt{\frac{L K}{y}}$) ($y = \frac{L K}{900 x^2}$) ($L = \frac{900 x^2 y}{K}$) ($K = \frac{900 x^2 y}{L}$).

Si au contraire la poutre n'est chargée que de son propre poids, l'égalité cy-dessus se réduira à (2160 = L^2) ; d'où on tire l'analogie ($L^2 : x :: 2160 : 1$) par laquelle on voit qu'une poutre d'un pied d'épais retenuë par les bouts ayant 160 pieds, sera prête à se casser par son propre poids.

On peut negliger aussi le poids de la poutre, & la supposer horizontale, & chargée en differens endroits, ce qui est plus de pratique (puisqu'aussi-bien le poids d'une poutre n'est pas ordinairement la 70^{me} partie de celui qu'il faut pour la rompre en son milieu, comme on le verra dans la Table suivante). Alors l'égalité generale se réduira à (225 $L x^2 y = K b L - b^2 K$) qui donne ($x = \sqrt{\frac{L - b \times K b}{L y} \times \frac{1}{5}}$)

$$(y = \frac{L - b \times K b}{225 L x^2}) \text{ (} L = \frac{b^2 K}{K b - 225 x^2 y} \text{) \& } (b = L - \sqrt{\frac{900 L x^2 y + L^2 K}{K}} \times \frac{1}{2}).$$

VII. Il reste de trouver maintenant la proportion des côtés des bases de poutres & solives, qui pour soutenir une même charge sous une même longueur, donne la moindre solidité qui se puisse ; enforte que le produit ($x y L$) fasse un moindre, & pour cet effet je prends la

derniere valeur d' y , & je la multiplie par xZ , ce qui donne ($xyZ = \frac{L - b^2 K^2}{25x}$) qui doit valoir (un moindre). Or il paroît à la vûë que plus x ou la hauteur de la poutre sera grande, plus cette valeur d' xyZ sera petite. On trouvera la même chose pour les 2 autres cas.

Enfin on peut demander aussi le diametre d'un tronc d'arbre capable sous la moindre solidité possible d'une poutre, dont la charge K & la longueur est donnée, & la distance b . Or ce diametre $= \sqrt{x^2 + y^2}$, il faut donc que cette valeur ou plutôt $(x^2 + y^2)$ fasse (un moindre) pour y parvenir. Dans le dernier cas je prends la dernière valeur de ($x = \frac{bKL - b^2 K}{25Ly}$), & je la substitue en la place x cy-dessus, ce qui me donne ($x^2 + y^2 = \frac{bKL - b^2 K + 25Ly^2}{25Ly}$). En prenant la differentielle de cette valeur, & l'égalant à un moindre, j'en tire ($y = \sqrt[3]{\frac{L - b^2 K^2}{50L}}$). On tire aussi de la même égalité ($x = \frac{bKL - b^2 K}{25Ly}$), ce qui donne ($x^2 + y^2 = 3\sqrt[3]{\frac{L - b^2 K^2}{500L^2}}$) désirée.

On pourra faire de même pour les 2 autres cas. Et ce qui est digne de remarque en cecy, c'est qu'on trouvera encore ($x:y::\sqrt{2}:1$) comme dans le 5. article cy-devant; de sorte que ce dernier article renferme les 2 en lui.

VIII. Enfin voici une Table où l'on trouvera tout d'un coup la charge qu'une poutre horizontale dont la longueur est donnée en pieds, & l'épaisseur & largeur en pouces peut soutenir dans son milieu, lorsque ses extrémités sont engagées dans ses appuis comme dans l'usage le plus ordinaire, & au moyen de laquelle on pourra aisément trouver ce qu'elle est capable de soutenir dans un de ses points quelconques, en negligean toujours sa propre pesanteur. Comme si on veut suspendre un poids au $\frac{1}{4}$, on prendra d'abord dans la Table la charge qu'elle peut soutenir en son milieu, & on fera l'analogie (comme $\frac{1}{4}$ sont à $\frac{1}{2}$; ainsi le tiers de la charge du milieu (qui est

28. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

l'effort rompant au milieu) à un 4. terme qui sera l'effort de l'appui rompant aux $\frac{1}{2}$); & (comme $\frac{1}{2}$ est à $\frac{1}{2}$, ainsi le tiers de la même charge du milieu à un 4. terme) qui sera l'effort de l'autre appui rompant au quart; joignant donc ces 2 efforts, & augmentant la somme d'un tiers (à cause que $\frac{1}{2}$ sert pour faire la rupture dans les appuis), on aura la charge désirée.

TABLE DES POIDS QUE differentes Poûtres retenûes par les deux bouts peuvent soutenir dans leurs milieux étant prêtes à casser.

| Longueurs en pieds. | Largeurs des bases en pouces. 10 sur | | | | | Maintenrs en pouces. |
|------------------------|---|--------|--------|--------|--------|-------------------------|
| | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | |
| 6 | 157333 | 190373 | 226560 | 265893 | 308373 | |
| 8 | 118000 | 142780 | 162420 | 199420 | 231280 | |
| 10 | 94400 | 114224 | 135936 | 159536 | 185024 | |
| 12 | 78666 | 95186 | 113280 | 132496 | 154186 | |
| 14 | 67429 | 81588 | 97097 | 113954 | 132160 | |
| 16 | 59000 | 71390 | 81210 | 99710 | 115640 | |
| 18 | 52444 | 63458 | 75520 | 88631 | 102791 | |
| 20 | 47200 | 57112 | 67968 | 79768 | 92512 | |
| 22 | 42909 | 51920 | 61789 | 72516 | 84102 | |
| 24 | 39333 | 47593 | 56640 | 66473 | 77093 | |
| 26 | 36308 | 43932 | 52283 | 61360 | 71163 | |
| 28 | 33514 | 40794 | 48548 | 56977 | 66080 | |
| 30 | 31466 | 38075 | 45312 | 53178 | 61675 | |

fig. 2.

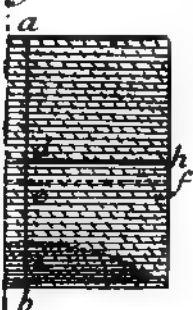


fig. 3.

E
G

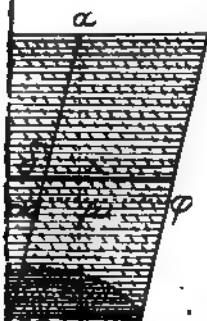
fig. 4.

a

B

fig. 7.

α



β γ ν

k

fig. 9.

a

b

c

| Longueurs en pieds. | Largeurs des bases en pouces. 11 sur | | | | | Hauteurs en pouces. |
|------------------------|---|--------|--------|--------|--------|------------------------|
| | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | |
| 6 | 209411 | 249216 | 292482 | 33921 | 389400 | |
| 8 | 157058 | 186912 | 219362 | 254408 | 292050 | |
| 10 | 125646 | 149529 | 175489 | 203526 | 233640 | |
| 12 | 104705 | 124608 | 146241 | 169605 | 194700 | |
| 14 | 89747 | 106806 | 125350 | 145376 | 166886 | |
| 16 | 78529 | 93456 | 109682 | 127204 | 146025 | |
| 18 | 69804 | 83072 | 97494 | 113070 | 129800 | |
| 20 | 62823 | 74764 | 87744 | 101763 | 116820 | |
| 22 | 57112 | 67968 | 79768 | 92512 | 106200 | |
| 24 | 52352 | 64304 | 73120 | 84803 | 97350 | |
| 26 | 48326 | 57511 | 67496 | 78279 | 89862 | |
| 28 | 44873 | 53403 | 62675 | 72688 | 83443 | |
| 30 | 41882 | 49843 | 58496 | 67842 | 77880 | |

| Longueurs en pieds. | Largeurs des bases en pouces. 12 sur | | | | | | Hauteurs en pouces. |
|------------------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|------------------------|
| | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | |
| 6 | 271872 | 319072 | 370048 | 424800 | 483328 | 545632 | |
| 8 | 203904 | 239304 | 277536 | 318600 | 362496 | 402224 | |
| 10 | 163123 | 191443 | 222028 | 254880 | 289996 | 327379 | |
| 12 | 135936 | 159536 | 185024 | 212400 | 241664 | 272816 | |
| 14 | 116516 | 136745 | 158599 | 182057 | 207140 | 233842 | |
| 16 | 101952 | 119652 | 138768 | 159300 | 181248 | 204612 | |
| 18 | 90624 | 106357 | 123349 | 141600 | 161109 | 181477 | |
| 20 | 81561 | 95721 | 111014 | 127400 | 144998 | 163689 | |
| 22 | 74147 | 87019 | 100922 | 115855 | 131816 | 148808 | |
| 24 | 67968 | 79768 | 92512 | 106200 | 120832 | 136408 | |
| 26 | 63739 | 73635 | 85418 | 98030 | 111537 | 125938 | |
| 28 | 58258 | 68372 | 79299 | 91028 | 103570 | 116921 | |
| 30 | 54341 | 63814 | 74009 | 84960 | 96665 | 109126 | |

Largeurs des bases en pouces.

11 sur

| Longueurs en pieds. | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | Hauteurs en pouces. |
|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|------------------------|
| 6 | 209411 | 249216 | 292482 | 33921 | 389400 | |
| 8 | 157058 | 186912 | 219362 | 254408 | 292050 | |
| 10 | 125646 | 149529 | 175489 | 203526 | 233640 | |
| 12 | 104705 | 124608 | 146241 | 169605 | 194700 | |
| 14 | 89747 | 106806 | 125350 | 145376 | 166886 | |
| 16 | 78529 | 93456 | 109682 | 127204 | 146025 | |
| 18 | 69804 | 83072 | 97494 | 113070 | 129800 | |
| 20 | 62823 | 74764 | 87744 | 101763 | 116820 | |
| 22 | 57112 | 67968 | 79768 | 92512 | 106200 | |
| 24 | 52352 | 64304 | 73120 | 84803 | 97350 | |
| 26 | 48326 | 57511 | 67496 | 78279 | 89862 | |
| 28 | 44873 | 53403 | 62675 | 72688 | 83443 | |
| 30 | 41882 | 49843 | 58496 | 67842 | 77880 | |

Largeurs des bases en pouces.

12 sur

| Longueurs en pieds. | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | Hauteurs en pouces. |
|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------------------------|
| 6 | 271872 | 319072 | 370048 | 424800 | 483328 | 545632 | |
| 8 | 203904 | 239304 | 277536 | 318600 | 362496 | 402224 | |
| 10 | 163123 | 191443 | 222028 | 254880 | 289996 | 327379 | |
| 12 | 135936 | 159536 | 185024 | 212400 | 241664 | 272816 | |
| 14 | 116516 | 136745 | 158599 | 182057 | 207140 | 233842 | |
| 16 | 101952 | 119652 | 138768 | 159300 | 181248 | 204612 | |
| 18 | 90624 | 106357 | 123349 | 141600 | 161109 | 181477 | |
| 20 | 81561 | 95721 | 111014 | 127400 | 144998 | 163689 | |
| 22 | 74147 | 87019 | 100922 | 115855 | 131816 | 148808 | |
| 24 | 67968 | 79768 | 92512 | 106200 | 120832 | 136408 | |
| 26 | 63739 | 73635 | 85418 | 98030 | 111537 | 125938 | |
| 28 | 58258 | 68372 | 79299 | 91028 | 103570 | 116921 | |
| 30 | 54341 | 63814 | 74009 | 84960 | 96665 | 109126 | |

DES CONCHOÏDES

EN GENERAL.

PAR M. DE LA HIRE.

DEFINITIONS.

1707.
10. Decem-
bre.

FIG. I.

SOient deux plans appliqués l'un sur l'autre, dont l'un soit posé immobile & l'autre mobile; & que sur le plan immobile il y ait une ligne droite ou courbe BO quelle qu'elle soit, & un point P placé en quelque endroit que ce soit de ce plan; & que sur le plan mobile il y ait une ligne droite BP terminée par l'une de ses extrémités B , & indéterminée par l'autre vers P avec un point C placé aussi en quelque endroit que ce soit de ce plan.

Si le plan mobile se meut sur l'immobile, en sorte que l'extrémité B de la ligne BP parcoure la ligne droite ou courbe BO du plan immobile, pendant que cette même ligne BP passe toujours par le point P ; je dis que le point C du plan mobile décrira par ce mouvement sur le plan immobile, une ligne CD que j'appelle *Conchoïde*.

Le point P du plan immobile sera le *Pole* de la Conchoïde.

La ligne BO en sera la *base*.

Le point C sera son *point décrivant*.

La ligne BP en sera la *Règle*.

Et la ligne BC sera sa *Mesure*.

Il suit de cette formation de la Conchoïde que la mesure demeurera partout la même, & que l'angle CBP qu'elle fait avec la règle, sera un angle constant en quelque position que soit l'extrémité B de la Règle, & le point C qui décrit la Conchoïde. Ce qui fournit une pratique aisée pour décrire les Conchoïdes.

REGLE

REGLE GENERALE

Pour trouver les Tangentes de toutes les Conchoïdes.

On suppose qu'on sçache mener des Tangentes à la base de la Conchoïde.

Soit la base BO d'une Conchoïde CD , & sa touchante BT en B , P le Pole, C le point décrivant, BP la Regle FIG. I.
dans une position telle qu'on voudra, BC la mesure, le point décrivant étant C sur la Conchoïde CD , on veut trouver la Touchante CF de la Conchoïde au point C .

Par le Pole P ayant mené la ligne droite PA perpendiculaire à la regle BP , & BA perpendiculaire à la Touchante BT de la base BO en B .

Je dis que la ligne droite AC est perpendiculaire à la Conchoïde au point C ; & par conséquent la perpendiculaire CF à AC au point C sera touchante de la Conchoïde en C .

DEMONSTRATION.

Si par le point C on mene CP , & ensuite CE perpendiculaire & égale à CP , & EF parallèle à PB & égale à PA , la ligne CF touchera la Conchoïde en C , si AC lui est perpendiculaire; car par cette construction le triangle CPA est transporté en CEF , enforte que CE qui est le même côté que CP est perpendiculaire à CP , & EF qui est parallèle à PB & égale à PA , fera l'angle FEC égal à l'angle APC ; & par conséquent FC sera perpendiculaire à AC : Il faut donc seulement démontrer que FC touche la Conchoïde en C .

Soit CK une partie indéfiniment petite de la Conchoïde, laquelle je suppose avoir été formée quand la regle a passé de BP en GP , le point G étant sur la base BO , & pouvant être aussi considéré sur la touchante BT , car BG sera aussi indéfiniment petite.

On peut considérer le mouvement du point B au point G formé par deux mouvemens, l'un par la perpendicu-

laire BH sur PB , & l'autre au long de la ligne HG de H en G : mais quand PB s'est mué en PH , la Regle PB étant passée en PH , aussi le point C aura parcouru sur CE la perpendiculaire ou l'arc CI , lequel sera semblable à BH , il reste donc le mouvement de H en G , & le point I en doit faire un qui lui soit égal & parallèle de I en K ; car le point décrivant & la regle sont sur le plan mobile, & le point K est sur la Conchoïde; & par conséquent la ligne droite KC doit être la corde d'un arc indéfiniment petit de la Conchoïde, laquelle corde est regardée comme touchante.

Maintenant par la construction le petit triangle rectangle BHG de la base est semblable au triangle rectangle BPA ; car les lignes BP , GP sont considérées comme parallèles. Mais CI est à BH , comme CP ou son égale CE est à PB ; & BH est à HG ou IK son égale, comme PB est à PA ou EF son égale; donc en raison égale CI est à IK comme CE est à EF ; & enfin CI est sur la ligne CE , & IK est parallèle à EF , donc le point K est sur CF , & par conséquent CF est touchante de la Conchoïde en C comme CK .

COROLLAIRE I.

Il suit de cette démonstration que si deux perpendiculaires à la Courbe, comme CA , indéfiniment proche l'une de l'autre, concourent vers A , la Conchoïde sera concave de ce côté-là, & si elles concourent de l'autre côté, elle sera convexe du côté de A ; & enfin si elles sont parallèles entr'elles, la Conchoïde aura dans ce point-là un recourbement.

COROLLAIRE II.

Il suit aussi de cette démonstration que le point A étant déterminé seulement par le moyen de la base & du Pole, il peut servir pour trouver les Touchantes de toutes les Conchoïdes décrites par quel point on voudra du plan mobile, puisque la ligne droite menée du point A au point

décrivant C en quelque endroit qu'il soit placé, sera toujours perpendiculaire à la Conchoïde qui est décrite par ce point.

Autre maniere pour trouver les Touchantes des Conchoïdes.

Soit comme dans la methode précédente la base BO FIG. II. de la Conchoïde, & la Touchante BT en quelque point B , le Pole P & la regle BP ; & lorsque l'extremité de la regle est en B sur la base, le point décrivant est en C .

Si l'on imagine sur le plan mobile dans la position où il est, laquelle est déterminée par les points PBC , une ligne posée sur la touchante BT de la base qui est sur le plan immobile, & que le plan mobile qui porte le point décrivant se soit mû selon la touchante BT qui y est décrite, par un espace BG indéfiniment petit, tous les points de ce plan auront parcouru des lignes paralleles & égales à BG , comme le point C la ligne CI , le Pole P la ligne PL , enforte que l'angle PBC qui est un angle constant par la generation de la Conchoïde, sera venu en LGI . Mais comme la regle ne peut pas abandonner le Pole, il faudra que GL revienne sur GP par un arc LH indéfiniment petit, qui est aussi considéré comme une perpendiculaire à GL ou à PB & à PG . Mais dans ce second mouvement du plan mobile, la ligne GI sera venue en GK par un arc IK indéfiniment petit & semblable à l'arc LH : Car l'angle PBC ou LGI qui est constant dans la formation de toute la Conchoïde, sera placé en PGK , & le point décrivant C sera venu en K sur la Conchoïde par ces deux mouvemens; & comme la portion CK de la Conchoïde est indéfiniment petite, la ligne droite CK qui en est une corde, sera réputée comme touchante en C .

Maintenant pour déterminer la position de cette touchante CK par un point comme F placé à une distance déterminée de C , soit mené la ligne BA perpendiculaire sur BT , laquelle rencontre en A la ligne PA perpendiculaire à BP & menée par le point P . Il se formera donc

le triangle ABP qui sera semblable au triangle PLH par la construction.

Soit mené par le point C la ligne CIE parallèle à BT & égale à BA , sur laquelle sera le point I , & par le point E soit mené EF perpendiculaire à BC ou à GI & égale à BC , je dis que la ligne CF passera par le point K , & par conséquent qu'elle sera touchante de la Conchoïde en C .

DEMONSTRATION.

Par la construction IK & EF sont parallèles; mais CI ou PL est à LH , comme BA ou CE est à BP : mais aussi LH est à IK , comme BP ou GL est à BC ou EF son égale; donc en raison égale CI est à IK , comme CE est à EF . *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Si du point P on mène une perpendiculaire PM à la touchante de la base BT en B , on aura aussi CI à IK , comme le carré de PB au rectangle de $PM \times BC$: car par la Démonstration précédente BA est à BC , ou CE à EF , comme CI est à IK , & prenant une hauteur commune PM , BA est à BC , comme le rectangle $BA \times PM$ lequel est égal au carré de PB par la construction, est au rectangle $BC \times PM$.

Cette propriété est utile pour les Conchoïdes dont les bases sont des lignes droites, car toutes leurs touchantes ne sont que la base même; & par conséquent PM y sera une quantité constante, & BC qui est la mesure étant aussi une quantité constante, le rectangle BC, PM y sera une quantité constante.

COROLLAIRE II.

Par la première méthode de mener ces touchantes, on a vu que AC est perpendiculaire à la Conchoïde; donc si l'on tire AC dans cette secande, elle sera perpendiculaire à CF .

REGLE GENERALE

Pour déterminer les espaces des Conchoïdes.

Soit la Conchoïde CD dont le Pole est P & la base BGO , la règle BP & le point décrivant C . Soit pris une portion indéfiniment petite CD de la Conchoïde, laquelle soit formée par le mouvement composé du point décrivant C qui se meut d'abord par CI parallèle & égale à BG portion de la base ou de sa touchante BT en B , & ensuite par la ligne ou arc ID , en sorte que l'angle DGP soit égal à l'angle CBP , qui est celui que fait la mesure CB avec la règle BP & qui est constant. C'est pourquoi si l'on mène IG , on formera le parallélogramme $BCIG$ & le Secteur IGD , qui feront les deux parties de l'élément $BCDG$ de la superficie de la Conchoïde. FIG. III.

Maintenant si du point décrivant C dans la position où il est, on mène CT perpendiculaire sur la touchante BT de la base en B ; & du point G on mène GK perpendiculaire à BC , on aura les deux triangles rectangles BTC , BKG qui seront semblables; & par conséquent BC sera à CT , comme BG à GK ; & enfin le rectangle $BG \times CT$ qui est égal au parallélogramme $BCIG$, sera égal au rectangle $BC \times GK$.

D'où il suit que tous les parallélogrammes élémentaires d'une portion de la superficie de la Conchoïde comprise entre deux positions différentes de la mesure, seront égaux ensemble au rectangle fait de la mesure BC qui est constante, par la somme de toutes les GK . Et si l'on connoît la somme de toutes les GK , on aura aussi la somme de tous ces parallélogrammes. Mais il faut encore y joindre la somme de tous les secteurs comme IGD pour avoir la valeur de l'espace conchoïdal dans ce cas, & dans d'autres il en faudra prendre la différence.

Tous les secteurs comme IGD auront pour rayon la mesure BC ou GI . Mais il est évident par la formation de ces secteurs que leur angle IGD est toujours égal à l'angle

BPG que fait la règle dans les deux positions BP , GP ; c'est-pourquoy la somme de tous ces secteurs, sera le secteur entier dont le rayon est la mesure, & l'angle celui qui est fait par les deux positions différentes de la règle BP dans les deux positions différentes de la mesure, lesquelles renferment l'espace proposé de la Conchoïde.

EXEMPLE I.

FIG. IV.

Soit une Parabole VB pour la base d'une Conchoïde DCR , & PVR soit l'axe de la Parabole; & que le foyer P de la Parabole soit le Pole de la Conchoïde, & la ligne droite VR ou BC soit la mesure, laquelle soit jointe directement à la règle BP , le point décrivant étant C .

Soit une partie CD indéfiniment petite de cette Conchoïde, laquelle soit formée sur la partie BG de la base, en sorte que le point décrivant C soit passé de C en I par un espace CI égal & parallèle à BG & ensuite par l'arc ID , & par conséquent on aura la petite figure élémentaire de la Conchoïde $CBGD$.

Si l'on mène OBT touchante de la base en B , on en peut regarder sa partie BG comme celle de la base. Mais ayant mené CO perpendiculaire à la touchante OBT , on aura le rectangle $BG \times CO$ égal au parallélogramme élémentaire $CBGI$.

Ayant pris VE sur l'axe de la Parabole égale à VP , & ayant tiré EF perpendiculaire à l'axe, & BF parallèle à l'axe, & ensuite PF , on sçait par les propriétés de la Parabole que PB & BF sont égales, & que la touchante OBT coupera PF en deux également en T & perpendiculairement; & par conséquent les deux triangles rectangles BPT , BFT qui sont égaux entr'eux, seront semblables au triangle rectangle BCO .

Enfin si du point G on mène GK perpendiculaire sur BF , le petit triangle BGK sera semblable au triangle BFT , & par conséquent semblable au triangle BCO . C'est-pourquoy on aura BC à CO , comme BG à GK ; donc le rectangle $CO \times BG$ sera égal au rectangle $BC \times GK$.

Mais BC qui est la mesure de la Conchoïde sera pour tous les élémens de la Conchoïde une grandeur constante, & toutes les GK dans la partie de la Conchoïde comprise entre l'axe VR & quelqu'une des positions de la mesure comme en BC , seront égales ensemble à EF , car toutes les lignes BF seront partout parallèles à l'axe; c'est-pourquoy la somme de tous les parallelogrammes élémentaires comme $CBGI$ compris dans l'espace conchoïdal proposé, sera égale au rectangle $BC \times EF$ ou $BC \times BQ$, car l'ordonnée BQ sera égale à EF .

Il y aura encore dans l'espace conchoïdal tous les petits secteurs comme IGD , qui sont tous ensemble égaux au secteur qui a pour rayon la mesure BC , & dont l'angle est égal à l'angle EPB fait par les deux positions extrêmes de la regle; ainsi l'on connoîtra la valeur de l'espace conchoïdal proposé.

Ce que je viens de démontrer de l'espace conchoïdal compris entre l'axe VB & BC se doit entendre de même de tout autre espace formé sur quelque portion de la base parabolique, comme sur BM ; car cet espace sera égal au rectangle sous la mesure BC & sous la différence BN des deux ordonnées par B & par M , plus au secteur dont l'angle sera MPB & le rayon égal à la mesure. Et si les points B & M étoient des deux côtés de l'axe, il faudroit prendre la somme des ordonnées au lieu de leur différence, ce qui est facile à connoître.

Mais si le point qui décrit la Conchoïde étoit sur la regle non prolongée, c'est à dire au dedans de la Parabole, & què dans la partie de la Conchoïde qu'on formera au dedans de la base la mesure ne passe pas au delà du Pole, on trouvera, comme on a fait dans le cas précédent, que cet espace sera égal à un rectangle fait sous la mesure & sous la différence des ordonnées de la Parabole par les deux points qui terminent l'espace, moins le secteur sous la mesure pour rayon, & dans l'angle comme BPM fait au Pole P par les positions extrêmes de la regle.

COROLLAIRE.

Il suit de ce qui vient d'être démontré que si dans les conditions précédentes on forme deux espaces conchoïdaux l'un extérieur & l'autre intérieur sur une même mesure, & compris entre les mêmes positions extrêmes de la règle, l'espace compris entre la Conchoïde extérieure & intérieure & renfermé par la mesure, sera absolument égal au double rectangle de la mesure sous la différence dans un cas, ou sous la somme dans l'autre, des ordonnées par les points extrêmes de la base de l'espace conchoïdal ; ce qui est évident, puisque pour l'espace extérieur il faudroit joindre le secteur au rectangle, & pour l'intérieur il faudroit ôter le même secteur.

EXEMPLE II.

FIG. V.

Soit encore la Parabole VGB pour la base d'une Conchoïde RDC , mais dont le point C ne soit pas sur la règle prolongée ou non prolongée comme dans l'Exemple précédent, & par conséquent la mesure CB fera un angle constant CBP avec la règle BP .

Soit aussi au point B la touchante OBT de la Parabole ; & ayant mené BF parallèle à l'axe PE ou perpendiculaire à EF qui est autant éloignée de V sur l'axe que le foyer ou le Pole P , & ayant mené PF , la touchante OBT la coupera en deux également & perpendiculairement en T , ce qu'on connoît par les propriétés de la Parabole ; donc l'angle LBO qui est fait par la touchante OB & par la règle PB prolongée en L , sera égal à l'angle FBT . Mais si l'on mene BH qui fasse avec BF l'angle FBH égal à l'angle LBC , l'angle HBT sera égal à l'angle CBO .

C'est pourquoy si de quelque point G indéfiniment pris de B sur la Parabole ou sur sa touchante BT , on mène la perpendiculaire GK à BH , le petit triangle rectangle BGK sera semblable au triangle rectangle BCO ; & par conséquent si sur les côtés BG , IC on acheve le parallélogramme

rallelogramme élémentaire $CBGI$, il aura pour hauteur la perpendiculaire CO sur sa base GB .

Mais des deux triangles rectangles semblables BGK , BCO , on aura BC à CO , comme BG à GK ; donc le rectangle $BC \times GK$ sera égal au rectangle $CO \times BG$ qui est égal au parallélogramme élémentaire $CBGI$.

Mais aussi à cause que pour tous les points comme G pris de suite depuis B jusqu'en V , toutes les petites perpendiculaires comme GK seront toutes perpendiculaires à des lignes comme BH qui sont parallèles entr'elles, puisqu'elles font partout des angles égaux avec les BF qui sont toutes parallèles à l'axe, il s'ensuit que toutes les GK ensemble sont égales à la perpendiculaire VH menée du sommet V de la Parabole sur BH ; & toutes ces GK étant multipliées par une même grandeur BC qui est la mesure, feront le rectangle $VH \times BC$ égal à somme de tous les parallélogrammes élémentaires comme $CBGI$ compris dans l'espace conchoïdal $VRCB$ sur la base parabolique VB .

Mais de plus cet espace de la Conchoïde qui est extérieure à sa base comprendra encore de petits secteurs comme GID , qui tous ensemble feront le secteur NPM qui a pour rayon la mesure BC ou GI , & donc l'angle total sera égal à VPB dans les positions extrêmes sur la base en V & en B , comme on l'a dit dans l'exemple précédent.

On démontrera la même chose pour tout autre espace conchoïdal formé sur quelle partie on voudra de la base, & si la partie de la base est d'un même côté du sommet V , il ne faudra prendre que la partie de VH qui répondra à cette partie de la base. Mais si la partie de la base renferme le sommet V , on aura pour côté du rectangle égal à la somme des petits parallélogrammes élémentaires, HV prolongée au delà du sommet, & terminée à une ligne comme BH , & qui lui sera parallèle; ce qui est évident par la construction & par ce qui a été démontré cy-devant, & l'autre côté de ce rectangle sera la mesure.

Mais si le point décrivant étoit placé au dedans de la Parabole, il faudra observer les mêmes choses qu'on a dites dans l'exemple précédent ; ce qui formera plusieurs cas dont on parlera dans un autre Exemple.

Enfin si l'on décrit une Conchoïde externe & interne sur la même portion de la base & avec la même mesure prolongée autant en dehors qu'en dedans, on aura l'espace conchoïdal renfermé entre les deux Conchoïdes & la mesure à ses extrémités, absolument égal au double du rectangle qui est égal à tous les parallelogrammes élémentaires ; car dans l'extérieur il faudroit y ajouter le même secteur qu'il faudroit ôter dans l'intérieur, comme dans l'exemple précédent.

Il y a aussi dans la Conchoïde intérieure à la base quelques remarques à faire dont nous parlerons dans la suite, lorsqu'elle retourne sur elle-même, comme aussi lorsque la Conchoïde est prolongée au delà du point de la base où la mesure touche la base, ce qui peut arriver dans cette espèce de Conchoïde intérieure ; cependant tous ces cas ne peuvent faire aucune difficulté en suivant la démonstration.

COROLLAIRE.

Il suit de cette démonstration que si l'arc du secteur NM est en raison connue avec VH , comme si cet arc étoit égal à VH , on auroit ce secteur qui a pour rayon la mesure BC , égal à la moitié du rectangle VH par la mesure ; & par conséquent on connoîtroit absolument l'espace conchoïdal $CBVR$ qui seroit égal au rectangle de $\frac{1}{2} VH$ par la mesure BC .

EXEMPLE III.

FIG. VI. Soit une Conchoïde $FCPS$ dont la base est le cercle $GBPA$, le Pole P placé à l'extrémité d'un de ses diamètres GP , la règle PB & le point décrivant C sur la règle prolongée ou non prolongée, & par conséquent la mesure CB .

Soit CR une partie indéfiniment petite de la Conchoïde supérieure FCE , & les lignes CB , RI menées au Pole P , lesquelles couperont la base PBG aux points B , I . Par le point B soit mené la touchante BO du cercle base, & le point I sera réputé sur le cercle & sur la touchante. Par le point C soit CQ parallèle & égale à BI , & soit achevé le parallélogramme élémentaire $CBIQ$, & soit mené QR qui formera aussi le secteur élémentaire QIR , & le parallélogramme & le secteur formeront ensemble la figure élémentaire $CBIR$ de la Conchoïde. Du point C soit mené CO perpendiculaire à la touchante BO , & du point B soit BD perpendiculaire à RI & qu'on suppose aussi perpendiculaire à CB , à cause que BC & DIR sont indéfiniment proche l'une de l'autre.

Par cette construction on aura les deux triangles rectangles BCO , IBD semblables entr'eux; & par conséquent BC est à CO , comme IB à BD , & le rectangle $BC \times BD$ égal au rectangle $BI \times CO$ qui est égal au parallélogramme élémentaire $CBIQ$.

Maintenant dans un espace conchoïdal comme $FCBG$ compris entre le diamètre PGF , la mesure entière BC , la base BG & la Conchoïde CF , on aura la somme de tous les parallélogrammes élémentaires comme $CBIQ$ égale au rectangle sous la mesure BC , & sous la somme de toutes les BD formées dans l'arc de la base GB . Mais on sçait que la somme de toutes ces BD sera égale à la corde GB ou Gy ; donc ce rectangle sera $Gy \times X$, dont la hauteur GX est égale à la mesure. Mais il faut encore joindre à ce rectangle la somme de tous les petits secteurs comme QIR , laquelle est égale au secteur dont le rayon est la mesure & l'angle BPG .

On démontrera de même que si l'extrémité de la règle tombe au Pole, alors la mesure sera en BE perpendiculaire au diamètre PG , & l'espace conchoïdal $FCEPBG$ sera égal au rectangle $PG \times K$ sous le diamètre & la mesure, plus au quart de cercle qui a pour rayon la règle.

Ce sera aussi la même démonstration pour la Conchoïde

44. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

de interieure comme $GScb$, laquelle on démontrera égale au rectangle sous la mesure $G\mathcal{X}$, & sous Gb moins le secteur, dont le rayon est la mesure & l'angle GPb .

Et si la corde Gb est égale à la corde GB ou Gy , alors on aura l'espace conchoïdal $FCBG$ extérieur avec l'espace conchoïdal interieur & correspondant $ScbG$ ensemble égaux à deux fois le rectangle $Gyz\mathcal{X}$: car dans l'exterieur il faudroit ajoûter à ce rectangle le même secteur qu'il faudroit ôter à l'interieur; ce qui est évident.

Il faut remarquer que si la mesure est appliquée depuis P jusqu'en A sur la base, alors PA touchera cette Conchoïde dans le point P du Pole; car le point A formera le point P , & si du point G pour centre & pour rayon la corde GA on décrit l'arc AY , & qu'on mene YZ parallele à $G\mathcal{X}$, on aura tout l'espace conchoïdal interieur $GSPA$ égal au rectangle $GYZ\mathcal{X}$ moins un secteur sous la mesure dont l'angle sera GPA .

J'ay donné jusqu'icy la mesure de l'espace conchoïdal extérieur $FCEPBG$ & de l'interieur $ScPAbG$, lesquels sont compris entre la Conchoïde & la base, d'où il suit aussi la mesure de toutes leurs parties; mais il reste encore pour avoir l'espace de toute la Conchoïde, l'espace $PEHP$ dans l'exterieure, lequel est formé par les portions de la mesure comme PH , pendant que son extrémité parcourt l'arc PTA de la base, & dans l'espace interieur il reste le segment $PTAP$ de la base qu'il y faudra ajoûter, & en ôter ensuite le secteur qui convient à cet espace, comme on l'a déterminé; il reste donc à déterminer l'espace conchoïdal $PEHP$.

Par la même methode dont je me suis servi cy-devant, soit une portion HN indéfiniment petite de la Conchoïde PHE , & la mesure qui est jointe alors à la regle en HM & NT , dans la formation des points HN ; si sur les deux lignes HM , MT on acheve le parallelogramme élémentaire $HMTL$, on pourra considerer l'arc NH de la Conchoïde formé par le mouvement de H en L & de L en N , d'où se formera le secteur LTN .

Mais le secteur ou triangle élémentaire PHN de l'espace conchoïdal $PHEP$ sera égal au secteur TLN , plus le secteur sur la base PTM , moins le parallélogramme $HMTL$. Et par ce qui a été dit cy-devant, si l'on mène TV perpendiculaire à PT ou à PM , le rectangle de la mesure HM par TV sera égal au parallélogramme $HMTL$. Et comme tous les rectangles $HM \times TV$ sur l'arc PA sont égaux au rectangle $YZKP$, & tous les secteurs TLN dans le même arc seront égaux au secteur PAK , & enfin tous les secteurs PTM sur la base seront égaux au segment $PATP$; donc tous les secteurs ou triangles élémentaires PHN , ce qui est l'espace conchoïdal, $PHEP$ sera égal au secteur PAK , plus le segment $PATP$, moins le rectangle $YZKP$.

COROLLAIRE I.

Il s'ensuit delà que tout l'espace conchoïdal tant extérieur qu'intérieur compris entre la Conchoïde & sa base, & terminé au diamètre $PSGF$ sera égal au double du rectangle $GYZX$, plus le double du secteur PAK , plus le double du segment de la base $PATP$, puisque ce n'est que l'addition des valeurs des parties.

COROLLAIRE II.

Si du point G pour centre & pour rayon le diamètre GP de la base, on décrit l'arc de cercle PzZ , cet arc coupera XK en Z , & le demi segment $PYZ : P$ sera égal au double du segment $PATP$: c'est pourquoy le secteur PAK , plus le segment $PATP$, moins le rectangle $YPKZ$, ce qui est égal à l'espace conchoïdal $PHEP$, sera égal à la différence des figures $PTAK$ & $PzZK$, ce qui est aussi la différence des trilignes $PMAh$ & KZh .

COROLLAIRE III.

Il suit de ce Corollaire second & du premier que tout l'espace conchoïdal tant extérieur qu'intérieur, sera égal au double du rectangle $GPKX$, plus le double de la dif-

férence entre les trilignes $PTAb$ & KZh qui sera double de l'espace conchoïdal $THEP$, ce qui est facile à voir par la substitution de la valeur de ces figures.

AVERTISSEMENT.

Il y a long-tems qu'on a examiné cette espece de Conchoïde. M. de Roberval l'appelle *le Limaçon de M. Pascal*, & il donne une démonstration de la valeur de son espace & de ses parties, comme on le peut voir dans ses Ouvrages que j'ay fait imprimer : mais il comprend dans ces espaces la portion du cercle base qui y est renfermée par la regle, en joignant toujours ensemble un espace supérieur à un inférieur correspondant, c'est à dire ceux qui sont formés par des arcs égaux de la base, comme dans la Figure précédente les espaces $FCBPF$, $PcSP$ formés sur les arcs égaux de la base GB , Gb qu'il dit être égaux ensemble à la portion du cercle $PBGbP$, plus au secteur dont le rayon est égal à la mesure & l'angle BPb , & par conséquent tout l'espace conchoïdal est égal au cercle base, plus au demi-cercle dont le rayon est la mesure. Cet espace est fort différent de celui que j'ay examiné icy.

Il suit de la démonstration de M. de Roberval que l'espace inférieur $PScP$ avec le supérieur $PFqP$ sera égal à la portion du cercle base $PAGaP$, plus au secteur sous la mesure dans l'angle APa , & par conséquent l'espace $PqEHP$ doit être égal au double segment de la base $PATP$, plus au double secteur PAK , comme on le trouve par ma démonstration, en joignant ensemble les valeurs de ses parties comme je les ay données cy-devant.

EXEMPLE IV.

Fig. VII.

Soit une Conchoïde RCF formée par le point R , & dont la mesure est BR qui fait avec la regle EP un angle constant PER , le Pole P & la base soit la ligne droite EKF . Cette Conchoïde rencontrera la base en quelque point F lorsque la mesure sera en KF & la regle en PK , ce qui est évident par la generation.

La Regle étant en PE perpendiculaire à la base EF , il faut déterminer l'espace conchoïdal $ERCFE$.

Soit la regle dans quelque position PB & la mesure en BC , & soit CD une partie indéfiniment petite de la Conchoïde, laquelle soit formée par le mouvement du point C jusqu'en Q parallèlement à la base, & égale à la partie BI de la base quand la regle étoit en PI , & la mesure en ID , & par l'arc QD décrit du centre I . Il se formera donc la parallelogramme $BCQI$.

Si du point C on mene CO perpendiculaire à la base, on aura le parallelogramme $BCQI$ égal au rectangle de BI sur CO : c'est pourquoy si par le point B on mene BS perpendiculaire à la base & égale à CO , le rectangle de BI sur BS sera aussi égal au parallelogramme $BCQI$. Et si l'on fait de même pour tous les points de la Conchoïde, on formera la ligne courbe HSK telle que son espace $HEKSH$ sera égal à tous les parallelogrammes comme $BCQI$ compris dans l'espace conchoïdal; & cet espace $HEKSH$ avec un secteur dont le rayon est la mesure & l'angle REF sera égal à l'espace conchoïdal proposé, ce qui est évident par la regle generale.

Maintenant pour trouver la Courbe HSK , je pose $EP = a$, $EB = y$, BS ou $CO = x$, & la mesure $BC = m$, & je prolonge la regle PB jusqu'en G , en sorte que BG soit égale à BC , & je mene GC . Mais puisque l'angle CBG est donné étant le supplément de l'angle CBP donné, aussi CG sera donnée que je pose $= z$, & la perpendiculaire menée du point B à GC sera aussi donnée que je pose $= f$. Sur ces données je trouve la valeur de x , & l'équation du lieu des points S qui est la Courbe HSK , savoir $\frac{m^2x - 2fby}{\sqrt{aa + yy}} = ff x - bb x$, qui est un lieu à une hyperbole du second genre, qu'on peut construire à l'ordinaire.

COROLLAIRE I.

Ce sera la même construction & démonstration pour quelle partie on voudra de l'espace conchoïdal, en pre-

48 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 nant la partie de l'hyperbole qui lui répond, & même pour l'espace prolongé au delà de ER sur la base, ou au dessous de la base vers F , car il est évident que la Conchoïde passe au dessous de la base vers F , & qu'elle est infinie tant au dessous d'un côté qu'au dessus de l'autre, ce qui dépend de la base qui est infinie; & cette Conchoïde aura deux asymptotes des deux côtés & parallèles à la base, & autant éloignées que le point R l'est de la ligne PE .

COROLLAIRE II.

On pourra aussi par la même methode donner un espace égal à la Conchoïde de Nicomede, qui n'est qu'un cas de celles-cy, qui ont pour base une ligne droite; mais quoiqu'elle paroisse plus simple, ce sera toujours par le moyen d'une hyperbole du second genre, mais qu'on peut construire facilement par le moyen d'une hyperbole simple équilatere entre les asymptotes. Car si l'on suppose que le point décrivant soit G , on aura dans les termes précédens pour l'équation $aaxx + yyxxmmaa$; & si l'on fait les $PB = z = \sqrt{aa + yy}$, cette équation se réduira à $zx = ma$.

COROLLAIRE III.

Si la mesure étoit prolongée au dessous de la base & qu'elle fût égale à celle de dessus, il est évident dans les conditions que j'ay données dans les autres exemples, que les espaces conchoïdaux superieurs & inferieurs pris ensemble seront égaux au double de la figure hyperbolique qui leur répond; car alors le secteur additif à la figure supérieure est détruit par le secteur soustractif de l'inférieure.

REGLE GENERALE

Pour déterminer la longueur des Conchoïdes.

Dans la seconde des methodes que j'ay données d'abord pour trouver les Touchantes des Conchoïdes & dans la même figure, on a un triangle déterminé CEF qui

qui est semblable au petit triangle CIK de la formation de la Conchoïde; c'est-pourquoy EF ou BC ou GI qui est la mesure, sera à CF ou CA , comme IK qui est l'arc du petit secteur CIK est à CK qui est touchante ou portion de la Conchoïde; donc le rectangle $BC \times CK$ est égal au rectangle $CA \times IK$. D'où il suit, que la somme de tous les petits rectangles étant appliquée à la mesure donnera la longueur de la Conchoïde.

Mais aussi dans les mêmes triangles, CI portion de la base est à CK portion de la Conchoïde, comme BA est à AC , & par conséquent le rectangle $CI \times AC$ est égal au rectangle $CK \times BA$; & si toutes les BA sont égales entr'elles, on pourra tirer delà la mesure de la Conchoïde comme il arrive dans quelques cas.

EXEMPLE I.

Dans le premier Exemple que j'ay donné cy-devant des FIG. VIII. espaces des Conchoïdes sur une base parabolique, si par le Pole P on mène la ligne PA perpendiculaire à la règle PB , & par le point B de la base on mène BA perpendiculaire à la touchante BT de la base, & que du point A de concours de ces deux lignes on tire la ligne AC au point décrivant C , on formera le triangle ABC qui sera semblable au triangle CVD de la formation de la Conchoïde.

Car par ce qu'on a démontré d'abord des touchantes, la ligne AC sera perpendiculaire à la Conchoïde & à CD , la ligne BA sera perpendiculaire à la touchante BT de la base & à sa parallèle CI , & enfin BC ou GI sera perpendiculaire à ID qui est le petit arc décrit du centre G : On aura donc ID à CD , comme BC à AC ; & par conséquent le rectangle $ID \times AC$ sera égal au rectangle $CD \times BC$ qui est la mesure.

C'est-pourquoy si du Pole P pour centre & pour rayon la mesure, on décrit l'arc NQ qui forme le secteur PNQ , & que par tous les points comme N de cet arc, où la règle le coupe dans toutes les positions du point décrivant,

on éleve perpendiculairement les AC sur le plan du secteur, on formera un espace sur le cylindre droit dont l'arc NQ est la base, & cet espace étant appliqué à la mesure BC , donnera la longueur de la Conchoïde: car chaque petit rectangle élémentaire de cet espace sera partout divisé ou appliqué à la mesure qui est une grandeur commune.

EXEMPLE II.

FIG. IX.

Dans le troisième Exemple précédent d'une Conchoïde à base circulaire, si nous supposons que la mesure soit égale au diamètre du cercle base, & qu'elle soit jointe directement à la règle, nous aurons la longueur de cette Conchoïde depuis son commencement en F jusqu'au Pole P où elle finit partout le cercle de la base, car elle ne passe point au-dessous du diamètre PG , laquelle sera égale à quatre fois le diamètre du cercle base PG .

Pour le démontrer soit quelque point C de cette Conchoïde d'où soit mené CP au Pole P , cette ligne rencontrera la base en B , & CB fera la mesure égale à PG . Et si par le point B on mène BA perpendiculaire à la base, elle passera par le centre & ce sera un diamètre. Mais si du Pole P on mène PA perpendiculaire à la règle PB , elle rencontrera BA au point A sur la base, à cause de l'angle droit BPA . Mais par la methode des touchantes des Conchoïdes, on aura AC perpendiculaire à la Conchoïde en C , & le triangle ABC sera isoscèle.

Maintenant si l'on considère le petit triangle élémentaire CQR de la formation de cette Conchoïde où CR est une partie indéfiniment petite de la Courbe, on aura le triangle ABC semblable au triangle CQR : car par la construction AB est perpendiculaire à BI ou CQ sa parallèle, BC ou IQ sa parallèle est perpendiculaire à QR , & enfin AC est perpendiculaire à CR .

Si du Pole P pour centre & pour rayon PG égal à la mesure, on décrit le cercle GE qui coupe PC en M , l'arc GM sera égal en longueur à l'arc GB , comme tout le

de mi-cercle décrit sur le rayon PG le fera à toute la circonférence du cercle de la base. Mais aussi AC coupe le cercle base en N , & BN est perpendiculaire à AC à cause du demi-cercle BNA ; donc AN sera la moitié de AC . Mais l'arc PA étant égal à l'arc GB à cause des deux diamètres PG , BA , & l'angle PBA étant extérieur du triangle isocèle ABC , il sera double de l'angle BAN , & son arc PA ou son égal GB double de l'arc BN , & AN étant la corde de l'arc AGN supplément de l'arc BN , comme PN l'est de l'arc PBN supplément de GN égal à l'arc BN , PN & AN seront égales.

Si par la règle générale on élève AC double de AN ou de PN au point M & perpendiculairement au plan de la base, on aura une des lignes sur la superficie du Cylindre droit dont la base sera le demi-cercle GE , laquelle sert à déterminer la longueur de la Conchoïde, à cause que tous les petits secteurs comme QBR dans tout l'espace conchoïdal, feront ensemble un angle égal à deux droits.

Mais on sçait aussi que toutes les cordes comme PN , étant élevées perpendiculairement sur le demi-cercle GBP en N , formeront une superficie cylindrique égale au carré du diamètre: mais si on élève ces mêmes cordes PN aux points M du demi-cercle GME , qui est double du demi-cercle GBP , & dont les petites parties comme en M sont aussi doubles des petites parties comme en N , puisque chaque GM est égal à GB & double de GN , il s'ensuit que la superficie cylindrique sera double du carré du rayon PG du cercle GE ; & comme au lieu des PN on doit élever à ces mêmes points M , les lignes AC doubles des AN ou des PN , on aura une superficie cylindrique quadruple du carré du rayon PG , laquelle étant appliquée à la mesure PG , donnera par la règle quatre PG ou quatre fois PG qui est la mesure, pour la longueur de toute cette Conchoïde.

Dans la description ou formation de cette Conchoïde lorsque les points B se trouvent dans le demi-cercle infé-

rieur, & ce cas dans lequel la mesure se trouve coupée par le Pole, n'apporte aucun changement à la démonstration que je viens de donner de la longueur entière de cette Conchoïde.

COROLLAIRE.

On aura aussi par ce moyen la longueur de quelle portion on voudra de cette Conchoïde, soit entre son commencement en F , ou entre telles positions que ce soit de la mesure. Comme si l'on demande la longueur de la partie FC de cette Conchoïde, je dis qu'elle est égale à quatre fois la corde de l'arc GN ou BN qui est la moitié de l'arc GB compris entre la position de la mesure sur la base en G , & entre B qui est l'autre position de la mesure sur la base dans la formation de la partie FC de la Conchoïde.

Car puisqu'on sçait aussi que toutes les cordes comme PN élevées à leurs points sur l'arc GN font un espace sur le cylindre droit égal au rectangle sous la corde totale GN & sous le diamètre PG ; il s'ensuit de la démonstration précédente que si le double de ces cordes est élevé comme en M aux arcs de GM doubles des arcs de GN , elles doivent former un espace cylindrique quadruple du précédent, lequel étant appliqué à PG qui est la mesure & qui est le côté du rectangle qui leur est égal, donnera pour la longueur de la Conchoïde une ligne droite quadruple de la corde GN .

Ainsi la partie ECP de la longueur de la Conchoïde, comprise entre la mesure PE dans la position où elle est perpendiculaire au diamètre PG & le Pole P , fera quatre fois la différence entre la corde du quart de cercle qui conviendrait au point E , & le diamètre PG ; car quatre fois la corde du quart de cercle seroit égale à la partie de la Conchoïde FCE . Et par conséquent pour toute la Conchoïde la différence des cordes des arcs qui sont les moitiés entre le point G & deux points de la base comme BB , où est appliqué la mesure aux extrémités d'une por-

tion de la Conchoïde CC , étant prise quatre fois sera égale à cette portion de la Conchoïde.

Il faut remarquer que dans ces Conchoïdes qui ont la base circulaire, si la mesure est posée perpendiculairement sur la règle, & si elle est égale au diamètre du cercle de la base, on décrira une Conchoïde semblable & égale à celle qui est décrite quand cette mesure est jointe directement avec la règle; mais elle sera posée en sens contraire & au dessus ou au dessous du diamètre suivant la position de la mesure perpendiculaire.

Pour les Lieux des Conchoïdes.

Toutes les Conchoïdes qui ont pour base des lignes geometriques sont aussi des lignes geometriques, pourvu que dans la description de la Conchoïde la mesure soit jointe directement à la règle, comme on le peut voir par l'Exemple précédent.

Car si dans quelque position PBC de la règle & de la mesure on abaisse des points C & B des perpendiculaires CD , BH sur l'axe PF , & qu'on fasse $CD = x$, $PD = y$, PG ou $BC = 2r$,

$$\text{On aura } PC = \sqrt{yy + xx}, \text{ \& } HD = \frac{2ry}{\sqrt{yy + xx}}, \text{ \& } PH = y - \frac{2ry}{\sqrt{yy + xx}}.$$

$$\text{On aura aussi } BH = x - \frac{2rx}{\sqrt{yy + xx}}.$$

Mais KH sera $= y - \frac{2ry}{\sqrt{yy + xx}} - r$, & le quarré de $BH +$ le quarré de KH seront égaux au quarré de $KB = r$, ce qui est

$$xx - \frac{4rxx}{\sqrt{yy + xx}} + \frac{4rxx}{yy + xx} + yy + \frac{4rxy}{yy + xx} + rr - \frac{4rxy + 4rxy}{\sqrt{yy + xx}} - 2ry = rr, \text{ ce qui se réduit à}$$

$$xx + yy + 4rr - 2ry = 4r\sqrt{yy + xx} - \frac{4rxy}{\sqrt{yy + xx}},$$

qui est un lieu à une Courbe qui est la Conchoïde, & dont les inconnues montent à 6 dimensions, & que nous avons trouvée être quarrable.

Ce fera la même maniere de construction pour d'autres Conchoïdes de cette espece.

REMARQUE.

Toutes les Conchoïdes qui sont formées par la mesure qui est jointe directement à la règle sur quelque base que ce soit, étant considérées comme des bases, formeront une Conchoïde qui sera leur base, si le pole & la règle sont les mêmes, mais en posant la mesure du côté opposé où elle étoit par rapport au pole, ce qui est évident par la formation.

Des points de Recourbement des Conchoïdes.

Il est certain que si deux perpendiculaires à la Conchoïde indéfiniment proche l'une de l'autre, peuvent être parallèles entr'elles, le point de la Conchoïde, ou bien la portion interceptée de cette Conchoïde qui n'est considérée que comme un seul point, les deux perpendiculaires n'étant que comme une seule ligne, étant déterminé par ces parallèles, sera son recourbement.

Dans toutes les Conchoïdes qui ont pour leur base quelque ligne que ce soit ou droite ou courbe, & dont la mesure & la règle sont jointes directement, si l'on donne une position telle qu'on voudra de la règle, on peut déterminer la longueur de la mesure dans cette position, où son extrémité décrivant la Conchoïde, elle sera dans son recourbement si elle peut en avoir un; mais comme la forme du calcul est à peu près la même pour toutes les Conchoïdes, je donneray seulement icy un exemple de la Conchoïde de Nicomede, & je montreray ensuite la différence qu'il y a de celle-cy qui est un peu plus simple, avec les autres qui ont des bases courbes.

FIG. X.

Soit le point P le Pole de la Conchoïde, & la règle PB dans quelque position que ce soit avec la mesure BC qui lui soit jointe directement, mais dont la longueur BC n'est point déterminée, & que le point C qu'on cherche soit dans le recourbement, ce qui est toujours possible

dans cette espece de Conchoïde dont la base BD est une ligne droite, comme on le trouve aussi par la solution du Problème & par sa construction.

J'ay démontré cy-devant pour toutes les Conchoïdes, que si par le point B on mene BA perpendiculaire à la base BD , & PA perpendiculaire à la règle BP lesquelles se rencontrent en A , & que du point A on mene une ligne droite AC au point décrivant C , cette ligne AC sera perpendiculaire à la Conchoïde en C décrite par ce point.

Que le point C soit donc sur cette mesure celui du recourbement de cette Conchoïde décrite par ce point, la règle & la mesure étant en PBC . Soit BD une partie indéfiniment petite de la base, & soit mené PD . On pourra supposer que les deux lignes PB , PD sont parallèles entr'elles seulement dans un espace indéfiniment proche de BD .

Maintenant du point B soit mené BFN perpendiculaire à PB ou à PD laquelle rencontre PD en F ; & soit DK perpendiculaire à la base en D , & parallèle à BA dans ce cas de la base en ligne droite: on aura donc les deux petits triangles rectangles BFD , BDN semblables au triangle BPA , car DF dans ce petit espace est considérée parallèle à BP . Soit aussi mené FH parallèle à BD : donc BH est égale à DF , & BD égale à HF .

Mais quand la règle s'est placée en PD , la ligne PA vient en PK , & le point K fait alors l'office du point A par rapport à PD ; & PA & PK peuvent être considérées comme parallèles vers les points A & K , & les angles BPD , APK sont égaux. Si du point A on mene donc AG perpendiculaire à PA ou à PG , on aura AG égale à BH ou à DF , car les deux triangles rectangles BFD , BPA sont semblables; c'est-pourquoy BP est à PA , comme BF à FD ; & à cause des deux triangles semblables BPF , APG , on a aussi BP à PA , comme BF à AG , donc FD égale à AG .

Enfin si la mesure BC est placée en DT , la Conchoïde

passera de C en T , & CT sera perpendiculaire à AC & à KT , quoiqu'en effet les lignes CA & TK ne soient parallèles entr'elles que dans le point du recourbement C , mais elles peuvent toujours être réputées perpendiculaires à une même CT qu'on suppose indéfiniment petite.

Si par le point H on mene HI perpendiculaire à PB qui rencontre DK en I , on aura HI égale à GK ; car AG est égale à BH , & les triangles BHO , AGL sont rectangles & semblables, & LK est égale à OI ou à BN : mais aussi KV sera égale à AL , & AV égale à LK ou à BN .

Si par le point B on mene BR parallèle à AC , le petit triangle BHR sera semblable au triangle CPA , & le petit triangle BRO semblable & égal au petit triangle KVS , donc AS égale à RI .

Soit maintenant $PB = a$. $PA = b$. $PC = y$. & $BD = i$ indéfiniment petite, comme elle a été posée d'abord, & soit aussi $BA = r$ pour abréger le calcul, car dans la suite on fera sortir l'une des trois quantités r , a , b .

On aura donc BP à BA , comme BD à BN , ce qui est $a : r :: i : \frac{ri}{a} = BN$ ou IO .

De même BA à PA , comme BD à DF , ce qui est $r : b :: i : \frac{bi}{r} = DF$ ou BA ou AG .

Mais aussi CP est à PA , comme BH à HR , ce qui est $y : b :: \frac{bi}{r} : \frac{bbi}{ry} = HR$ ou SV .

Et BA est à BP , comme BD à BF , ce qui est $r : a :: i : \frac{ai}{r} = BF$.

De plus BP est à PA , comme BH à HO , ce qui est $a : b :: \frac{bi}{r} : \frac{bbi}{ar} = HO$.

Donc RI ou $AS = IO$ ou $BN - HO - HR$ sera $= \frac{ri}{a} - \frac{bbi}{ar} - \frac{bbi}{ry}$.

Enfin si par le point A on mene AX perpendiculaire à CA ou à KS , on aura le triangle AXS rectangle en X semblable au triangle rectangle CPA ; car AX est perpendiculaire

pendiculaire à CA , & AS perpendiculaire à CP : donc l'angle SAX est égal à l'angle ACP : c'est-pourquoy CA est à CP , comme AS est à AX , ce qui est $Vyy+bb : y :: \frac{ri}{a} + \frac{bbi}{ar} - \frac{bbi}{ry} : \frac{riy}{a\sqrt{yy+bb}} + \frac{bbiy}{ar\sqrt{yy+bb}} - \frac{bbiy}{ry\sqrt{yy+bb}} = AX$.

Mais aussi ayant mené CQ perpendiculaire à PC ou à PD , on aura le petit triangle rectangle CQT semblable au triangle rectangle CPA , & l'on a aussi

PB à PC , comme BF à CQ , ce qui est

$$a : y :: \frac{ai}{r} : \frac{yi}{r} = CQ, \text{ \& }$$

CP à CA , comme CQ à CT , ce qui est

$$y : Vyy+bb :: \frac{yi}{r} : \frac{i}{r} Vyy+bb = CT.$$

Car quoiqu'on considère les lignes PC , PT comme parallèles entr'elles dans un espace indéfiniment petit comme DF ou TQ , leurs perpendiculaires BF , CQ à une distance déterminée, ne laissent pas d'être dans la raison de PB à PC .

Maintenant si l'on pose que CT & AX qui sont parallèles entr'elles soient aussi égales, les lignes CA , TK seront parallèles ; c'est-pourquoy on égalera CT à AX pour déterminer le point de recourbement C par la valeur de $y = PC$, on aura donc l'équation suivante,

$$\frac{riy}{a\sqrt{yy+bb}} + \frac{bbiy}{ar\sqrt{yy+bb}} - \frac{bbiy}{ry\sqrt{yy+bb}} = \frac{i}{r} Vyy+bb, \text{ laquelle se réduit à } yrr+bbiy-bba=yya+bb a.$$

Et à la place de rr substituant la valeur $aa+bb$, on aura $yy - \frac{aay-2bb y}{a} + 2bb = 0$, qui n'est qu'une équation plane que je construis comme il suit, à cause de quelques particularités qui méritent qu'on y fasse attention.

Soit donc $\frac{aa+2bb}{a} = d$, on réduira l'équation à $yy - dy + 2bb = 0$, & posant $y - \frac{1}{2}d = z$, on aura $zz = \frac{1}{4}dd - 2bb$.

Si l'on divise donc l'angle droit BPA en deux également par la ligne PX , & qu'on prenne PX égale à PA , & qu'ensuite on tire XY perpendiculaire à PX qui ren-

FIG. XI.

H

contre PA en Y , ayant mené BY & YZ perpendiculaire à BY qui rencontre BP en Z ; je dis que PZ est égale à PC ou y , le point C étant dans le recourbement de la Conchoïde qui a BC pour mesure.

Par cette construction on a le quarré de $PY = 2bb$, & par conséquent le quarré de BY est égal à $aa + 2bb$. Mais aussi BP est à BY , comme BY à BZ ; donc BZ égale à $\frac{aa + 2bb}{a} = d$. C'est-pourquoy si l'on divise BZ en deux également en E , on aura EY égale à EB & $EP = z$, mais $z + \frac{1}{2}d = y = PZ = PC$.

On voit aussi que cette équation a deux racines ou deux valeurs de y , dont l'une est celle que nous venons de trouver, & l'autre $\frac{1}{2}d - z$ qui est PB ; le point B sera donc aussi un point de recourbement d'une Conchoïde, ce qui est vrai; car la mesure étant o , la base MO est elle-même la Conchoïde, dont tous les points B peuvent être considérés comme des recourbemens.

COROLLAIRE.

Il suit de cette construction que si PY est égale à PB , le point E tombe au point P , & alors les deux valeurs d' y sont égales entr'elles & à PB : mais si PY est moindre que PB , la racine PC sera moindre que PB ; car par la même construction le point E tombera entre P & B , car pour l'autre racine ce sera toujours PB .

Maintenant si du pole P on mene PM perpendiculaire à la base BD , & du point C où l'on suppose que soit le recourbement, qu'on y mene aussi CO , & que CO soit $= x$; BC la mesure $= a$; & $PM = c$, on trouve par les regles de *Max. & Min.* cette équation $x^3 + 3cx - 2aa = 0$ pour déterminer le point de recourbement; ensorte que si x & c sont des quantités déterminées, on trouvera a pour la grandeur de la mesure, ce qui revient au même que ce que j'ay trouvé cy-devant.

Détermination du Lieu de tous ces points de recourbement.

Par ce qu'on a démontré cy-devant on voit que pour un même pole & une même base droite, on peut déterminer un point de recourbement de toutes les Conchoïdes de Nicomede dans toutes les positions différentes de la regle; c'est-pourquoy on peut aussi déterminer le lieu de tous ces recourbemens.

Soit donc $PM = c$; $MB = z$; $PQ = v$; $CQ = y$; on aura $PC = \frac{2xz}{c} \sqrt{cc + zz}$ par ce qu'on a déterminé cy-devant, lorsque le point C est dans le recourbement d'une Conchoïde qui a sa regle dans la position PB , & delà vient l'équation suivante $zz + yy = \frac{4x^2cc + 4z^2c}{c^4}$.

Mais aussi on a $y : v :: c : z$, ce qui donne $\frac{cv}{y} = z$.

Et dans l'équation précédente substituant la valeur de z , on la réduira à

$y' = 2cvv$ qui est un lieu à une Parabole du second genre dont le Parametre $= 2c$, & l'axe PQ . *Ce qu'il falloit trouver.*

On voit aussi par-là, comme on l'a déterminé cy-devant, que lorsque $y = c$, l'équation se réduit à $\frac{1}{2}cc = vv$, & la mesure de la Conchoïde est $= 0$; car cette Parabole coupe la base de la Conchoïde en B .

On voit aussi par ces calculs ce qui doit arriver à ces sortes de Conchoïdes quand elles sont au dessous de la base, & lorsque la mesure est plus grande que PM , lesquelles passent toutes par le Pole P , mais elles n'ont point de recourbement, ce qui est marqué par le lieu; car les v & les y seroient négatifs qui ne peuvent rien déterminer, ce lieu seroit $-y' = 2cvv$. Il est vrai qu'on peut trouver le point où ces sortes de Conchoïdes qui sont en partie d'un côté de la ligne MP prolongée & en partie de l'autre, en sont les plus éloignées par la regle de *Maximis & Minimis*, car ensuite elles passent en P en s'approchant toujours de la base à l'infini & sans recourbement.

Pour les Recourbemens de toutes les Conchoïdes.

Lorsque les Conchoïdes ont des bases courbés, alors les lignes BA , DK ne seront plus parallèles entr'elles, comme dans la Conchoïde de Nicomede que nous venons d'examiner ; car ces deux lignes indéfiniment proche l'une de l'autre, concourent sur la ligne qui décrit la base par son évolution ; c'est pourquoy les lignes BN & AV ne sont pas égales, mais dans la raison des distances depuis B & A jusqu'à la ligne qui décrit la base par son évolution, ce qui rend le calcul un peu plus composé, mais qui suit toujours la même forme de quelque nature que soient les bases, & quand même elles auroient des points de recourbement.

OBSERVATIONS

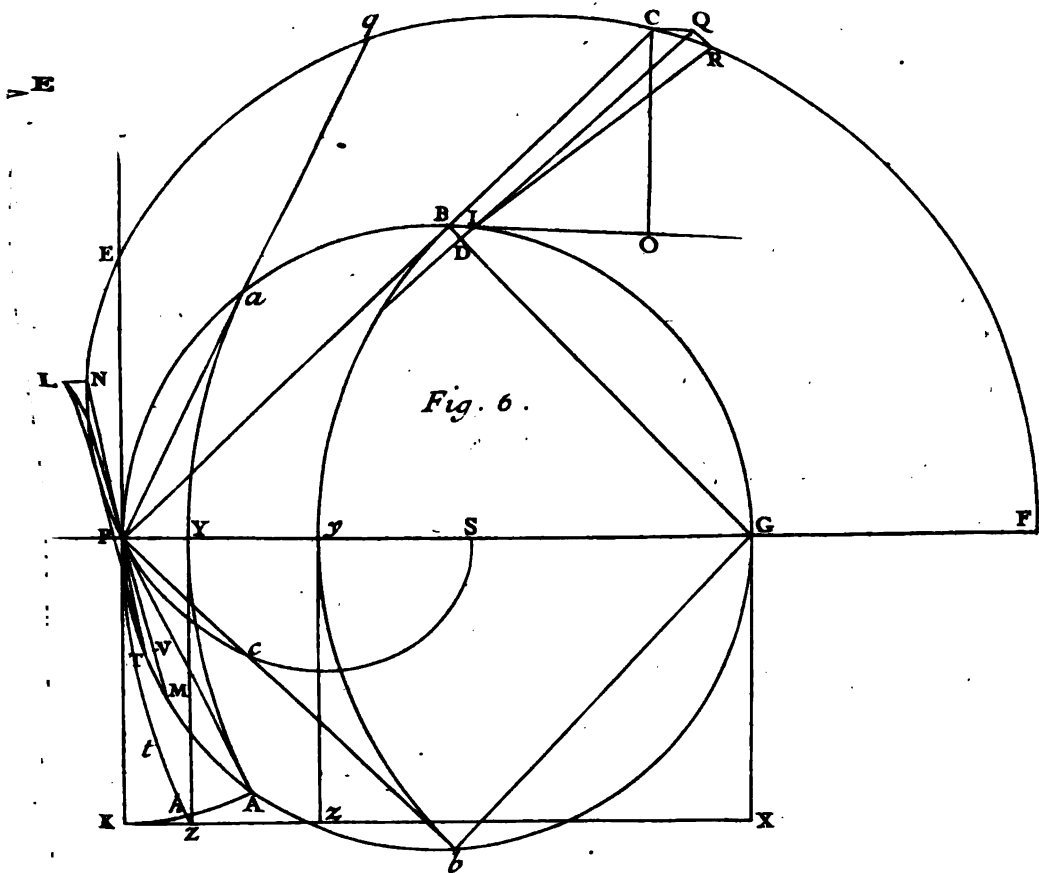
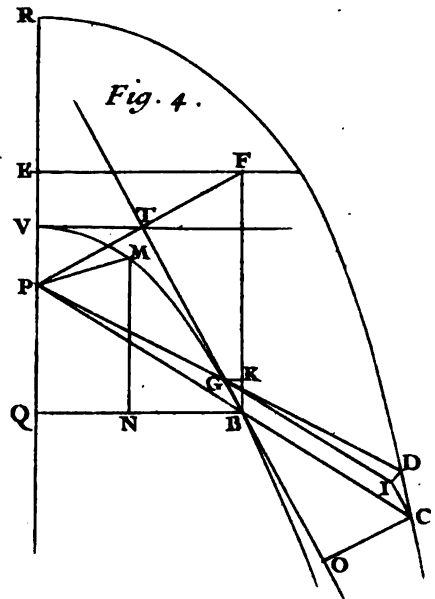
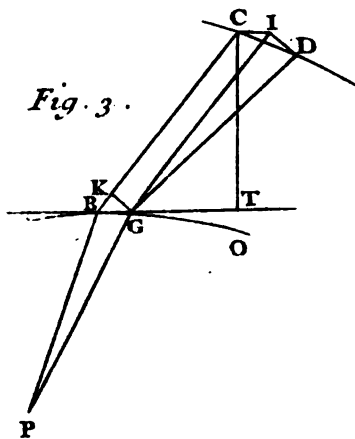
De la quantité d'eau de pluie qui est tombée à l'Observatoire Royal à Paris pendant l'année 1707, & des hauteurs du Thermometre & du Barometre.

PAR M. DE LA HIRE.

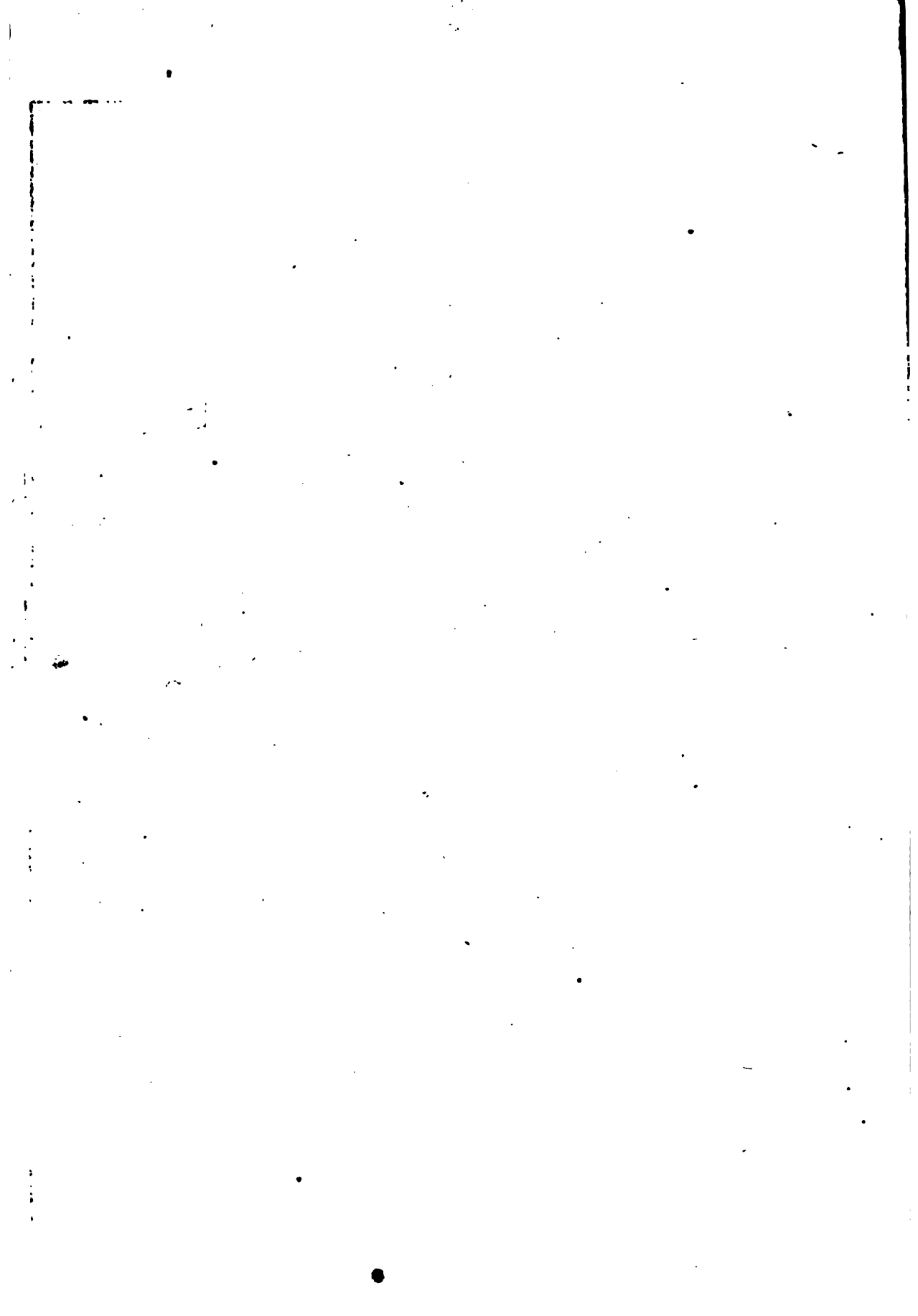
1708.
7. Janvier.

Quoiqu'il semble qu'on ne puisse pas tirer une grande utilité des Observations continuelles du Thermometre & du Barometre, & de la quantité de pluie qui tombe chaque année dans un même lieu ; cependant j'ay crû qu'il étoit à propos de les continuer comme j'ay fait depuis plusieurs années, tant pour satisfaire ceux qui s'appliquent à la Physique, que pour faire une comparaison exacte de ce qui s'est passé avec ce qui arrive à présent, & de ces Observations faites icy & en divers endroits où plusieurs personnes ont été excitées par celles que nous donnons tous les ans, d'en faire de semblables. On voit par-là quelle est la différence des mêmes saisons en différentes années, & ce qu'on peut juger de la fertilité de la

$\frac{T}{5}$



Berey facit



terre par rapport à la pluie ou à la secheresse ; & enfin quelle confiance on peut avoir aux prédictions du Barometre pour la pluie & pour le beau-tems.

J'ay donc observé exactement chaque jour de l'année dernière 1707 dans la Tour orientale de l'Observatoire au plein pié de la grande Salle, les hauteurs du Thermometre & du Barometre, avec la quantité de pluie qui est tombée, de la même maniere que les années précédentes, & comme je l'y ay expliqué. Mais il seroit ennuyeux de rapporter ces Observations jour par jour, c'est pourquoy je n'en donneray icy que le résultat dans chaque mois. La hauteur de la pluie qui est tombée a été en

| | | | | | |
|----------|---------------------------------|----------|----------------------------------|------------|---------------------------------|
| Janvier. | 4 ^{lig.} $\frac{7}{8}$ | May. | 11 ^{lig.} $\frac{1}{4}$ | Septembre. | 9 ^{lig.} $\frac{1}{4}$ |
| Fevrier. | 10 | Juin. | 16 $\frac{2}{3}$ | Octobre. | 41 |
| Mars. | 11 | Juillet. | 38 | Novembre. | 6 |
| Avril. | 4 $\frac{1}{2}$ | Aoust. | 34 $\frac{2}{4}$ | Decembre. | 27 $\frac{3}{4}$ |

Somme de l'eau de toute l'année 215 lignes ou 17 pouces 11 lignes.

Ce qui ne s'écarte que peu des 19 pouces à quoy l'on a déterminé la hauteur moyenne de l'eau de pluie de chaque année. Cependant on peut dire que cette année a été seche, au moins le Printems, puisqu'il n'a pas presque plu dans tout le mois d'Avril, ni dans les deux tiers du commencement de May ; néanmoins l'année a été fertile en bled, comme il arrive ordinairement dans ces païs-cy, à cause que la plus grande partie des terres y est fraîche & humide. Le 12 du mois d'Aoust il est tombé 21 lignes $\frac{1}{2}$ d'eau, & pendant les 4, 5, 6 & 7^{es} du mois d'Octobre il a plu 34 lignes de hauteur avec un vent d'Oüest & sans orage. Il est tombé de la nége le 5^e Mars seulement, mais elle s'est fonduë aussi-tôt & a donné $\frac{1}{2}$ ligne d'eau.

Le froid n'a pas été considerable pendant toute l'année ; car mon Thermometre n'est descendu au plus bas qu'à 27 parties $\frac{1}{2}$ le premier jour de Fevrier, & dans les plus grands froids il descend jusqu'à 13, mais fort rarement, & il est à 48 au fond des Caves de l'Observatoire,

ce que nous regardons comme l'état moyen de l'air. Il commence à geler quand il est à 32, enforte qu'à peine a-t-il gelé cette année, car le Thermometre est remonté presqu'aussi-tôt; pour les derniers mois de cette année il a été au plus bas à 31 seulement le premier & le 30 Decembre. Ce Thermometre est à couvert de tous les vents & à l'ombre, & j'y fais toutes les observations vers le lever du Soleil qui est le tems le plus froid de la journée.

Si le froid n'a pas été grand, la chaleur au contraire a été excessive, car le Thermometre étoit monté à $69\frac{1}{2}$ le 21 du mois d'Aoust, le jour précédent il étoit presque de même, & vers les 3 heures après midy où l'air est le plus échauffé, le Thermometre marquoit 82; ainsi la chaleur a surpassé l'état moyen de 34 parties ou degrés, & le froid seulement de $10\frac{1}{2}$. D'où l'on voit que si le froid avoit été aussi grand que la chaleur par rapport à l'état moyen, le Thermometre auroit dû descendre à 14 comme il arrive quelquefois; car on suppose que l'esprit de vin peut se dilater au dessus du moyen état avec la même facilité qu'il se comprimeroit au dessous.

Le vent dominant de toute l'année a été entre le Sud & l'Oüest, comme il est toujours dans ce pais-cy, & c'est celui qui nous donne ordinairement de la pluie & en plus grande quantité, car c'est le vent de mer à notre égard: mais dans les mois d'Avril & de May le vent a été souvent au Nord & aux environs.

Le Barometre sur lequel je fais les observations est toujours placé à la hauteur de la grande Salle de l'Observatoire, qui est environ 22 toises au dessus de la moyenne hauteur de la riviere, & ce Barometre marque 3 lignes $\frac{1}{2}$ moins de hauteur qu'un autre qui est à côté, quoiqu'ils fussent tous deux de la lumiere dans le vuide en y agitant le Mercure. Ce Barometre étoit à 28 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$ le 21 Novembre au plus haut de toute l'année, quoique le vent fût alors vers l'Oüest & que le Ciel fût serein; mais les jours précédens & suivans il tendoit au Nord. Cette hauteur est à peu près la plus grande où il monte icy. Il

est descendu au plus bas le 4^e Decembre seulement à 27 pouces 1 ligne, qui est bien moins de ce qu'il descend quelquefois, & le vent étoit alors vers le Sud-Oüest & avec tres-peu de pluie. Je donneray dans un autre Memoire des Remarques particulieres sur les Barometres.

La déclinaison de l'aiguille aimantée étoit de 10 degrés 10 minutes vers l'Oüest le 28 Decembre 1707, dans le même lieu & avec l'aiguille de 8 pouces dont je me sers toujours.

SUR LA MANIERE

DE

CONSERVER LES GRAINS.

PAR M. RENEAUME.

Découvrir des veritez pratiques, c'est une faveur particulière du sort, qui se répand indifferemment sur tous ceux qui travaillent; car elles sont de nature à être facilement apperçûes: elles se montrent même quelquefois à ceux qui n'y font aucune attention. Mon frere aîné Ingenieur ordinaire du Roy au département de Metz, attentif à un fait particulier & tres-rare, fut tellement frappé des usages avantageux qu'on en pourroit tirer pour le Public, si on en decouvroit la cause, qu'il me proposa deux questions, auxquelles cet écrit sert de réponse. Il a beaucoup de goût pour la Physique, mais les occupations du Genie ne lui permettent pas de s'y laisser aller.

1707.
18. Janvier.

Pour bien entendre dequoi il s'agit, je crois être obligé de donner un extrait de sa Lettre: elle est de Metz du 26 Aoust 1707.

Je vous envoie par celui qui vous rendra celle-cy, du « Bled qui ne vaut rien pour semer, mais qui est excellent » pour faire raisonner un Botaniste. Lorsque la Citadelle «

En 1553, de Merz fut bâtie, ce fut peu de tems après le siège qu'elle
par Char- souffrit sous Henry II. Les mouvemens qui arriverent
les V. sous Henry III. obligerent le Duc d'Espernon à faire
Voyez amas de grains & de vivres : il mit des gens sûrs dans cet-
Mezeray. te Citadelle pour la défendre contre ceux qui auroient
 voulu secouer la domination Françoisë. Or les gens de la
 Citadelle ménageant leurs provisions, se fournissoient à
 la Ville; & la Ville étant restée fidelle à nos Rois, ce
 Bled s'est conservé jusqu'à ce jour. Il y en a un tas dans
 nôtre Magazin, qui peut avoir 10 toises d'un sens, sur 5
 ou 6 d'un autre, & environ 2 pieds de hauteur : l'on n'y a
 jamais touché depuis, & soit à dessein ou par hazard, ceux
 qui l'arrangerent graverent dessus avec les doigts la date
 de l'année qu'on l'a ferré, qui est 1578. Quand le Roy,
 Monseigneur, les Maréchaux & Gouverneurs de la Pro-
 vince ont passé par icy, ils ont matigé du pain de ce Bled,
 que le Garde Magazin avoit fait faire exprés pour leur
 presenter. Examinez donc cëcy, & nous rendez compte
 pourquoy tant de bled se gâte avec toutes les précautions
 des plus avides & industrieux Usuriers, pendant que celui-
 cy auquel on n'a point touché s'est si bien conservé.

On voit assez de quelle utilité peut être l'examen de
 ces deux questions. Elles meritent du moins autant l'at-
Theophrast. tention des Physiciens, que celle que propose Theo-
Hist. Plant. phraste dans un Chapitre de son Histoire des Plantes,
l. 8. c. 9. qu'il emploie tout entier à examiner pourquoy certaines
 legumes, comme pois, fèves, &c. cuisent plus facilement
 que d'autres de la même espece : il entre même en cet
 endroit dans des détails dignes de l'exactitude des Mo-
 dernes.

La durée de ce grain peut passer pour un phenomene
 rare & curieux, dont la verité est suffisamment établie
 par la tradition du païs, par la connoissance de plusieurs
 faits à peu près semblables tres-averez, dont nous parle-
 rons dans la suite, & par la nature du grain. Pour ne me
 point écarter de mon sujet, je considereray le bled de-
 puis sa moisson jusqu'à ce qu'on l'emploie, soit pour en
 faire

faire du pain, soit pour le mettre en réserve, & tout ce que je diray du bled se pourra appliquer à toutes sortes de grains & de semences.

Lorsque les bleds sont meurs on pense à les scier. Liebaut, après Theophraste, s'est imaginé que le bled augmente en volume dans la grange, & c'est dans cette vûë qu'il défend d'attendre qu'ils soient roux & trop secs pour les couper. Il croit aussi que c'est pour cette même raison que les Laboureurs choisissent plus volontiers le tems de la rosée pour moissonner. Dans cette pensée il conseille de laisser les bleds quelque tems en gerbe; & lorsqu'ils sont battus & nettoyez, de répandre dessus de l'écume de nitre & du nitre même mis en poudre mêlé avec de la terre. Surquoy nous ferons les remarques suivantes.

*Mais. Rust.
l. 5. c. 13.*

1°. Le bled ne sçauroit être trop sec quand on le serre dans l'intention de le garder long-tems, & tous les soins de ceux qui le veulent conserver doivent se rapporter à deux choses: sçavoir le bien secher, & le tenir net.

2°. Bien loin que le bled devienne plus gros quand il est serré humide, il s'appetisse au contraire & se ride, & c'est pour cela qu'il n'est pas de garde dans les années dont l'Esté est pluvieux: car, par exemple, en l'année 1705 ^A il ne plut presque pas en Juin & Juillet, & les bleds étoient excellens. Mais en 1707 ^B quoiqu'il y ait eu des chaleurs extraordinaires, il plut si abondamment pendant ces deux mois, que les bleds n'ont rien valu, & se sont presque tous échauffez ^C.

3°. On ne préfère le tems de la rosée que dans les années de secheresse, parceque l'humidité facilite le travail aux Moissonneurs, la paille ne glisse pas, & il leur échape moins de brins; ou bien lorsque les bleds sont trop meurs, crainte qu'ils ne s'égrennent & ne se perdent; car l'humidité de la rosée retient le grain dans l'épi, parcequ'elle resserre les tuniques & envelopes du grain, qui sans cela se répandroit tres-facilement. C'est dont on a eu plusieurs fois de tristes exemples dans les orages qui arrivent avec grêle, ainsi qu'il arriva en 1701 à un Laboureur nommé d'Olimier

à Balinvilliers, un quart de lieuë au-dessus de Longjumeau. Il avoit arrêté des Ouvriers le Dimanche pour le lendemain. La nuit il survint une tempête furieuse mêlée de tonnerre & de grêle si violente, qu'elle brisa & coupa la paille si menu, égrenna le bled, & bouleversa tellement la terre qu'on n'en pouvoit pas retirer un seul grain. Il laboura par là-dessus ^D, & l'année suivante il fit la récolte, moins abondante néanmoins que s'il eût ensémené ses terres à l'ordinaire.

4°. Il est sûr que quelque sec que soit le bled, si on le place dans un lieu humide, il se ramoitit & se gonfle, & par conséquent augmente en volume, & cela d'autant plus qu'il est moins sec. C'est en cet état que les Marchands disent qu'il est gourd : ils font peu de cas de ce bled, lequel ne se moult pas aisément, le son en est pesant & moins net de farine, & il engraisse les meules, &c. De là on peut conclure que ce que conseille Liebaud pour le faire augmenter est une espèce de malversation ^E : mais cela est encore moins blâmable que l'usage pernicieux qu'ont les Blattiers.

On appelle Blattiers une espèce de petits Marchands ou Regratiers qui achètent une médiocre quantité de bled pour le revendre d'un Marché à l'autre. Voici comme ils en usent pour augmenter la mesure du grain ^F surtout lorsqu'il est bien sec : Ils prennent un gros grez qu'ils font rougir au feu, puis ils le mettent dans une boîte de fer qu'ils fument au milieu du monceau de bled, & l'arrosent légèrement ; ils ont soin ensuite de le passer à la pèle pour le rafraîchir. On reconnoît néanmoins cette tromperie en maniant ce bled, car il est moins coulant que l'ordinaire, & devient rude sur la main ^G.

5°. Quand on est contraint de serrer les grains dans un lieu humide, il vaut beaucoup mieux le laisser en gerbe que de le battre, parceque la paille, l'épi & la bale qui les enveloppe en absorbent l'humidité.

6°. Il y a des Laboureurs qui ne font point vanner & nettoyer leurs bleds, ils les laissent mêlez avec la bale,

ce qui les conserve du tems sans qu'ils ayent besoin d'être travaillez. L'usage que l'on fait de la bale pour la conservation des fruits d'hyver, fait voir qu'ils ont raison. On sçait outre cela que les especes de froment nommées des Grecs Ζυα', & des Latins *Far*, *Triticum vulgare grano maximo*. C. B. P. *Far sive adarum veterum Lugd.* connues sous le nom de Spelte en Allemagne, & que nous appellons Blance & Espeautre: On sçait, dis-je, que ces especes se conservent long-tems sans alteration, à cause qu'elles sont envelopées de tuniques ou bale, qui est si adherante qu'on ne la peut séparer qu'en fricassant le grain ou le faisant rôtir ^H.

Par tout ce que je viens de dire il est aisé de juger en quoy consiste la conservation du grain, voyons quels moyens on doit employer pour y parvenir. Le grenier dans lequel on transporte le grain est une des choses qui merite le plus d'attention, & l'on doit autant qu'il est possible suivre le conseil de Vitruve, qui veut que non-seulement on choisisse l'endroit le plus élevé de la maison, mais encore que l'on place les ouvertures au Septentrion ou à l'Orient, afin que les grains ne soient pas exposez aux vents chauds ou humides qui les feroient gâter. Les vents contraires leur sont tres-necessaires, ils essorent, raffraichissent & conservent la secheresse. Il doit y avoir au haut des greniers des soupiraux pour donner entrée à l'air, & laisser sortir la vapeur chaude qui exhale du bled ^I. C'est pourquoy les greniers ne doivent point être lambrillez, & ils ne sçauroient être trop élevez, afin qu'au travers les joints des thuilles la vapeur puisse s'évaporer sans échauffer l'air ^K. Il faut avoir grand soin de fermer les fenêtres lorsqu'elles sont exposées au midy pendant le tems humide, la pluie & les vents chauds. On ne doit pas aussi oublier de faire une espece de clôture aux fenêtres, soit avec un treillis de fil de fer, soit avec des lattes, &c. pour mettre le grain à couvert du dégât qu'en font les Chats, les Fouines, les Oiseaux & autres animaux. Tous les lieux élevez d'un grand Corps de logis ne sont pas également

Vitruvius
l. 7. c. 9.

bons pour servir de greniers. Il ne faut point placer le bled au-dessus des Celliers & autres endroits humides, parcequ'il y acquiert un goût de relant & une mauvaise odeur; surtout que l'on évite de le placer au-dessus des Etables & Ecuries, où il acquereroit un goût infiniment plus mauvais & plus desagréable; il y est presque toujours gourd, & se tient, comme disent les gens du métier.

Le plancher du grenier doit être ou planchayé ou pavé de carreau lié à chaud & à sable, ou de bon ciment. Celui qui est entièrement de bois se doit préférer à tout autre, rien n'est plus capable d'entretenir la fraîcheur & la secheresse. Les Auteurs décrivent plusieurs especes de mortiers pour l'enduit; desquels celui qui me paroît le meilleur est fait avec la décoction du Concombre sauvage, il est plus capable qu'aucun autre d'éloigner les insectes.

Remarquons en passant qu'il y a des années si humides que le bled germe même dans l'épi, & qu'on est obligé de le battre & de le vendre au plutôt, & si ce bled n'est employé bien vite le feu s'y met si vivement que la chaleur seroit suffisante pour faire cuire des œufs, de sorte qu'en mettant la main dans le tas on a peine à l'y tenir. Cela arrive même quelquefois à la farine, surtout quand c'est du bled nouveau qui n'a pas ressué, car ses parties actives sont dans un état violent, tout y est en mouvement; c'est ce qui fait que la pâte s'en tourmente au four, & qu'elle a besoin d'un feu plus violent qu'à l'ordinaire: le pain en est plus lourd, & s'il a meilleur goût, il donne moins de farine^M que le bled qui a déjà quelque âge.

Après toutes les précautions cy-dessus exposées, on doit arranger le bled en tas ou couche. Il est plus sujet à s'échauffer quand il est placé indifféremment. On appelle couche, du bled arrangé de quelque figure que ce soit, aplâti par-dessus, dont la hauteur n'est ordinairement que de 2 pieds ou 2 pieds $\frac{1}{2}$, & le tas doit être éloigné des murs environ d'un pied. Ce bled ainsi arrangé avec le tems se tasse & se serre, ce qui fait que la couche s'affaisse considérablement^N.

Il y a différentes pratiques pour préserver le bled mis en couche des alterations auxquelles il est sujet quand il n'est pas travaillé. Nous avons parlé de ceux qui le laissent mêlé avec la bale, d'autres y mêlent $\frac{1}{10}$ partie de millet, ce qui l'entretient frais, ensuite ils séparent ces grains dans le besoin avec le crible, ainsi que les autres semences des plantes qui naissent parmi les bleds.

Quelques Laboureurs pour garentir le bled de la vermine mettent dessus & à l'entour des feuilles de Grenadier, d'Aurigan ou d'Absinthe, la forte odeur de ces dernières pourroit les rendre efficaces: mais lorsque le ver se met au bled, le meilleur remede est de l'épandre au Soleil, afin de faire crever cet insecte qui est une espece de scarabée^o, & ensuite de le cribler pour en ôter les grains vuides & l'insecte même.

Le meilleur bled & le mieux conditionné serré dans le grenier avec toutes ces précautions, quelque sec qu'il fût, ne laisseroit pas que de s'échauffer s'il étoit negligé la premiere année, surtout les premiers 6 mois. Pour prévenir cela il faut avoir soin de le travailler d'abord de 15 en 15 jours tout au moins les premiers six mois, dans la suite il suffit de le travailler ou simplement de le cribler de mois en mois. Quand après ces deux années ayant été bien remué il a ressué suffisamment & que toute l'humidité en est évaporée, on le peut garder tant que l'on veut même sans y toucher, car dans cet état il n'a plus rien à craindre que de l'air, & de l'humidité étrangere.

La maniere de le travailler est telle. On le passe à la pelle, c'est à dire, des hommes forts & robustes le passent pellerée à pellerée d'une place du grenier à l'autre, ce qu'ils font en le jettant un peu haut en l'air, & donnant une petite secousse & mouvement horizontal à la queue de la pelle, afin que le grain s'éparpille & se sépare, de sorte qu'il ne retombe point en masse, mais par grains séparés comme une espece de grêle. Toute simple que paroisse cette manœuvre, elle est cependant necessaire pour que la poussiere s'en échape, & que le grain soit suffisam-

ment frappé de l'air qui l'effore & le seche encore davantage ; car par cette mecanique l'air absorbe ce qui a pû transpirer du grain, & en resserrant ses pores modere & tempere l'action des parties subtiles & actives, lesquelles quand elles ne s'échappent que peu à peu ne causent aucun desordre, de sorte que lorsqu'elles sont entierement sorties, elles laissent le grain dans un état de sureté. Quinze jours après cette premiere manœuvre on en fait une seconde, c'est de le cribler ou grêler, comme disent quelques-uns. Ce travail outre qu'il nettoye parfaitement le bled, il lui procure encore les mêmes avantages que le premier.

Il y a encore deux manieres de travailler le bled. La premiere est de le laver, plutôt pour avoir un pain de meilleur goût, que pour l'avoir plus blanc ; car ce n'est qu'afin d'en écumer, pour ainsi dire, les faux grains. L'autre n'est que pour l'avoir plus blanc lorsque c'est du bled moucheté. Les Chartreux ont une machine ^p exprés : mais comme ces deux manieres n'ont aucun rapport à sa conservation, nous ne nous y arrêterons pas. Il faut seulement sçavoir que la premiere y est absolument contraire, parceque quand le grain a été une fois mouillé ou imbu de quelque humidité étrangere, il ne ressuie plus, c'est à dire, il ne peut plus se secher parfaitement. Enfin quand il a une fois souffert quelque alteration, il ne revient jamais à son premier état.

Une des choses qui contribuent le plus à la conservation du bled, c'est la croûte qui se forme sur toute la superficie de la couche de l'épaisseur d'un doigt & demi, tantôt plus, tantôt moins : elle est formée de la poussiere qui voltige continuellement dans l'air, & de l'humidité de ce même air qui en fait la liaison avec les grains. Cette croûte défend toute la masse des approches de l'air. Celui qui m'a apporté du bled de Metz m'a assuré qu'il s'étoit promené sur le tas sans que la croûte eût obéi tant elle est forte. Je crois devoir rapporter icy un fait dont

* M. l'Abbé de Louvois. M. * le President me fit l'honneur de me parler il y a quel-

ques jours. Ce fait me tiendra lieu de deux preuves. Car, 1°. Il établit solidement la vérité de celui qui a donné lieu à cet écrit. 2°. Il montre en même tems l'utilité de la croûte. Cet illustre Abbé en passant à Sedam y vit un Magasin qui étoit placé dans un souterrain. Ce souterrain étoit taillé dans le roch & assez humide. Il y avoit dedans un tas de bled fort considerable qui y étoit depuis 110 ans, puisqu'on n'étoit point entré dans cet endroit, dont il a fallu démolir la porte, qui étoit murée depuis ce tems. Cetas étoit revêtu d'une forte croûte dure & de l'épaisseur d'un pied, formée de la germination des grains extérieurs de la superficie. Sous cette croûte se trouva un bled d'un grain assez gros, beau & bon, & l'on en fit du pain qui se trouva excellent. Quoique ce lieu fût humide, l'épaisseur de la croûte étoit suffisante pour empêcher l'humidité de penetrer le tas; mais surtout elle le défendoit des approches de l'air qui est le destructeur de toutes choses 2.

On est si persuadé de l'utilité de cette croûte, qu'on se sert en quelques endroits des moyens suivans pour la former, entr'autres à Châlons où il y a des Greniers publics dans lesquels on conserve des grains pendant 30 ou 40 ans, & on le renouvelle ensuite. Voici comme ilss'y prennent : Ils choisissent le bled le plus beau & du meilleur cru qu'il est possible, & après l'avoir travaillé ils en font un tas aussi gros que le plancher le peut porter, ils mettent ensuite de la chaux vive en poudre tres-fine, ils en sôupoudrent tout le tas également jusqu'à ce qu'il y en ait environ 3 pouces de haut, puis avec des arrosoirs on humecte cette chaux, laquelle faisant une forte liaison avec le bled forme une croûte, les grains de la superficie germent & poussent une tige d'environ un pied & demi de haut à laquelle on ne touche point, l'hyver survient & elle perit, & l'on n'y regarde plus que la nécessité ne presse les habitans; & alors on ouvre cette croûte, & l'on trouve à un pied au-dessous le grain aussi beau que s'il n'avoit que deux ans.

Tous les Boulangers & Laboureurs entendus conviennent que le bled bien travaillé peut se garder ainsi sous sa croûte à l'infini, & que quand il a acquis par la vieillesse une certaine acrimonie, on ne doit point apprehender la Calandre, car ils savent distinguer l'âge des bleds, quand ils'ont un grand usage, par la couleur & par son goût. Plus il vieillit & plus il rougit, la farine en devient jaune, & quand on le mache il a un goût un peu acre & cuit sur la langue. Ceux que j'ay consultez m'ont dit n'en avoir vu que de 15 & 20 ans, dont ils ne faisoient pas grand cas, & ils ne l'achètent qu'à cause du prix modique qu'on le leur vend : Comme le pain qui en est fait n'a pas grand goût, ils le mêlent avec d'autre pour le faire passer, & ainsi il fait un assez bon pain; car le bled nouveau aussi employé seul est trop visqueux, & ne fournit qu'une nourriture grossiere. Lorsque le bled n'a que sept ou huit ans il fait un fort bon pain, même employé seul, & surtout qui est fort léger.

Entre les choses qui peuvent beaucoup contribuer à la durée & conservation des grains, outre les précautions susdites, il en faut compter trois, la situation du lieu, la nature du sol, & les différences de l'air. Examinons les séparément, & voyons comment la situation du Magazin de Metz a pû contribuer à y conserver le tas de bled en question pendant près de 130 ans.

La Ville de Metz est située dans une langue de terre ou presqu'Isle formée par le concours de la Moselle & de la Seille à l'Orient & à l'Occident. Ces deux rivières après s'être divisées en différens bras dont elles forment plusieurs petites Isles, viennent se rejoindre au Nord de la Ville, où elles ont leur confluent. Le terrain sur lequel cette Place est bâtie s'élève doucement en côte du Nord au Sud. Comme la Citadelle qui est placée au midy de la Ville & isolée de tous côtez est l'endroit le plus éminent de toute la Place, de même le Magazin dont il s'agit est le lieu de toute la Citadelle le plus élevé. Le plancher du Magazin est environ trois pieds plus haut que le niveau
du

du terrain de la Citadelle. Dessous ce plancher qui est d'un ciment de 5 pouces d'épaisseur, regne un souterrain de toute la longueur & largeur du Magazin, qui peut avoir 15 pieds sous clef. La longueur du Magazin est de 10 à 12 toises, & la largeur de 5 à 6. La hauteur en dedans œuvre peut être de 15 pieds de Roy. Ce lieu n'a point d'ouvertures au Nord & au Sud, toutes les fenêtres en sont à l'Orient & à l'Occident: elles sont à hauteur d'appui de 5 pieds sur 2 pieds $\frac{1}{2}$ de large ou environ, avec des trumeaux entre-deux de trois pieds & demi. Cette courte description suffit pour faire connoître que cet endroit est tres-convenable pour conserver des grains ^R. Il est aisé d'en faire l'application. Je remarqueray seulement que quoique le vent de Nord soit partout ailleurs sec & froid, il seroit tres-humide en ce lieu, parcequ'il viendrait à contre-mont le long du cours de la Moselle jointe à la Seille, & se trouveroit chargé des exhalaisons de ces deux rivières; c'est-pourquoy on a eu grande raison de faire les ouvertures de ce Magazin à l'Est & à l'Ouest.

Ajoutons à tout cela la pureté de l'air agité de tous les vents dans ce lieu, qui peut avoir grande part à la conservation, à peu près comme dans l'endroit de Cappadoce nommé *Niræ* dont parle Theophraste, où le bled se conservoit tellement bien qu'au bout de 40 ans, selon ce même Auteur, il pouvoit encore germer, & étoit propre à semer; ce qui me paroît impossible, comme nous le verrons plus bas. Aussi ce Philosophe ne nous donne-t-il cela que pour un oïi-dire: mais ce qui est de vrai, c'est que ce bled se pouvoit garder jusqu'à 60 & 70 ans propre aux usages de la vie, le grain ne s'étant jamais gâté en cet endroit, quoique les habits & les meubles s'y soient gâtés; il ne donne point d'autre raison de cela que celle que nous avons donnée ^S.

Nous devons aussi considérer la nature du sol non-seulement parcequ'il y a des grains plus propres à être gardés que d'autres, mais encore parcequ'il y en a d'une nature propre à conserver certains corps & à les préserver

de la corruption ^T. Il se trouve dans le Quercy, païs abondant en grains, certaines Carrieres de sable dans lesquelles on enfouit le bled après avoir fait un lit de paille au fond, on y jette le bled qui s'y refoule & s'arrange : lorsque ces Puits sont pleins on y remet de la paille dessus, puis on recouvre le tout de terre. On en use à peu près de même en certains endroits d'Italie, où l'on fait des Caveaux de pierres destinez à cet usage. En Pologne & en Hongrie, sans trop choisir on creuse une fosse quarree dont on bat la terre au fond & aux côtez, on les garnit ensuite de planches tant pour soutenir les terres que pour tenir le bled à sec, on les recouvre après, & l'herbe croit sur leurs greniers, & ils y labourent. Outre que cette maniere conserve le grain, elle le met encore en sûreté dans les païs sujets à de frequentes révolutions, & il est assez ordinaire qu'on en use de la sorte dans les endroits où l'on fait souvent la guerre. C'est pour cette raison qu'on trouve quelquefois sous terre des Magazins anciens remplis de bleds dont on n'avoit aucune connoissance, desquels le grain est bien conservé, ainsi qu'on m'a assuré qu'il étoit arrivé il y a quelques années à S.^r Quentin dans des ruines de bâtimens, & à Montargis sous des masures que l'on démolissoit. Le bled ainsi conservé se desseche moins que les autres : mais quand une fois les Magazins sont ouverts & qu'ils sont exposez à l'air, on est obligé de les vuider au plutôt, & les grains qu'on en tire ont besoin d'être travaillez comme s'ils étoient nouveaux, autrement ils se gâteroient bien-tôt. Il y a encore une difference à remarquer de ces bleds conservez en terre d'avec les autres, c'est que le pain en est plus nourrissant & a plus de goût.

Ce que j'ay dit plus haut des vents, fait voir de quelle consideration doivent être les differences de l'air ; car comme les bleds qui croissent dans les lieux marécageux ne sont pas propres à être gardez, de même ces lieux qui sont toujours fort humides ne sont pas non-plus convenables pour y conserver du grain. C'est aussi pour cela que

je crois que les bleds transportez par mer ou sur des rivières ne sont pas d'une longue durée, quelque précaution que l'on prenne pour les tenir sechement, en mettant des fagots avec des clayes & quantité de paille tout autour, ce bled se ressent toujours de l'humidité de l'air qui l'environne; ainsi ces bleds doivent être consommez vite, & l'on ne sçauroit pour le transport les choisir trop secs.

Après tout ce que je viens de dire, on pourroit avec raison me faire une nouvelle question, & demander laquelle de ces manieres de conserver le bled est préférable aux autres, puisque celui que l'on conserve par le moyen de la croûte artificielle souffre un déchet assez considerable; car il s'en perd plus d'un pied d'épaisseur tout autour de la superficie, ce qui monte à une grande quantité. Il est aussi très-incommode à l'égard de celui que l'on conserve en terre, d'être obligé de le vider tout à la fois, & de se presser de le consommer, ou d'être contraint de le travailler; d'ailleurs on n'a pas partout un terrain commode pour cela, & qui soit à l'épreuve des eaux souterraines ou de celles de la pluie qui se filtrent peu à peu, pénètrent souvent bien avant en terre quand ni le tuf ni les lits de terre glaise ne les arrêtent point. Je réponds à cela que je préférerois la croûte artificielle malgré la perte du grain; car il s'en perd aussi dans ces magasins souterrains ou puits, celui qui est à la superficie & le plus près des terres se gâtant presque toujours. Ajoutez à cela qu'il s'en perd aussi en le conservant, par lui-même comme celui de Metz; car outre que ce bled dans l'emploi ne fournit pas un aussi bon pain ni aussi nourrissant que les deux autres, je conjecture que les mites ou quelques autres insectes semblables qui me sont inconnus en détruisent une quantité considerable. L'inspection de quelques grains rongez & comme vermoulus que j'ay trouvé mêlez au grain que l'on m'a envoyé du Magazin de Metz a donné lieu à cette conjecture, au lieu que la chaux préserve absolument le grain de quelque insecte que ce soit.

Tout ce que nous avons dit jusqu'icy, quelque simple qu'il paroisse, est néanmoins d'une grande utilité, & pourroit servir à remédier aux desordres que cause la cherté des grains & leur prétendue disette, qui n'est souvent produite que par une terreur panique du peuple, fomentée par les Marchands, les Propriétaires des terres & les Laboureurs, lesquels dans l'esperance de l'augmentation de prix, après avoir vendu pour leurs besoins pressans, ne reviennent point au Marché; car, par exemple, en France dans les plus grandes sterilités, il se trouve presque toujours un tiers de grains plus qu'il n'en faut pour nourrir ses habitans; de sorte qu'il me paroît plus vraisemblable de rapporter la cause de la disette à la quantité de grains qui se gâtent qu'à la culture des terres^x négligées, qui ne laisseroit pas d'y contribuer si elle alloit à un certain point; non plus qu'à l'employ qu'on peut faire des grains en Manufactures, comme Bierre, Amydon, Poudre, &c. & engrais. Car outre que les années steriles sont toujours précédées d'années abondantes dont les grains peuvent se réserver, c'est que les années steriles en grains étant presque toutes pluvieuses, & les bleds qu'elles produisent n'étant pas de garde, la fausse précaution des Marchands & des Propriétaires fait la plus grande partie du mal pendant ces années, parcequ'ils perdent plus de grains qu'il n'en faudroit pour procurer l'abondance: car si au lieu de suivre ce que l'avarice & l'intérêt mal entendu leur suggere, ils sçavoient se défaire à propos de ces grains qui ne peuvent être conservez, ils ne se gâtéroient pas, & le prix n'en deviendroit pas exorbitant, & ils ne se trouveroient pas dans la peine de les jeter dans l'eau comme ils font la plupart. Ces Marchands au lieu de faire leurs provisions dans le tems que les grains sont à bas prix, c'est pour lors qu'ils sont de la meilleure qualité & propres à garder, ils ne les commencent que lorsque la terreur se forme. Ils l'augmentent par-là, & se chargent de bleds nouveaux & moins bons: la quantité dont ils font amas est ordinairement trop considérable pour qu'ils les fassent

travailler suffisamment ; ce qui étant joint à la nature de ces grains naturellement trop humides, il est aisé de juger pourquoy ils se gâtent^r.

Après tout ce que je viens de dire, il est aisé de concevoir pourquoy du bled se peut conserver si long-tems, & comment il arrive que malgré les précautions des plus avides & industrieux Usuriers il s'en perd une si grande quantité, il y a lieu de conjecturer que le bled dont on fit la provision à Metz en 1579 étoit vieux, déjà sec suffisamment & travaillé, puisqu'il est du crud du país.

Pour conclure ce discours je rapporteray l'expérience que j'ay faite sur le bled vieux, & j'examineray en peu de mots ce qui se passe dans chaque grain lorsqu'il commence à vegeter, parceque pour conserver les grains on ne doit avoir d'autre vûë que de temperer le mouvement de la vegetation & d'en brider, pour ainsi dire, tellement les principes qu'on les mette hors d'état d'agir. J'entends icy par vegetation le mouvement & l'arrangement des suc, qui coulant dans les vaisseaux du corps organisé ou germe, servent à le développer & à l'augmenter. J'ay mis en terre plusieurs grains de ce bled qu'on m'avoit envoyé de Metz, les uns différemment préparez selon l'usage des Laboureurs, les autres sans aucune préparation, & pas un n'a germé, aussi ne l'avois-je pas espéré. Au bout de trois semaines j'en déterray quelques-uns que je trouvay humides & gonflez, & d'autres dans le même état que je les avois mis. Six semaines après ayant remué la terre, je n'en pûs pas appercevoir le moindre grain ; j'en avois cependant semé une bonne quantité, ce qui se rapporte au dire des Laboureurs, qui assurent que le bled vieux ne vaut rien pour semer, & que quand par hazard il vient à germer, il ne produit pas d'épi, en quoy ils s'expriment mal ; car quand il germe une fois & que rien ne s'oppose à sa vegetation, il produit un épi. Il est vrai que lorsque ce grain germé n'a pas toutes les qualitez requises pour lui fournir une nourriture abondante, ou que ses vaisseaux sont embarrassés, l'épi qu'il produit n'est qu'un avorton

dont les grains ne valent rien. Cela arrive de même aux grains, qui n'étant pas assez mûrs, se sont appetisiez & ridez quoiqu'ils soient nouveaux.

In Prad.
Russ. C'est pour cette raison que les Laboureurs prennent toujours du bled de l'année, c'est à dire, de la dernière moisson pour ensemençer. Il ne doit pas, dit Liebaut après Charles-Estienne, être plus vieux que d'un an, dont ils n'apportent point d'autre raison que l'usage, quoique l'on ait vû souvent germer des grains de plusieurs années. Il est plus sûr de se servir de grains nouveaux, ils ont plus de disposition à la germination & vegetation, leurs fibres sont plus souples, s'étendent plus facilement : il est bon aussi de choisir les semences, parcequ'un grain qui n'est pas bien nourri produit une plante foible dont les fruits ne sont ensuite que des avortons ; ce qui arrive aussi quelquefois aux meilleurs grains faute de nourriture, surtout dans les terres maigres & legeres ; les grains qui en proviennent étant diminuez & dégenez, sont dits par les Païsans être abâtardis, & c'est à cette varieté que quelques Auteurs ont donné le nom de *Siligo*², & il semble que les Anciens ont entendus à peu près la même chose sous ce nom.

Dodonaus,
&c.

Præind. Bot.
part. 2. Il n'est pas surprenant que les grains que j'avois mis en terre n'aient point germé, car la plupart des graines ne gardent gueres plus de cinq ou six ans leur vertu vegetative. Morisson assure même qu'il n'y a aucune graine qui germe après 10 ans, & rarement passé 5. Pour moy je crois qu'il est impossible de fixer le tems qui borne cette vertu dans chaque graine, & il me paroît qu'elle doit subsister plus ou moins long-tems dans chacune, selon que leur substance est plus ou moins visqueuse & huileuse, ou suivant qu'elles sont plus ou moins envelopées, par exemple, les semences couvertes d'envelopes ligneuses, comme les Noyaux, Amandes, Noix, &c. la conservent plus long-tems que d'autres. Il y a aussi de certaines graines qui se conservent long-tems en terre, même jusqu'à 15 ans & au-delà, & il arrive quelquefois qu'un Jardinier est fort

surpris de voir croître dans son Jardin des plantes qu'il en croyoit bannies depuis long-tems. Si l'on expose même à l'air des terres tirées d'une cave, il ne manque pas d'y lever plusieurs plantes autres que celles dont les semences sont aigrettées, & qu'on ne peut soupçonner d'avoir été transportées par le vent, & en trop grande quantité pour qu'on puisse croire qu'elles ayent échapé aux Oiseaux qui par hazard ont volé par-dessus.

En general il vaut mieux convenir de l'incertitude de la durée des graines, que de poser des regles qui la bornent, comme a fait Morisson, & être obligé ensuite d'avoir recours à la formation fortuite de ces mêmes semences en terre par le concours prétendu des sels & des huiles & autres principes de Chimie, pour expliquer pourquoy dans des terres qu'il y a plusieurs centaines d'années qui n'ont été exposées à l'air, il se trouve des graines qui sont en état de germer. C'est cependant ce que fait cet Auteur en parlant de la quantité de graine d'une espèce d'*Erysimum* appelé *Irio Lævis appulus alter Fab. Col.* qu'il rencontra en se promenant parmi les ruïnes du vieux Change de Londres, en allant du côté du College de Gresham, huit mois après l'incendie qui avoit causé ces mêmes ruïnes le 2 Septembre 1666. Il dit que cette graine leva en si grande quantité deux mois après, qu'on auroit pû la scier comme du bled; cependant ce lieu avoit été couvert de bâtimens depuis près de mil ans, il faut croire que ces graines étoient renfermées dans la terre, plutôt que de s'imaginer qu'elles se soient formées fortuitement, comme l'assure nôtre Auteur, & si-tôt qu'elles ont pû recevoir les impressions de l'air elles ont germé.

Pour se former une idée juste de tout cecy, il faut considérer un grain de bled comme toutes les autres semences composé de son germe, de ses premières feuilles, & de son écorce. Le germe est ce qu'on nomme la plantule & la radicule unies ensemble, lesquelles sont l'abregé de la plante future: Ces parties sont placées à la pointe du grain, & la radicule est celle qui se montre la première. Les deux premières feuilles occupent la plus grande partie du

volume de la semence, & servent d'une espece de placenta à la nouvelle plante; car elles contiennent une nourriture préparée & proportionnée à l'état de la plante, jusqu'à ce qu'elle puisse se nourrir d'ailleurs & recevoir le suc de la terre pour le préparer dans sa racine, & enfin les tuniques ou envelopes contiennent & renferment le tout sous un certain volume.

On doit concevoir dans le germe des vaisseaux déjà préparés & en état de s'ouvrir pour recevoir la nourriture que la farine ou substance des premières feuilles leur fournit quand elles se dilatent par l'humidité & l'action de l'air. Ces vaisseaux sont capables d'être dilatz & prolongez par les particules mêmes qu'ils contiennent, si-tôt qu'elles seront mises en mouvement. Les envelopes ou tuniques, qui quand elles sont desséchées ont une consistance ferme lorsqu'elles sont dilatées à un certain point, viennent enfin à crever & à laisser sortir les feuilles. Toutes ces différentes parties dont la structure se rapporte à un seul point (c'est la végétation) contiennent beaucoup de matière huileuse, balsamique & mucilagineuse, particulièrement les vaisseaux du germe; & c'est à ce qu'il me semble de ces matières que dépend la vertu végétative des grains, puisqu'elle sert à entretenir la souplesse des fibres naissantes qui composent les vaisseaux du germe, afin qu'ils soient en état de donner entrée à la nourriture, & qu'ils puissent recevoir l'impression des parties actives & pénétrantes qu'ils contiennent. Ce sont ces parties actives qui communiquent à tout le reste le mouvement qu'elles ont reçu de l'air, & servent ainsi à développer la plantule de laquelle les parties solides peuvent être regardées comme des ressorts bandez qui commencent à se mouvoir si-tôt que l'humidité les a lâchez, ou pour mieux dire si-tôt qu'elle a soulevé le poids qui les tenoit contrainsts. Ces parties solides sont les envelopes ou écorce du grain qui se trouvent éloignées du germe par le gonflement que l'humidité cause aux premières feuilles, ce qui est l'effet d'un autre ressort plus caché; sçavoir, la rarefaction

rarefaction des parties actives dans la farine , occasionnée par le passage de l'air , & si l'on veut de la matiere subtile : car ces parties ne se mouvant que lorsqu'elles sont dissoutes par l'humidité , l'air vient leur communiquer son mouvement : pour lors ces parties cy-devant contraintes reprennent leur état naturel , qui est d'être tres-mobiles & s'insinuant dans les canaux où elles trouvent moins de résistance , accomplissent ainsi la germination.

Les eaux de vies que l'on tire du grain sont une preuve suffisante de tout ce que j'ay dit des parties actives , sans parler des fermentations qu'elles causent en différentes occasions ; les eaux gluantes & visqueuses qu'on retire des lotions qui se font dans la fabrique de l'Amydon , & m'assurent de l'existence des parties mucilagineuses & huileuses ; mais surtout la maniere de brasser la Bierre prouve seule l'existence des unes & des autres tout ensemble.

C'est donc par consequent , selon tout ce que j'ay dit , à l'humidité & à l'air qu'il faut rapporter tout le bien & tout le mal qui arrivent aux grains ; puisque lorsqu'ils en sont privez ils se gardent parfaitement , & qu'au contraire lorsqu'ils les penetrent ils y causent tous les desordres dont nous avons parlé : parceque ces grains tendent toujours au développement du germe & à l'accroissement de sa plantule ; mais ils sont en sûreté quand toute l'humidité en est sortie & évaporée , parcequ'elle enleve avec elle la meilleure partie des particules actives , & le peu qui en reste se trouve embarrassé & confondu dans les parties huileuses & mucilagineuses qui se figent & se dessechent , comme la Therebentine & les Baumes , qui en vieillissant perdent leurs parties aqueuses , & se dessechent jusques à devenir friables à un point , que quoiqu'on les humecte dans la suite , elles ne reviennent plus à leur premier état , & n'ont plus la même viscosité. L'âge produisant la même chose dans les grains , les vaisseaux du germe s'affaissent , leurs fibres perdent cette souplesse si necessaire pour la vegetation , de sorte qu'elles devien-

nent incapables d'aucun ressort & d'aucune extension. Par ce moyen les parois de ces vaisseaux s'unissent si fortement & se collent, qu'ils se déchirent plutôt que de donner passage à aucun suc. Voilà, selon moy, la cause de la sterilité des vieux grains dans lesquels le principe de la vegetation se trouve éteint.

N O T E S.

A Il ne tomba que 2 lign. $\frac{3}{4}$ d'eau en Juillet, suivant le Journal des Observations de la quantité de pluie tombée pendant l'année, par M. de la Hire. *V. les Mem. de l'Acad.* 1706.

B Il en tomba 22 lignes en Juin, & 23 en Juillet; ce qui est presque autant que pendant tout le reste de l'année. *V. les Mem. de l'Académie* 1708.

C Le mauvais pain que la plupart des Boulangers ont débité pendant les mois d'Avril & de May dernier de cette année 1708, & celui que quelques-uns debiteront le reste de l'année en est une preuve. Ils y ont été fort trompez; & quoiqu'ils mêlent ces bleds, le goût du pain est plus desagréable que ne seroit celui qui seroit fait du bled vieux dont nous parlons.

D Il est assez ordinaire que l'on fasse ce labour aux Avoines qui ont eu pareil sort, avec cette différence que quand la fin de l'Automne & le commencement de l'Hyver sont temperez, on en fait quelquefois la recolte la même année.

E Le Nitre résout à l'air mettant en mouvement les principes & particules actives, ce mouvement cause un gonflement & une dilatation considérable à l'écorce du grain, ce qui lui donne un plus gros volume.

F Le produit de cet artifice sur le bled ordinaire va à $\frac{1}{16}$, c'est à dire qu'au lieu de 16 boisseaux ils en font 17. Cela va plus loin sur d'autres grains, & particulièrement sur l'Avoine qui va au double & augmente d' $\frac{1}{7}$.

G Cecy arrive pareillement au bled qui a été sur du plâtre nouvellement employé, avec cette différence qu'il n'en vaut pas moins. On les peut distinguer l'un de l'autre en les machant: celui qui a été sur du plâtre casse net sous la dent & ne s'en moud pas moins bien, celui des Blattiers au contraire obéit & se déchire pour ainsi dire.

H Ce froment est si fort en usage en plusieurs endroits de l'Allemagne, qu'ils ont inventé des Moulins qui ne servent qu'à dépouiller le grain de sa bale. Les meules de ces Moulins ne portent pas

entièrement à plomb, de sorte qu'elles ne mordent point sur les grains, & ces Moulins ont un tuyau ou porte-vent dont l'embouchure répond à l'endroit d'où sort le grain mêlé avec la bale que le froissement de la meule en a détachée, & par ce moyen il tombe tout nettoyé dans la mêt, ce qui est fort commode.

I Les principes actifs venant dans ce mouvement à se débarrasser quand ils s'échappent, ils entraînent avec eux la portion la plus considérable de l'humeur contenue dans le grain; & c'est cet effet que les Boulangers & Laboureurs veulent exprimer quand ils disent suer en tas, & l'on ne doit avoir d'autre vûe que celle de moderer ce mouvement de manière qu'il se fasse peu à peu, afin qu'il n'excite point ces grandes fermentations qui altèrent entièrement le grain.

K Quoiqu'en Hyver les fenêtres & les joints des thuiiles donnent entrée à la neige, quoiqu'elle tombe sur le grain, cependant elle ne l'altère presque pas; car on a l'expérience qu'elle s'évapore & se desseche sans humecter le bled lorsque la gelée continue, de sorte qu'elle ne l'endommage aucunement.

L Pour preuve que cette alteration n'a point d'autre cause que la trop grande humidité, c'est que la pâte du pain que l'on fait de ce bled germé doit être paitrie tres dure, à peu près comme celle de ce qu'on appelle du pain Chaland ou de Dourdan, parcequ'elle ne se rammollit que trop, se tournant toute en eau, comme disent les Ouvriers, & cependant ce pain ne revient point dans le four comme font toutes les autres pâtes molles, tout au contraire il s'applatit; il s'élève seulement une croûte dessus si-tôt que la chaleur commence à agir, laquelle se separe un peu du reste, & empêche la chaleur de penetrer toute la masse: de sorte que ce pain est toujours gras-cuit, il a un goût douceâtre, fade & mielleux. C'est pour cela que quand on trouve parmi du bled qui est en vente quelques grains dont la pointe du germe pousse, l'on en diminue extrêmement le prix, car ce grain a toutes les mauvaises qualitez du bled nouveau sans en avoir les bonnes.

M Il est de l'intérêt du Boulanger de faire beaucoup d'attention à toutes ces circonstances; car outre qu'avec du bled bien conditionné il fait de meilleur pain & d'un bon debit, ce même bled lui est tres-profitable en ce qu'il lui rend bien plus de farine, comme il est aisé de l'appercevoir par le détail suivant. 12 boisseaux de froment franc moulu (c'est à dire dont la mouture se paye en argent) quand il a toutes les qualitez requises rendent 17 boisseaux de grosse farine non blutée ou passée par le tamis, & lorsqu'elle y est passée ces 17 boisseaux rendent 9 boisseaux de fine farine ou fleur, $1\frac{1}{2}$ de bis blanc, $1\frac{1}{2}$ de gruau, 3 de recoupettes dont se font l'Amydon &

la Poudre pour les cheveux, & 1 boisseau de grosses recoupes que l'on donne aux Vaches, Pourceaux & Volailles qui sont à l'engrais, & 6 de son; ce qui revient à 22 boisseaux tous aussi pleins que l'étoient les 12. On peut juger delà à quel point la matiere contenue dans le grain y est resserrée, & combien elle est capable de s'étendre & diviser; ce qui peut servir à expliquer comment le grain germé pousse quelquefois un jet de plus d'un pied, & qui paroît contenir quatre fois plus de matiere qu'il n'y en auroit en 10 grains, sans avoir eu d'autre nourriture que celle de ses premieres feuilles & de l'eau.

N La diminution de volume est si peu sensible au grain, qu'elle ne sert de rien pour faire entendre l'affaissement du tas, quoique mon frere en ait voulu faire usage pour expliquer celui de la couche du Magasin de Metz: mais je ne vois pas qu'il y ait apparence que les grains de cette couche soient devenus ni plus secs ni d'un moindre volume. Cela paroîtra encore mieux quand on sçaura jusqu'à quel point va le refoulement du grain, qui est la veritable cause de l'affaissement du tas. Ce refoulement a ses varietez, dont on peut juger par les differentes manieres dont on mesure le grain, ce qui n'est pas d'une petite consequence tant pour les acheteurs que pour les vendeurs. Car, par exemple, lorsque deux hommes tenant un sac laissent tomber de haut le grain dans le minot, le refoulement augmente le poids de cette mesure d'une livre. Cette maniere de mesurer se pratique à la Greve & sur les Ports: mais dans les Barreaux comme au Quay de l'Ecole où la maniere est differente; on y plonge la mesure de haut en bas, & en la retournant on la secoue fortement; quand elle s'acheve d'emplir le balancement fait une augmentation de trois livres par minot, au lieu qu'à la Halle & dans les Marchez ordinaires le bled se coule à la main, & les Marchands & Laboureurs ne veulent pas même que l'on batte la mesure avec le rouleau dont on la rase.

O Cette insecte est du genre des Scarabées, j'espère d'en donner un jour la description. Quoique les Laboureurs regardent ce petit animal comme la peste des grains, il y en a cependant qui l'achètent en quantité pour répandre autour de la grange, & il y a lieu de soupçonner que c'est-là l'effet de quelque tradition superstitieuse.

P Les Chartreux de Paris ont une Machine faite exprès pour cela. C'est une espece de Bluteau qui au lieu de soyes & étamines est composé de lames de fer blanc piquées & percées de dehors en dedans en maniere de rape, dont la partie rude & mordante est interne. En agitant le bled dans cette Machine on emporte les taches noires, ce qui est tres-commode pour avoir un pain bien blanc, quoique fait d'un grain moucheté.

Q Par ce moyen le destructeur universel de toutes choses ne pourra communiquer aux parties insensibles ce mouvement qui cause toutes les alterations qui arrivent non-seulement aux grains, mais encore à tous les autres fruits, & même aux choses les plus solides, comme sont les pierres & les marbres.

R Outre le tas de bled qui a donné occasion à ce discours, il y a encore dans ce Magasin un tas de Ris ferré depuis plus d'un siècle, sçavoir en l'année 1600, dont le grain est parfaitement beau & en bon état.

S En disant que ce lieu étoit plus élevé qu'aucun autre & ouvert à tous vents, recevant de la fraîcheur de tous côtez, il assure que la même chose arrive dans la Medie & autres endroits fort élevez, ajoutant que les pois chiches, les lupins, l'orobe, le millet, &c. s'y conservent encore plus long-tems.

T On croit qu'il y a des terres plus propres les unes que les autres à préserver les corps de la corruption, & telles sont à ce que l'on assure ces Caves de Thoulouse & autres qui conservent si bien les cadavres : mais sans rechercher une nature particuliere dans ces terres, il suffit qu'elles puissent défendre un corps des approches de l'air. C'est ainsi que quelques Chasseurs se servent du grain même pour conserver le gibier pendant quelque tems en le plaçant bien avant dans le tas.

V On m'a même assuré qu'à cette occasion on avoit fait un petit Livret imprimé à S. Quentin que je n'ay pû trouver.

X Comme le fait l'Auteur du détail de la France dans un discours sur les bleds inseré dans l'Edition de 1707 in 12 & imprimé à Paris l'année précédente.

T Cela arriva ainsi en 1693, & il en fut jetté une quantité prodigieuse dans l'eau à Orleans, & dans la plûpart des Villes qui sont sur le bord de la Loire ; ce que les Marchands ne faisoient que de nuit, à cause du peuple qui ne pardonne pas volontiers de pareilles fautes. La seule quantité qu'on en perdit par ce moyen auroit empêché le desordre que causoit la disette, puisqu'une tres-petite quantité de bled étranger qui arrivoit de tems en tems faisoit diminuer le prix, tantôt d'un tiers, tantôt de la moitié.

Z Quelques Auteurs, comme Tragus, qui ont cru que les Anciens ont appelé le seigle du nom de *Siligo*, trouvant dans Pline & autres Auteurs que le *Triticum* ou froment dégéneroit in *siliginem*, *Hist. Nat.* l. 18. c. 10. & que le *Siligo* semé en de bonnes terres retournoit en froment, ont donné lieu à l'erreur de quelques Laboureurs qui assurent que le froment se change en seigle & *vice versa*, ce qui est tres-faux, car le *panis siliginis* des Anciens & de nos Auteurs, bien loin d'avoir

aucun rapport au seigle, est un pain tres-blanc, fort leger & peu nourrissant, ce qui est bien different.

♣ L'Amydon en Latin *Amylum*, quasi sine mola factum. On le prepare encore en Allemagne comme les anciens, qui après avoir fait crever le grain l'écrasient. Ils destinoient aussi à cette manufature l'espece de froment qu'ils appelloient *Olyra*, nommée par plusieurs Auteurs *Zea amylea*. Nos Amydoniers du Fauxbourg S. Marceau sont meilleurs ménagers du grain; car ils n'emploient que les recoupettes des Boulangers, desquelles ils tirent par plusieurs lotions la farine que la meule & le bluteau n'en ont pu détacher.

METHODE GENERALE

Pour rectifier toutes les Roulettes à bases droites
& circulaires.

PAR M. NICOLE.

1708.
4. Fevrier.

Soit la Roulette *AMD* engendrée par le roulement du cercle *NFB* sur l'arc de cercle *BGV*, & dont le point décrivant *A* soit pris dedans ou hors la circonférence du cercle generateur *NFB*. Si l'on prend les deux points *M* & *m* infiniment proche, & que par ces points l'on mene les lignes *MO*, *mo* au centre *O* de la base, & le petit arc *Mr* décrit de ce centre *O*, on aura le petit arc $Mm = \sqrt{Mr^2 + rm^2}$ pour la différentielle de l'arc *AM* de la Roulette. Pour avoir donc l'expression algébrique de *Mm*, il faut avoir celle de *Mr* & de *rm*, c'est à dire, avoir l'équation de cette Roulette qui se trouve ainsi.

Soit supposé le cercle generateur *NFB* parvenu dans la situation *NGB* dans laquelle il touche en *G* le cercle de la base, & où le point décrivant *A* tombe en *M*, il est clair que l'arc *GB* du generateur est égal à l'arc *BG* de la base, & que si du rayon *OM* on décrit l'arc *MER* qui coupe au point *E* la demie circonférence *AEH* décrite du centre *K* & du rayon *KA*, & que l'on mene les lignes *OK*, *OE* & *KE*, les triangles *OKM*, *OKE* seront égaux & semblables, puisqu'ils ont tous leurs côtes égaux,

d'où il suit que l'arc LG est égal à l'arc IB , & l'arc MT égal à l'arc EH , & par conséquent l'arc $CT =$ l'arc AE , & l'arc $BG = NF$, puisque les secteurs KAE , KNF sont semblables. Si donc l'on mène EP , IQ perpendiculaires à OA , & que l'on nomme OB , b ; KA , a ; KN , c ; AP , x ; OM , y ; & l'arc MR , z ; les triangles semblables OEP , OIQ donneront cette proportion, $OE(y) : EP (V_{2ax - xx}) :: OI(b) : IQ = \frac{bV_{2ax - xx}}{y}$, d'où l'on tire $OQ = \frac{b}{y} V_{yy - 2ax + xx}$; & en prenant les différences de IQ & de OQ , on trouvera l'arc indéfiniment petit $Ii = \frac{bxxy + abydx - bxydx - 2abxdy}{yV_{yy - 2ax + xx} \times V_{2ax - xx}}$ égal à la différentielle de l'arc LG , l'on a aussi la différentielle de l'arc $AE = \frac{adx}{V_{2ax - xx}}$, & partant celle de NF fera $\frac{cdx}{V_{2ax - xx}}$ égale à la différentielle de l'arc BG ; on aura donc Ll , qui est la différence de $LG + GB = \frac{bxxy + abydx - bxydx - 2abxdy}{yV_{yy - 2ax + xx} \times V_{2ax - xx}} + \frac{cdx}{V_{2ax - xx}}$, & à cause des petits secteurs semblables OLl , OMr , on a cette analogie $OL(b) : OM(y) :: Ll (\frac{bxxy + abydx - bxydx - 2abxdy}{yV_{yy - 2ax + xx} \times V_{2ax - xx}} + \frac{cdx}{V_{2ax - xx}}) : Mr = \frac{xxdy + aydx - xydx - 2axdy}{V_{yy - 2ax + xx} \times V_{2ax - xx}} + \frac{cydx}{bV_{2ax - xx}} = dz$; mais parce que $OE(y) = V_{EP^2 + OP^2} = V_{a^2 + b^2 + c^2 - x^2 + 2ax - xx}$, on aura $y = V_{aa + 2ab + bb + 2ac + 2bc + cc - 2bx - 2cx}$, & $dy = \frac{-bdx - cdx}{V_{a^2 + b^2 + c^2 - 2bx - 2cx}}$, lesquelles valeurs de y & dy étant substituées dans celle de dz , on aura $dz = \frac{b+c}{b} \times d x \times \frac{aa + ab - bc + 2ac + cc - 2cx - bx}{V_{2ax - xx} \times V_{a^2 + b^2 + c^2 - 2bx - 2cx}}$ pour l'équation de cette Roulette.

Maintenant pour avoir la valeur du petit arc Mm de la Courbe, qui est $V_{dz^2 + dy^2}$, on mettra pour dz^2 & dy^2 les quarrés des valeurs que l'on vient trouver, & l'on aura

$Mm = \frac{b+c}{b} \times dx \frac{\sqrt{aa+ab+bc+2ac+cc-2cx-bx^2+2abbx-bbxx}}{\sqrt{2ax-xx} \times \sqrt{a+b+c^2-2cx-2bx}}$
 qui se réduit (en divisant le numerateur & le dénominateur par $\sqrt{a+b+c^2-2bx-2cx}$) à la quantité $\frac{b+c}{b} \times dx \frac{\sqrt{aa+2ac+cc-2cx}}{\sqrt{2ax-xx}}$. Pour trouver l'integrale de cette différentielle, soit fait cette construction.

Du point B soit élevé la perpendiculaire BX à l'axe OA & égale à $AH+BN$, & sur BA soit pris $BY=2AN$; si sur BX & BY comme axes on décrit l'Ellipse YSX , & que l'on prene BY égale à $2\sqrt{aa-2ac+cc-\frac{1}{2}ax-\frac{ccx}{2a}+cx}$ qui détermine l'ordonnée VS de l'Ellipse. La ligne OB sera à OK comme l'arc YS de l'Ellipse à l'arc AM de la Roulette.

Car $BX=2a+2c$, $BY=2a-2c$, partant $YV=2a-2c-2\sqrt{aa-2ac+cc-\frac{1}{2}ax-\frac{ccx}{2a}+cx}$, & par la propriété de l'Ellipse on a cette proportion, $BY^2 (2a-2c) : BX^2 (2a+2c) :: YV \times BY + BV^2 (4aa-8ac+qcc-4aa+8ac-qcc-4cx+2ax+\frac{2ccx}{a})$. $SV^2 = \frac{2a+2c}{2a-2c} \times 2ax-4cx+\frac{2ccx}{a}$ dont la racine quarrée est $SV = \frac{a+c}{\sqrt{a-c}} \times \sqrt{2x-\frac{2cx}{a}} = \frac{a+c\sqrt{2x}}{\sqrt{a}}$, & la difference est $Ss = \frac{adx+cdx}{\sqrt{2ax}}$. L'on a aussi la difference de YV qui est $Vu = Ss = \frac{\frac{1}{2}adx-cdx+\frac{ccdx}{2a}}{\frac{a-c}{2}} = dx \times \frac{\frac{1}{2}adx-cdx+\frac{ccdx}{2a}}{2a\sqrt{a-c}-\frac{1}{2}x+\frac{cx}{2a}}$
 $= \frac{adx-cdx}{\sqrt{4aa-2ax}}$, partant le petit arc Ss qui est $\sqrt{Ss^2+s^2}$ fera
 $dx \sqrt{\frac{a+c^2}{2ax}} + \frac{a-c^2}{4aa-2ax} = dx \times \frac{\sqrt{a-c^2} \times 4aa-2ax + a-c^2 \times 2ax}{2a\sqrt{2ax-xx}} =$
 $dx \times \frac{\sqrt{aa+2ac+cc-2cx}}{\sqrt{2ax-xx}}$. Il est donc évident que $OB(b). OK$
(b+c)

$(b+c) :: \text{l'arc } YS \text{ de de l'Ellipse } \left(S dx \times \frac{\sqrt{aa+2ac+cc-1cx}}{\sqrt{2ax-xx}} \right),$

$\text{l'arc } AM \text{ de la Roulette qui est } S \frac{b+c}{b} \times dx \frac{\sqrt{aa+2ac+cc-1cx}}{\sqrt{2ax-xx}}.$

$:: \text{le quart de l'Ellipse } YSX \text{ à la Roulette entiere } AMD.$
(S signifie somme ou integrale.)

Si l'on suppose le point décrivant au dedans du cercle generateur, l'axe BY de l'Ellipse sera alors $2c-2a$, & le reste de la construction sera le même que dans le premier cas.

COROLLAIRE I.

Si l'on suppose $a=c$, il est clair que l'Ellipse YSX deviendra la droite $BX=4a$, & l'arc YS deviendra la droite $YS=BZ$; d'où il suit que la Roulette AMD sera alors à la droite $BX :: OK. OB :: \text{l'arc } AM. \text{ à la droite } YS \text{ ou } BZ.$

COROLLAIRE II.

Si l'on suppose b infinie, c'est à dire la Roulette AMD , une Roulette allongée, ou accourcie, à base droite, l'arc AM de chacune de ces Roulettes sera égal à l'arc YS de l'Ellipse, & toute la Roulette égale au quart d'Ellipse YSX . Si dans ce dernier cas on suppose $a=c$, cette Roulette sera la cycloïde ordinaire qui sera égale à $4a$.

R E F L E X I O N S

SUR LA COMETE

Qui a paru vers la fin de l'année 1707.

PAR M. CASSINI.

LA Comete qui a été observée aux mois de Novembre & de Decembre de l'année 1707, a paru dans le Ciel dans le même temps que l'on voyoit deux taches dans
1708. M

1708;
11. Janvier;

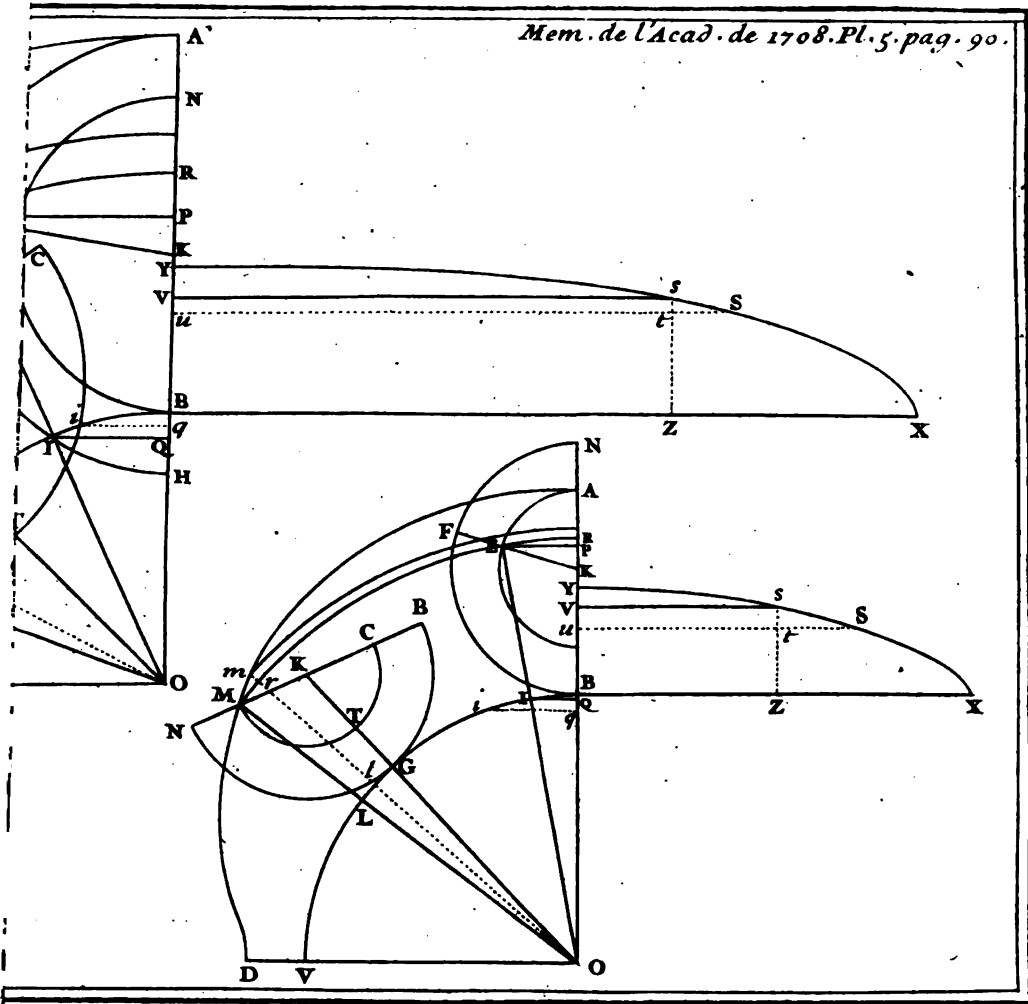
le Soleil, dont l'une étoit entrée depuis peu dans son disque apparent, & l'autre étoit prête d'en sortir.

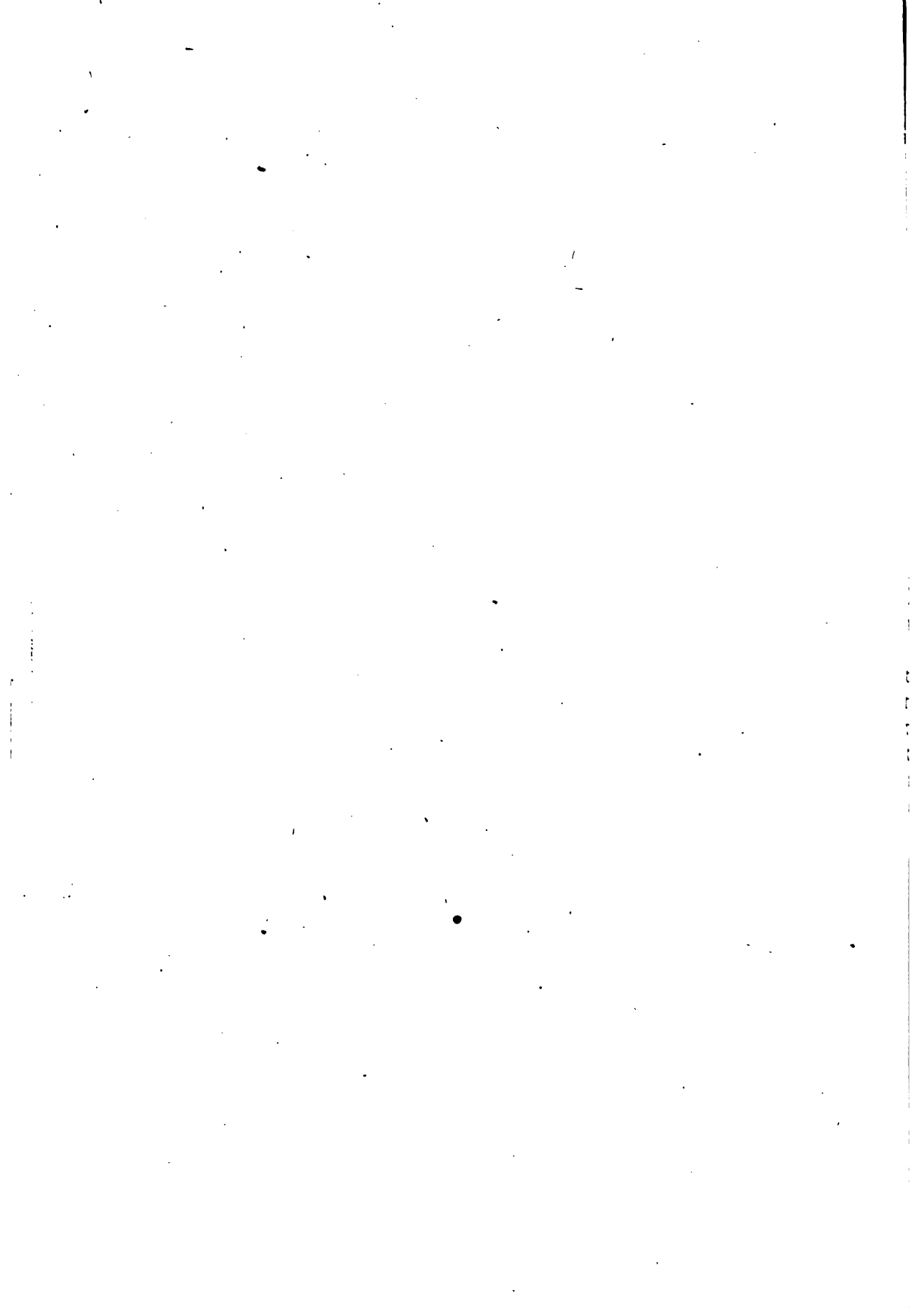
Plusieurs Philosophes modernes supposent que les Comètes & les taches du Soleil sont de la même matiere, & qu'elles ont la même origine, ce qui nous a donné occasion de les comparer les unes avec les autres.

Dans le Traité de la premiere Comete que nous observâmes l'an 1652, nous nous accommodâmes à l'hypothese qui étoit alors la plus commune, que les Cometes sont de nouvelles productions. Car nous supposâmes que non-seulement le globe de la Terre est environné d'une grande atmosphère qui s'étend beaucoup plus loin que celle qui cause les refractions les plus sensibles du Soleil & de la Lune, mais que tous les astres ont aussi de grandes atmospheres qui se rencontrant les unes avec les autres peuvent fournir des matieres propres à former les Cometes.

Mais après la publication de ce Traité faite au temps même que l'on voyoit encore cette Comete, ayant comparé ensemble non-seulement nos Observations, mais aussi celles qui nous avoient été communiquées par d'autres Astronomes, il nous réussit de trouver une hypothese d'un mouvement aussi regulier que celui des Planetes ordinaires réduit à l'égalité par les équations communes, ce qui me fit juger qu'il y avoit beaucoup de vraisemblance dans l'hypothese ancienne d'Apollonius Mindien rapportée par Seneque, qui reconnoissoit les Cometes pour des astres qui parcourant des cercles tres-vastes venoient à paroître dans leur plus grande proximité à la Terre, & s'en éloignoient ensuite à une si grande distance qu'elles devenoient invisibles.

La trace du mouvement de la Comete de 1652 coupoit l'Ecliptique au 28° du Taureau avec une inclinaison de plus de 74 degrez, & elle étoit dans la partie du Ciel opposée au Soleil qui étoit en Capricorne; de sorte que l'on ne pouvoit pas représenter son mouvement égal ni regulier par une ligne droite qui vînt de cet astre. Au con-





traire je trouvay une grande facilité à le représenter égal sur une ligne droite ou sur une courbe circulaire peu différente d'une ligne droite, dont le Perigée étoit représenté plus éloigné du Soleil que Saturne n'en est éloigné lorsqu'il est dans son Aphelie. Ayant donc reçu de M. Bouillaud plusieurs observations de cette Comete faites en France, j'eus le plaisir de les représenter toutes assez exactement par une methode semblable à celle qu'il emploie lui-même dans son *Astronomie Phylolaïque* pour représenter les mouvemens des Planetes superieures.

Il y avoit bien plus de difficulté à pratiquer cette methode dans une Comete dont on n'avoit point d'observations anciennes à comparer avec les modernes, comme l'on fait ordinairement dans l'établissement des Theories des Planetes.

Je pratiquay une methode plus facile pour représenter le mouvement de la seconde Comete que j'observay l'an 1664, que j'exposay au long dans un Livre dédié à la Reine de Suede qui avoit été présentée à plusieurs observations que j'en fis à Rome.

Cette seconde Theorie suppose d'abord trois observations de la Comete en differens jours, qui servent à déterminer avec une justesse mediocre la direction de son mouvement & sa vitesse apparente pendant quelque temps, après lequel on rectifie la Theorie en donnant au Perigée un mouvement capable de représenter sa course pendant le reste du temps qu'elle continuë d'être visible.

Nous avons vû depuis plusieurs Cometes qui ont suivi la même route que celles qui avoient été observées auparavant, ayant les mêmes degres de vitesse dans les endroits également éloignez de leur Perigée. Celle de l'an 1680 suivit la trace de celle qui avoit été observée l'an 1577 par Tychobrahé, dont les Ephemerides que cet Astronome avoit dressées sur ses observations nous servirent à prévoir jour par jour la route de la nôtre. Celle de l'an 1698 suivit la trace que nous avons décrite pour

celle de l'année 1652. La Comete qui fut observée à Rome en 1702 par M. Maraldi & par d'autres Astronomes, passa par les mêmes constellations & avec les mêmes degrés de vitesse que celle que nous avons observée 34 ans auparavant à Bologne, & elle suivoit la même trace par les étoiles fixes que celle qui parut la 4^e année de la 10^e Olympiade.

Nous n'avons pas encore un assez grand nombre d'observations de ces retours pour pouvoir les prédire à l'avenir; nous avons déjà remarqué dans un autre Memoire que la même Comete pourroit bien retourner quelquefois sans être apperçûe.

Ce qui les fait ordinairement appercevoir est leur chevelure & leur queue qui les distingue des autres étoiles. La lumière de la Lune, lorsqu'elle se trouve sur l'horizon avec les Cometes, est capable de les rendre invisibles, comme nous l'avons observé quelquefois. Quand la Comete passe sans cette parure, il est plus difficile de l'appercevoir. Elle peut aussi la perdre, car il y a apparence qu'elle est accidentelle à la Comete. Plusieurs Modernes la considerent comme un embrasement qui lui arrive en certains temps, qui peut s'éteindre & se rallumer de nouveau, comme il arrive au Vesuve & aux autres Volcans qui sont sur la Terre.

Ils expliquent de la même maniere les vicissitudes de quelques étoiles fixes qui paroissent pendant quelque temps, après lequel elles cessent de paroître. Le P. Riccioli & M. Bouillaud supposent que ces étoiles sont lumineuses dans une de leurs parties, qui tantôt se tourne vers la Terre, tantôt s'en détourne par une révolution autour de l'axe de l'étoile analogue à celle que les Coperniciens attribuent au globe de la Terre. L'une & l'autre de ces deux causes pourroit concourir à rendre la Comete & ces autres étoiles visibles en certains temps & invisibles en certains autres. L'apparence causée par la révolution autour de l'axe pourroit être reguliere, & celle qui seroit produite par un embrasement seroit plus irreguliere.

Nous avons observé tant d'irrégularitez dans le retour de l'étoile de la Baleine, qu'on peut les attribuer avec plus de vrai-semblance à des causes différentes qu'à une seule.

Il y a des Auteurs modernes qui supposent que les Cometes sont produites par les taches du Soleil, qui flotant sur sa surface en forme de croûtes minces peuvent s'en détacher, & par quelque accident devenir semblable à des bâlons enflammés & former les Cometes.

Si cela étoit, elles recevraient par la révolution du Soleil autour de son axe une impression qui tendroit à les faire mouvoir à peu près suivant la direction de l'Equinoxial des Taches, qui comme on l'a expliqué en divers endroits, a une obliquité à l'égard de l'Ecliptique de 7 à 8 degrés; je dis à peu près, car il peut y avoir quelques raisons Physiques qui l'en écartent un peu de côté & d'autre. L'on a cependant observé diverses Cometes qui déclinent considérablement de cette ligne, dont les unes vont du Septentrion au Midy, & d'autres du Midy au Septentrion, comme il est arrivé à celle que nous avons observée à la fin de l'année dernière.

Cette Comete traversa l'Ecliptique vers le 6^e degré d'Aquarius, lorsque le Soleil étoit au 5^e degré du Sagittaire. La trace de son mouvement apparent décrite sur le Globe celeste à l'égard des étoiles fixes, étant continuée vers le Septentrion, passe fort proche du Pole de l'Ecliptique, & du Pole de la révolution des taches du Soleil transporté dans le Ciel par la prolongation de son axe; de sorte que bien loin d'avoir suivi à peu près la direction de l'Equinoxial des taches, elle a décrit par son mouvement une portion de cercle perpendiculaire à cet Equinoxial.

Autant qu'on l'a pu observer par de courts intervalles de beau-temps, elle a eu un mouvement dont la vitesse apparente a toujours été en diminuant d'un jour à l'autre.

M. Maraldi a fait le rapport à l'Académie des observations qu'il en a fait avec mon Fils tous les jours que le Ciel a permis de l'observer, & il a fait voir la conformité

de ces observations avec la Theorie trouvée par la methode exposée dans nôtre Traité de l'an 1664. Il avoit déjà déterminé en d'autres occasions la situation de plusieurs petites étoiles fixes qui ne sont point marquées dans les Catalogues ni dans les Cartes, & sont fort proches des endroits par où a passé la Comete; ce qui a servi à déterminer sa situation avec beaucoup d'exactitude.

Il n'y a guere de Memoires d'autres Cometes dont la trace par les étoiles fixes ait été si perpendiculaire à l'Ecliptique & à l'Equinoxial des taches. Il y en a eu quelques autres qui en ont approché, dont une a été observée par Regiomontanus. Nous avons la description du chemin qu'elle a parcouru rapportée par Zieglerus dans ses Commentaires sur la Genese, & par divers autres Auteurs qui le citent.

L'Ecrit de Zieglerus la rapporte à l'année 1475. Quelques autres Auteurs la rapportent à l'année 1472, & ils conjecturent que le nombre de l'année étant écrit en Caracteres Romains, on a pû former un V d'un II.

On l'apperçût le 13 Janvier sous le signe de la Balance avec les étoiles de la Vierge. Elle avoit d'abord un mouvement lent, jusqu'à ce qu'elle arriva proche de l'Epy de la Vierge, qui étoit alors vers le 16^e degré & demi de la Balance. Elle passa par la jambe gauche de Bootes, d'où s'éloignant elle faisoit en un jour 40 degrés d'un grand cercle. Sa plus grande distance à l'Ecliptique fut de 77 degrés, & elle se rapportoit alors au milieu de l'Ecrevisse. Elle passa entre les Poles du Zodiaque & de l'Equinoxial, dirigeant sa course vers le milieu des deux pieds de Céphée, par la poitrine de Cassiopée & le ventre d'Andromede. Ayant passé ensuite le long du Poisson septentrional où son mouvement se rallentissoit beaucoup, elle traversa le Zodiaque vers le milieu d'Aries, jusqu'à ce qu'étant arrivée aux étoiles de la Baleine, elle se cacha avec elles dans les rayons du Soleil. L'Auteur ajoûte que cette Comete par son mouvement propre décrivit une portion d'un grand cercle, allant vers Septentrion & contre la

suite des signes de Libra en Aries; qu'au commencement & à la fin son mouvement étoit lent, qu'au milieu de son apparition il étoit tres-vîte, faisant en un jour près de quatre signes depuis la fin de la Vierge jusqu'au commencement des Gemeaux, & que si elle avoit continué de même elle auroit fait le tour du Ciel, & seroit retournée en Libra. Il croyoit qu'elle pouvoit le faire, parcequ'elle étoit encore assez grande quand elle se cacha dans les rayons du Soleil. Il paroît par cette description que cette Comete pendant le temps de son apparition parcourut plus de la moitié d'un grand cercle, ce qui est bien rare. C'est-pourquoy Kepler a de la peine à le croire, & il interprete à sa maniere ce qui est dit de sa proximité à l'Epy de la Vierge dont la latitude est meridionale.

Après la Comete de l'année 1472 qui passa obliquement entre les deux Poles septentrionaux de l'Ecliptique & de l'Equinoxial, il y en eut une autre observée l'an 1556 par Homelius & rapportée par Riccioli & par Hevelius, qu'on dit avoir passé tres-proche de ces deux Poles. Le 5 Mars de l'an 1556 elle se trouva proche de l'étoile qui est dans l'aîle gauche de la Vierge au-dessus de l'Epy, le 8 elle fut sur les genoux de Bootes, le 9 elle fut tres-proche d'Arcturus, d'où elle alla par la circonference d'un grand cercle proche du Pole boreal de l'Ecliptique, qu'elle laissa à droite, faisant alors plus de 15 degrés par jour. Elle monta avec une grande vitesse vers le Pole septentrional du monde, d'où elle poursuivit sa route vers Saturne qui étoit alors en Aries, passant par Andromede & par les Poissons où elle disparut.

Camerarius dit que cette Comete ne s'éloigna pas beaucoup d'un grand cercle, qu'elle en parcourut la moitié coupant l'Ecliptique presque à l'onzième degré de Libra & à l'onzième degré d'Aries.

Comme le cercle qui passe par les deux Poles de l'Ecliptique & de l'Equinoxial passe aussi par le commencement du Cancer & du Capricorne, & que la Comete coupa l'Ecliptique proche du commencement d'Aries, il

paroît que le cercle de cette Comete coupa presque directement l'arc qui est entre les deux Poles, & qu'elle passoit éloignée de l'un & de l'autre Pole d'environ douze degres, supposant qu'elle soit passée aussi éloignée d'un Pole que de l'autre.

En comparant ensemble ces deux descriptions, on voit que la route de la Comete de l'an 1556 n'étoit pas éloignée de la route de la premiere qui avoit été observée l'an 1472 ; mais la route de la Comete que nous avons observée dernièrement étoit dirigée vers le Pole de l'Ecliptique par une route assez differente qui coupoit ce cercle proche du commencement d'Aquarius.

Outre ces deux Cometes qui ont paru dans l'hémisphere septentrional du Ciel allant vers les deux Poles septentrionaux, & revenant de ces deux Poles vers l'Ecliptique, il y en a une que nous avons observée l'an 1699 depuis le 19 Fevrier jusqu'au 6 de Mars, & que le P. Fontenay Jesuite commença d'observer à la Chine deux jours auparavant. Elle n'étoit pas éloignée du Pole septentrional de l'Equinoxial lorsqu'on commença de la voir, son mouvement étant dirigé du Septentrion vers le Midy sur la circonference d'un grand cercle, qui continué dans le Ciel, passe à 14 degres de distance du Pole de l'Ecliptique, & fort proche du Pole septentrional du globe du Soleil. L'inclinaison de cette Comete à l'égard de l'Ecliptique & à l'égard de l'Equinoxial des taches, est à peu près la même que celle de l'année 1472, mais sa route est differente, la Comete de 1699 ayant coupé l'Ecliptique vers le 21 degre des Gemeaux, au lieu que celle de 1472 la coupa vers le milieu d'Aries & de Libra.

Il y a aussi une autre Comete dont le mouvement étoit dirigé du Septentrion vers le Midy, qui fut observée l'an 1689 à Pondicheri & à Malaca par les Peres Jesuites depuis le 10 de Decembre jusqu'au 23 du même mois. On commença de la voir dans l'hémisphere meridional du Ciel proche des étoiles qui sont sur la tête du Loup ; & après avoir parcouru cette constellation, elle s'approcha du

du pied du Centaure, parcourant un cercle qui coupoit l'Ecliptique au 28^e degré du Scorpion, & qui étant presque dirigé au Pole meridional de l'Ecliptique, n'en declinoit que de 3 degrés environ.

Cette grande diversité que l'on observe dans la route de différentes Cometes, dont la direction est souvent fort différente de celle du mouvement des taches du Soleil, donne lieu de juger que le principe du mouvement de ces Cometes est différent de celui du mouvement des Planetes & des taches du Soleil. Et quoique nous ayons autrefois remarqué qu'il y a dans le Ciel des endroits plus fréquentez par les Cometes que les autres, la continuation des observations a fait connoître qu'il y a d'autres Cometes qui vont par des routes fort différentes, & qu'il y en a aussi qui vont vers le même terme, & en reviennent tantôt par la même route, tantôt par d'autres, sans s'éloigner beaucoup de la portion d'un grand cercle.

Tout ce que nous pouvons faire est de ranger en certaines classes celles qui tiennent les mêmes routes avec les mêmes degrés de vitesse, & d'observer si les mêmes apparences ne reviennent point avec de pareilles circonstances pour pouvoir juger par leur conformité s'il y en a quelques unes qui à leur retour puissent être censées les mêmes.

Ceux qui supposent que les Cometes se forment des exhalaisons de la Terre, auront aussi beaucoup de difficulté à expliquer la cause qui les fait tant décliner de l'Equinoxial, à moins qu'ils ne s'imaginent que ces Cometes suivent le cours de cette matiere invisible que l'on suppose aller d'un Pole de la Terre à l'autre, & qui range les éguilles aimantées vers les Poles de la Terre. Si cela étoit la vertu magnetique du globe de la Terre s'étendrait bien loin, puisque le peu de parallaxe que l'on trouve pour l'ordinaire dans les Cometes les place à une si grande distance de la Terre.

Le Ciel qui n'a été serein que pendant quelques intervalles, ne nous a pas permis d'employer la methode que

nous pratiquons ordinairement pour déterminer la distance d'un objet celeste à la Terre. Cette methode qui est exposée dans le Traité de la Comete de l'an 1680 demande des observations de plusieurs jours de suite faites aux mêmes heures pour pouvoir déterminer la vitesse apparente du mouvement journalier de la Comete, de sorte que l'on puisse à chaque instant sçavoir son ascension droite à l'égard de quelques étoiles fixes. Elle demande aussi des observations faites à d'autres heures du jour fort éloignées les unes des autres pour pouvoir déterminer à ces heures l'ascension droite apparente de la Comete à l'égard des mêmes étoiles fixes. Alors comparant cette ascension droite avec celle que l'on a trouvée par le calcul tiré des observations des jours précédens, si le calcul s'accorde précisément avec les observations, on en peut conclure que la Comete n'a point de parallaxe sensible; si l'ascension droite trouvée par les observations est différente de celle qui a été déterminée par le calcul, cette difference est l'argument de la parallaxe.

Dans les essais que nous avons fait de cette methode à l'occasion des autres Cometes, nous n'avons jamais trouvé cet argument de la parallaxe de plus de deux ou trois secondes d'heure, qui font peu de chose pour l'évidence de cette recherche; ce qui nous a persuadé qu'à moins d'avoir plusieurs jours de suite de beau-temps pour des observations si délicates, il est inutile de les entreprendre.

Pendant tout le temps que cette Comete a paru, nous avons été souvent plusieurs jours sans pouvoir l'observer; & lorsque le Ciel s'est découvert, nous n'avons eu que le temps qui étoit nécessaire pour déterminer avec justesse son ascension droite à l'égard des étoiles fixes vers la même heure du jour, & presque jamais à des heures assez éloignées l'une de l'autre. C'est-pourquoy il faut nous contenter de sçavoir le rapport de ses diverses distances à la Terre entr'elles en diverses observations, qui est à peu près comme celui des sécantes des arcs de la distance

au Perigée déterminée par la Theorie. Si cette Comete vûë par la Lunete avoit été bien terminée, on auroit examiné par la quantité de son disque qui auroit été éclairée, si on pouvoit tirer quelque conséquence de son exposition à la Terre & au Soleil, & juger de la proportion de sa distance au Soleil & à la Terre, comme on en juge à peu près par les Phases de la Lune comparées à sa distance apparente du Soleil. L'irrégularité de sa circonférence apparente n'a pas permis d'entreprendre cette recherche: l'on peut seulement conjecturer par son mouvement apparent, qui étoit plus lent dans son Perigée que celui de la Lune dans son Apogée, que sa distance à la Terre étoit plus grande que celle de la Lune, supposé que cette Comete soit dans le système Lunaire.

Dans le système de Copernic & de Tycho où la Lune est située entre le cercle de Venus & de Mars, il y a une assez grande étendue pour y pouvoir placer des Cometes, quand même dans leur Perigée elles n'auroient point de parallaxe sensible.

On peut voir dans le Livre des Voyages de l'Academie, & dans nos Elemens d'Astronomie qui y sont inferés, les efforts que nous avons faits pour déterminer la distance de Mars lorsqu'il étoit dans sa plus grande proximité à l'égard de la Terre, ce qui n'arrive que de 33 en 33 ans, & la peine que nous eûmes à la déterminer.

Quoique dans les essais que nous avons faits de cette methode en diverses Cometes nous ayons trouvé leur parallaxe tres-petite, il y a eu néanmoins en d'autres temps des Cometes dont la parallaxe étoit fort grande. Celle qui fut observée l'an 1472 par Regiomontanus, dont nous avons parlé cy-dessus, avoit, à ce que dit Zieglerus, une parallaxe de 6 degrés, & s'approcha par conséquent de la Terre d'environ la 6^e partie de la distance de la Lune à la Terre.

Elle ne paroïssoit pas s'être formée des exhalaisons de la Terre, comme les Philosophes de ce temps-là le supposoient; car depuis le commencement de son apparition

elle augmentoit de grandeur apparente & de mouvement d'un jour à l'autre, & après un mouvement tres-rapide vers le milieu de son apparition, elle diminua de vitesse & de grandeur apparente, continuant sa route vers le Ciel après avoir traversé l'orbe de la Lune. Il y a eu diverses autres Cometes qui en s'approchant de la Terre ont augmenté de grandeur & de vitesse apparente.

Par les observations que Mestlin fit de la Comete de l'an 1580, il paroît que son mouvement apparent augmenta pendant 10 à 12 jours, & il diminua ensuite.

Suivant les observations & le témoignage de Kepler le mouvement de la dernière Comete de l'an 1618 augmenta l'espace de 12 jours, & diminua après.

Nous vîmes aussi à Rome la Comete de l'an 1664 augmenter de grandeur apparente & de vitesse depuis le 18 jusqu'au 29 du mois de Decembre, où son mouvement journalier fut à peu près égal à celui de la Lune, & il diminua ensuite tant en grandeur qu'en vitesse apparente, comme il paroît par les Ephemerides que nous en publiâmes la même année.

La première Comete de l'an 1680 augmenta aussi de vitesse & de grandeur apparente pendant les quinze premiers jours de son apparition, & diminua ensuite jusqu'à ce qu'elle se cacha le matin dans les rayons du Soleil.

La seconde Comete de la même année 1680 en sortant le soir des rayons du Soleil commença de paroître le 20 Decembre, & augmenta en grandeur & en vitesse jusqu'au 3^e Janvier pendant l'espace de 14 jours, & diminua ensuite.

La Comete de l'an 1683 observée par Hevelius & par M. Kirchius augmenta continuellement de vitesse & de grandeur apparente pendant 43 jours, jusqu'à ce qu'elle fut cachée par la grande clarté de la Lune & par les vapeurs de l'horizon.

Nous avons donc un assez grand nombre de Cometes qui ont augmenté pendant long-temps depuis la première apparition, & ont diminué dans la suite. S'il y en a d'au-

tres qui ont diminué de grandeur & de vitesse après leur premiere apparition, il y a apparence qu'elles auroient été visibles auparavant si la constitution de l'air l'eût permis, ou si on eût été attentif à les chercher à l'endroit où elles se trouvoient.

Il y a eu aussi quantité de Cometes qui ont été observées en quelque endroit de la Terre long-temps avant qu'elles aient été observées dans les autres. Telle fut la premiere de l'an 1680, qui fut observée en Allemagne treize jours auparavant qu'elle fut observée en Italie, & ne fut point observée en France. Celle de l'an 1683 fut observée en Allemagne, sans qu'on sçache qu'elle ait été observée autre part. Nous ne sçavons point que celle de l'année 1706 ait été observée en d'autres endroits qu'à Paris, & celle de l'année derniere a été observée à Bologne par M^{re} Manfredi & Stancari trois jours avant qu'on l'ait pû observer à Paris, & elle n'a pû être apperçue en diverses Villes de France, quoiqu'aussi-tôt après l'avoir découverte nous en eussions donné part à nos Correspondans, en leur marquant la route qu'elle devoit décrire dans le Ciel.

Ces considerations & d'autres que nous avons rapportées en divers Traités, & dans les Memoires de l'Académie des années 1699 & 1702, nous portent à supposer que ces Cometes, dont le mouvement inégal en apparence se peut réduire à l'égalité, de même que celui des Planetes ordinaires, telles que sont toutes celles que nous avons observées, sont plutôt une espece particuliere de Planete, comme plusieurs Anciens le supposoient, que de nouvelles productions formées par les exhalaisons de la Terre, du Soleil, & des autres Astres.



OBSERVATIONS

*Sur les Analyses du Corail & de quelques autres
Plantes pierreuses, faites par M. le
Comte Marfigli.*

PAR M. GEOFFROY.

1708.
29. Fevrier.

Monsieur le Comte Marfigli après avoir long-tems douté que le Corail fût une veritable Plante, en fut enfin convaincu par l'experience suivante.

Il avoit mis tremper dans de l'eau de la mer quelques branches de Corail nouvellement pêchées. Il s'aperçût au bout de quelque tems que de petits tubercules rouges qui étoient à la surface de son écorce s'épanouïssent peu à peu, & enfin se développoient en fleurs blanches qui avoient la forme d'une étoile à huit pointes, soutenuës par un petit calice divisé de même en huit parties. Lorsqu'il retiroit ces branches de l'eau, les fleurs se refermoient aussi-tôt, & ne formoient plus que des tubercules rouges; en exprimant ces tubercules il en sortoit un suc laiteux. Lorsqu'il remettoit dans l'eau de la mer ces branches de Corail, ces tubercules s'épanouïssent de nouveau en fleurs. Ce qui continua de la sorte pendant huit ou dix jours que les boutons cessèrent enfin de s'épanouïr.

Après cette experience il ne douta plus que le Corail ne fût une Plante. Il ne desespéra pas même de pouvoir l'analyser à la maniere des autres Plantes, & d'en separer les principes. Il tenta cette analyse, & il la tenta non-seulement sur le Corail, mais encore sur plusieurs autres matieres qui lui avoient paru jusqu'alors de simples concrets pierreuses, & le succès répondit à son attente.

Il a envoyé à l'Academie Royale des Sciences des échantillons des différentes Plantes marines pierreuses

qu'il a analysées, & les substances qu'il en a tiré par la distillation, afin qu'on pût examiner s'il y a quelque différence entre ces principes & ceux des vegetaux.

Ces matieres sont l'écorce de Corail rouge. Le Corail dépouillé de son écorce, & pêché depuis trois jours seulement. Le Corail sans écorce pêché depuis un an. Une substance qu'il nomme Calice, qui est une espece de Madrepore naissante. Une autre qu'il nomme faux Corail. Le Reticolata ou espece de rezeau marin pierreux, nommé *Eschava marina*. Ce qu'il appelle Tartarisation, qui est une Plante pierreuse ou espece de Corail raboteux & brun. L'Os marin & une autre sorte de vegetation à laquelle il donne le nom de grande Congelation de Barbarie, qui ne paroissent être qu'une même Plante marine, avec cette difference que celle-cy est une jeune branche & d'une tiffure moins compacte, & que l'autre est le tronc de la Plante, & d'une tiffure plus dense & plus solide. Ces trois vegetations sont des especes de Madrepore. Le Corail blanc ou *Corallium verrucosum*, selon lui, Corail porreau. L'Incrustation qu'il nomme Lambert, & qui nous paroît un *Lichen* ou mousse pierreuse de couleur de chair. Et la Coagulation marine qu'il nomme Magiotan, & qui ne paroît être que le même *Lichen* qui enveloppe & lie ensemble de la terre, du sable & des coquillages.

Il a analysé trois onces de chacune de ces matieres, ce qui est à la verité une fort petite quantité ; mais elle n'a pas laissé de fournir une portion suffisante de principes pour en reconnoître la nature.

Toutes ces Plantes pierreuses ont donné du phlegme, de l'esprit volatil urinaire, dans lequel domine presque toujours une odeur de marine, de l'huile rouge ou noire épaisse & puante. Ce qui est resté dans la Cornue, ayant été lessivé, a donné un peu de sel fixe lixiviel. Toutes ces Plantes ont fourni plus ou moins de ces principes ; mais celles qui ont été long-tems gardées après avoir été tirées de la mer, n'ont donné que tres-peu de liqueur en

comparaison de celles qui ont été distillées peu de tems après avoir été pêchées.

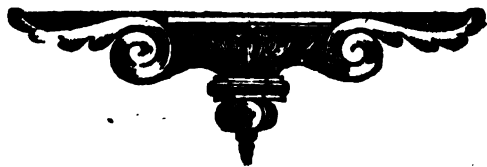
J'ay voulu comparer l'analyse du Corail, tel que nous l'avons icy, avec celle que M. le Comte Marfigli avoit faite. J'ay pris pour cela une livre de Corail rouge, tel que les Droguistes le vendent, c'est à dire tiré de la mer depuis tres long-tems, & dépoüillé de son écorce. Je l'ay distillé par la Cornuë, il a rendu premierement deux gros & dix grains d'esprit volatil urineux rousseâtre, & environ deux ou trois grains d'huile fetide. J'ay fait calciner la matiere restée dans la Cornuë, & j'en ay retiré par la lessive un gros & cinquante grains de sel fixe d'un goût salin. La tête-morte qui restoit étoit une espece de chaux. L'esprit qui ne me paroît point différent de celui que l'on tire de la corne de Cerf, m'a paru tout semblable à celui que M. le Comte Marfigli avoit tiré du Corail pêché depuis long-tems. Ils verdissent tous deux le sirop violat, & font un coagulum blanc avec la solution du sublimé corrosif. Pour le sel fixe tiré de la tête-morte, j'y ay trouvé quelque difference. Car celui que j'ay tiré fait un coagulum blanc avec la solution de sublimé corrosif, ce que ne fait point le sel qu'il en a tiré. Je ne découvre point la raison de cette difference. Aucuns des sels fixes qu'il a envoyés ne fait point non-plus de coagulum avec la même solution. Ils verdissent tous le sirop violat, ainsi que fait le sel fixe que j'ay tiré du Corail. Je soupçonnerois que cette difference pourroit venir de ce que le sel fixe qu'a retiré M. le Comte Marfigli est resté mêlé d'une si grande quantité de terre étrangere, qu'elle l'emporte de beaucoup sur la partie saline, & en amortit l'effet.

Il résulte de toutes ces analyses que le Corail & toutes les autres vegetations marines rapportées par M. le Comte Marfigli sont de veritables Plantes qui approchent quant à leur consistance de la nature de la pierre, comme nous avons déjà vû les Lythophyttons approcher de la nature de la corne des animaux. On en peut même conclure

clure pour l'usage Medicinal, qu'on ne doit pas regarder le Corail comme un simple absorbant, mais comme une matiere qui a un sel volatil & une huile joints à sa terre qui peuvent avoir d'autres proprietés, & qu'il n'est pas indifferent d'employer un Corail pêché nouvellement ou depuis long-tems.

M. le Comte Marfigli a voulu joindre à ces analyses celle de la Roche qui forme le bassin ou le fonds de la mer, mais il n'en a pu retirer aucun principe; ce qui fait voir que les principes de la vegetation des uns, sont bien differens des principes de concretion qui forment les pierres.

Il reste une chose à desirer, c'est un examen plus exact du suc laiteux qui fait la sève du Corail. Le P. Boccone dit qu'il est âcre & picquant. Seroit-il caustic comme le suc blanc des Tithymaux & des autres Plantes laiteuses? Cauteriseroit-il la peau comme ces suc? Pourroit-on avoir une assez grande quantité de cette liqueur fraîche pour la distiller seule, pour examiner les principes qu'elle rend, & en quelle quantité elle les rend? N'en pourroit-on pas mêler avec des acides, des alcalis, & différentes autres liqueurs pour voir les effets qu'elle produiroit? Ces experiences nous instrueroient encore plus à fonds de l'histoire du Corail, & de ses principales proprietés.



OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE VENUS PAR LA LUNE

Du 23 Fevrier 1708.

PAR M^{rs} CASSINI ET MARALDI.

1708.
24. Fevrier.

LE 23 Fevrier 1708 à 6^h 24' du soir la Lune ayant paru entre des nuagés qui couvroient la partie du Ciel qui est près de l'horizon Occidental, nous apperçûmes Venus qui étoit proche de la partie de la Lune qui n'est point éclairée par le Soleil. Elle nous en parut alors éloignée d'un peu plus de la moitié du diametre de la Lune; mais nous ne pûmes pas déterminer la situation de ces Planetes entr'elles, à cause des nuages qui interrompirent nos Observations.

Le Ciel s'étant entierement découvert sur les 6^h $\frac{1}{4}$, nous dressâmes une Lunete montée sur une machine parallaxique à la Lune, enforte que sa corne superieure rasoit par son mouvement à l'Occident un des fils placés à angles de 45 degrés au foyer de cette Lunete, & nous fîmes les Observations suivantes.

A 6^h 48' 19" Le bord éclairé de la Lune passa au fil horaire.

6 48' 44 La Corne septentrionale au fil horaire.

6 50 14 Venus au premier Oblique.

6 50 26 Venus au fil horaire.

6 50 37 Venus au second Oblique.

A 6^h 58' 10" Venus étoit dans le même parallele que la Corne septentrionale de la Lune. Le passage de la Lune par le fil horaire étoit de 2' 6", y compris la partie claire & l'obscur qu'on distinguoit assez bien à la vûë.

A 7^h 3' l'on voyoit à la vûë simple Venus placée sur le

bord de la Lune, qui n'étoit point éclairé du Soleil.

A $7^h 3' 40''$ Venus parut par la Lunete de 34 pieds entrer dans le bord obscur de la Lune, & diminuer de grandeur.

A $7^h 3' 55''$ Venus fut entierement éclipsee par la Lune à la Lunete de 34 pieds. Cette Immersion fut observée dans le même instant par M. Maraldi avec une Lunete de 12 pieds. On n'apperçût aucun changement extraordinaire dans la figure de cette Planete lorsqu'elle entra dans la Lune. Elle ne paroissoit pas bien terminée, à cause des vapeurs qui étoient près de l'horizon.

A $7^h 22'$ la Lune se cacha dans les nuages.

L'on a par le moïen des Observations que l'on vient de rapporter déterminé dans une Figure la trace apparente de la Lune à l'égard de Venus, dont l'on s'est servi pour déterminer l'endroit où cette Planete s'est éclipsee, & celui d'où elle seroit sortie si on avoit pû l'observer.

L'on voit par cette Figure que Venus a passé à 5 ou 6 minutes du centre de la Lune vers son bord septentrional, & que sa durée a dû être près d'une heure; de sorte que son Emerfion ne pouvoit pas être visible sur nôtre horizon.

COMPARAISON

Des Observations de l'Eclipse de Venus par la Lune, faites à Paris & à Marseille le 23 Fevrier 1708.

PAR M. CASSINI le fils.

LE P. de Laval & M. Chazelles nous ont communiqué l'Observation de l'Eclipse de Venus par la Lune, qu'ils ont faite à Marseille le 23 Fevrier en compagnie de M. Royer, qui observa le 23 & le 25 des hauteurs correspondantes du Soleil, lesquelles étant comparées avec celles qui avoient été observées quelques jours auparavant.

1708.
31. Mars.

vant, servirent à déterminer exactement l'état de l'horloge.

Ayant disposé une Lunete en sorte que le bord supérieur de la Lune suivît exactement un des fils qui se croisoient au foyer à angles de 45 degrés, ils observerent à diverses fois le passage des bords de la Lune par le fil horaire, & celui de Venus par les fils horaires & obliques pour déterminer à diverses heures la situation de ces Planetes entr'elles, & décrire par ce moïen la trace apparente du mouvement de Venus, qui par ces Observations paroît avoir passé fort près du centre de la Lune avec une latitude meridionale de quelques secondes. Ces Observations étoient nécessaires pour déterminer la latitude apparente de Venus à l'égard du centre de la Lune, l'Immersion de cette Planete de la partie claire de la Lune qui sert ordinairement à la trouver n'ayant pas pû être observée à Paris ni à Marseille.

A $7^h 16' 54''$ à Marseille Venus touchoit le bord obscur de la Lune.

A $7^h 17' 32''$ Venus étoit beaucoup diminuée.

$7^h 17' 38\frac{1}{2}''$ Venus entierement éclipcée par la Lune, ce que l'on a observé également par toutes les Lunetes.

On observa à Paris que Venus entroit dans le bord obscur de la Lune à $7^h 3' 40''$, & son Immersion totale à $7^h 3' 55''$.

Dans l'Observation de Marseille le temps que le diamètre de Venus a employé à entrer dans la Lune a été de $44\frac{1}{2}''$ beaucoup plus long que celui que nous avons observé à Paris, ce qui vient apparemment de ce que la lumière de Venus empêchoit de distinguer le bord obscur de la Lune qui lui étoit proche. C'est pourquoy nous nous contenterons de comparer ensemble le temps de l'Immersion totale, qui de même qu'à Marseille a été observé à Paris dans le même instant par des Lunetes de grandeur différente.

Pour déterminer plus exactement la difference des meridiens qui résulte de la comparaison de ces Observations, j'ay calculé le lieu de Venus par le moyen des Ob-

servations que nous avons faites le 24 & le 25 du même mois au passage de cette Planete par le meridien. Ces Observations nous ont aussi servi à déterminer la déclinaison de cette Planete qui étoit alors meridionale, & son passage par le meridien le 23 Fevrier à $1^h 32' 44''$ que nous n'avions pas pû observer immédiatement, qui sont deux élemens nécessaires pour le calcul de ces Eclipses.

J'ay calculé aussi le lieu de la Lune par les Tables de mon Pere, & j'ay trouvé que la conjonction de ces deux Planetes en longitude a dû arriver le 23 Fevrier à $5^h 47'$ du soir à $28^d 52' 40''$ des Poissons, la latitude meridionale de la Lune étant de $50' 30''$ & celle de Venus de $1^d 3' 10''$, ce qui s'accorde à quelques minutes près au calcul tiré des Tables de M. de la Hire. Par le calcul qui résulte du lieu de ces Planetes marqué dans la Connoissance des Temps dont l'on se sert pour déterminer ces Eclipses, cette conjonction devoit arriver à $5^h 14'$ trente-trois minutes plutôt que par ce nouveau calcul, ce qui est en partie cause de la difference que l'on a trouvé entre l'Observation & le temps auquel on l'avoit calculé.

La trace apparente du mouvement de la Lune à l'égard de Venus ayant été déterminée à Paris & à Marseille par des Observations immediates, l'on s'en est servi pour représenter dans une Figure où l'on avoit tracé les parallèles de Paris & de Marseille, l'Observation faite à Paris, & corriger l'Orbite de la Lune qui résulte des Tables.

Suivant cette détermination la latitude de la Lune devoit être de 49 minutes, plus petite de $1' 30''$ que celle que l'on marqué cy-dessus, & la conjonction en longitude a dû arriver à $5^h 47' 28''$, ce qui ne s'éloigne que de quelques secondes de celle que l'on avoit déterminé par le dernier calcul.

Ayant ensuite placé une pointe de compas sur le parallèle de Marseille à $7^h 17' 38''$ heure de l'Immerfion totale, l'on a décrit à l'intervalle du demi-diametre de la Lune un arc de cercle qui coupe l'Orbite de la Lune, sur laquelle les heures sont marquées au meridien de Paris à

$7^h 5' 20''$, ce qui donne la difference des meridiens entre Paris & Marseille de $0^h 12' 18''$ à quelques secondes près de celle que l'on a déterminé par diverses autres Observations.

Ceux qui auront été 8 à 10 degrés à l'Occident de Paris, à peu près sur le même parallèle, auront pu observer l'Emerfion de cette Planete de la partie claire de la Lune, qui fuivant la figure devoit arriver à Paris à $8^h 0' 45''$, ce qui donne la durée de l'Eclipse d'environ 57 minutes.

O B S E R V A T I O N

De l'Eclipse de la Planete de Venus, le 23 Fevrier au soir 1708 à l'Observatoire.

PAR M^r DE LA HIRE.

1708.
24. Fevrier.

Venus commença à être cachée par la partie obscure de la Lune à $7^h 3' 48''$.

Elle fut entierement éclipsee à $7^h 3' 58''$.

Venus entra dans la partie obscure de la Lune à 6' environ de la perpendiculaire tirée à la ligne des Cornes & qui passoit par le centre de la Lune, & Venus étoit vers le Septentrion à l'égard de cette ligne.

C O M P A R A I S O N

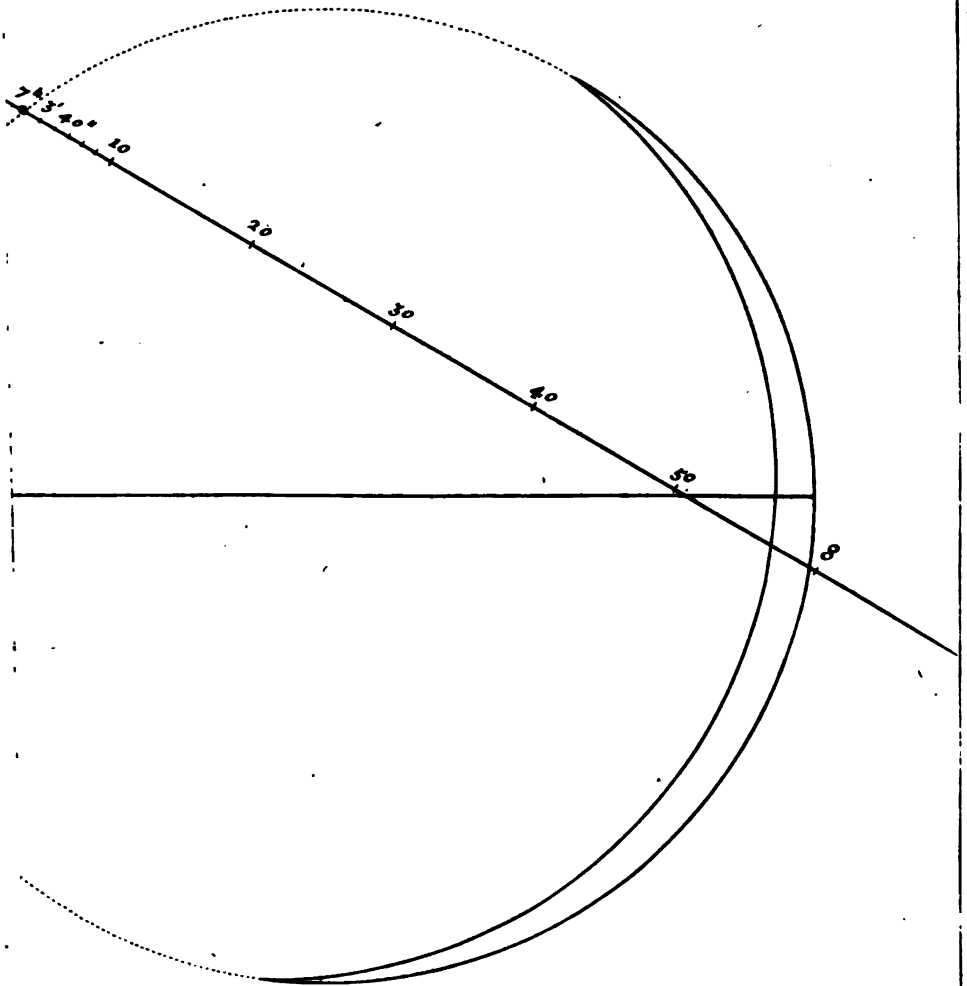
De l'Eclipse de Venus par la Lune du 23 Fevrier 1708, avec le calcul tiré des Tables Astronomiques de mon Pere.

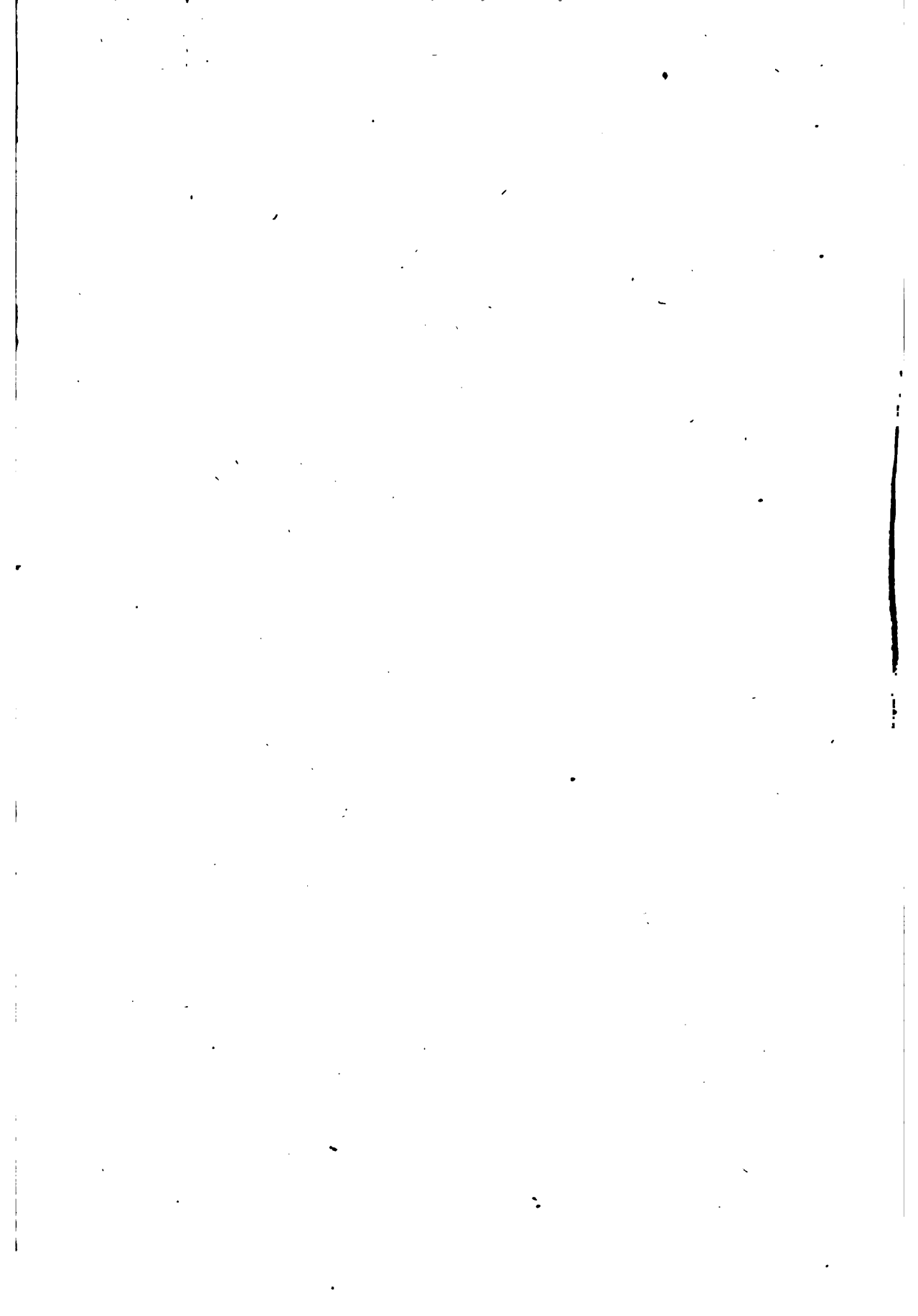
PAR M. DE LA HIRE le fils.

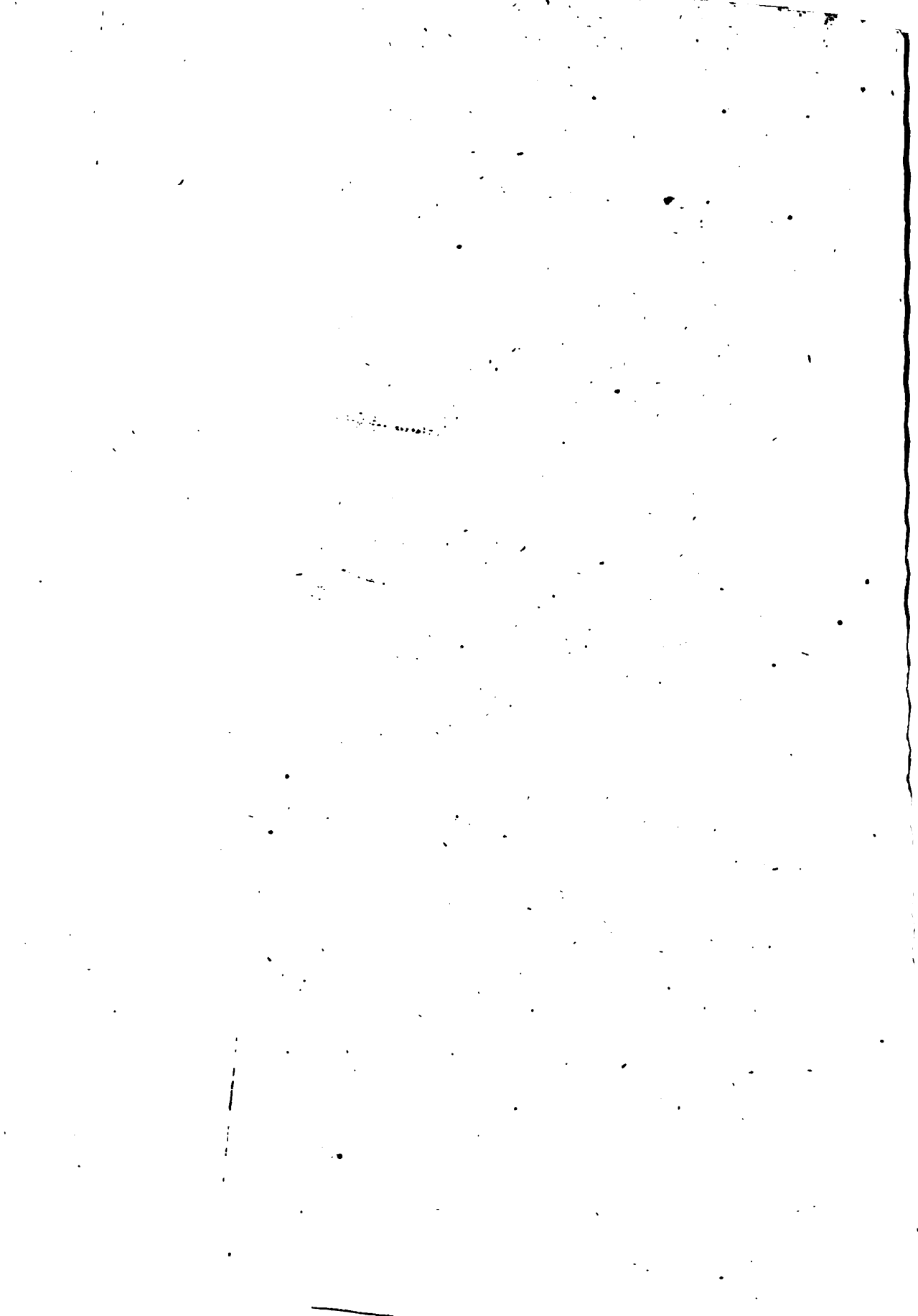
1708.
7. Mars.

Nous observâmes le milieu de cette Eclipse à $7^h 3' 53''$ du soir; mais comme on trouve dans la Connoissance des Temps que cette Eclipse devoit arriver à $6^h 24'$,

Figure de l'Eclipse de Venus par la Lune
du 23. Fevrier 1708.







ce qui étoit éloigné de l'Observation, nous avons tiré des Ephemerides de l'Academie qui sont calculées sur les Tables de mon Pere, & qui servent de fondement aux calculs de la Connoissance des Temps, que la longitude de la Lune à 6^h 30' du soir étoit à 29° 32' des Poissons avec une latitude australe de 47', & à 7^h 30' qu'elle étoit à 0° 5' d'Aries avec une latitude australe de 44', & que Venus à 6^h 30' étoit à 28° 54' des Poissons avec une latitude australe de 1° 6', & à 7^h 30' qu'elle étoit à 28° 57' des Poissons avec une latitude australe de 1° 6'.

Mais comme ces positions ne sont tirées que par des parties proportionnelles, il s'y peut trouver des erreurs considerables, & principalement dans la Lune dont le mouvement est fort prompt. C'est ce qui nous a engagé à calculer exprés pour ces mêmes tems les lieux de Venus & de la Lune, & nous avons trouvé qu'à 6^h 30' la Lune étoit à 29° 18' 1" des Poissons avec une latitude australe de 48' 30", enforte que sa longitude étoit moindre que celle des Ephemerides de 14', & la latitude étoit plus grande de 1' 30", & qu'à 7^h 30' la Lune étoit à 29° 50' 54" des Poissons avec une latitude australe de 45' 34", enforte que sa longitude étoit moindre que celle des Ephemerides de près de 14', & sa latitude plus grande de 1' 34".

Pour Venus nous avons trouvé qu'à 6^h 30' sa longitude étoit au 28° 52' 58" des Poissons avec une latitude australe de 1° 3' 42": cette longitude est seulement plus petite de 1' que celle des Ephemerides, & la latitude plus petite aussi de 2' 18". Pour 7^h 30' nous avons trouvé que la longitude de Venus étoit à 28° 56' 3" des Poissons, & la latitude de 1° 3' 37" australe; donc cette longitude est plus petite de 1' à peu près que celle des Ephemerides, & cette latitude plus petite aussi de 2' 23".

Par le moyen de ces positions que nous avons calculées, nous avons déterminé le diamètre & la parallaxe de la Lune pour les temps marqués cy-dessus, d'où enfin nous avons conclu que le milieu de l'Immersion du centre de Venus étoit arrivé à 6^h 56', ce qui n'est éloigné de l'Ob-

servation que de $7' 53''$, ce qui ne fait guere que $3\frac{1}{2}$ de degré de différence entre les positions de Venus & de la Lune calculées & observées, ce qui n'est pas considerable par rapport à tous les élemens qu'il faut y employer.

EXPLICATION DE LA FIGURE.

LA ligne *BC* represente l'Ecliptique sur laquelle le point *A* marque le lieu de la Lune réduit à l'Ecliptique à $6^h 30'$ du soir, & *AE* est la latitude australe de la Lune pour ce même tems. Le point *B* est le lieu de la Lune réduit à l'Ecliptique à $7^h 30'$ du soir, & *BF* est la latitude australe de la Lune pour ce même tems.

L'angle *AEM* est celui du vertical avec le cercle de longitude sur lequel est marqué la latitude de la Lune à $6^h 30'$. L'angle *BFL* est celui du vertical avec le cercle de longitude sur lequel est marqué la latitude de la Lune à $7^h 30'$.

La ligne *EM* est le vertical où étoit la Lune à $6^h 30'$ sur lequel on a pris la grandeur *EM* égale à la Parallaxe de la Lune qu'on a déterminée pour la hauteur où elle étoit, ce qui a donné le point *M* qui est le lieu apparent de la Lune à $6^h 30'$. La ligne *FL* est le vertical où étoit la Lune à $7^h 30'$ sur lequel on a porté la parallaxe *FL* pour avoir le point *Z* qui est le lieu apparent de la Lune à $7^h 30'$, & ayant mené la ligne *ML* on a eu le mouvement horaire apparent de la Lune.

Le point *C* est le lieu de Venus réduit à l'Ecliptique à $6^h 30'$, & *CH* sa latitude australe pour ce tems. Le point *D* est le lieu de Venus réduit à l'Ecliptique à $7^h 30'$, & *DG* sa latitude australe pour ce tems; ainsi on aura les lieux de Venus en *H* & *G* pour ces deux tems, & la ligne *HG* sera le mouvement horaire de Venus.

Le point *N* qui est le centre de la Lune est placé sur *ML*, en sorte que son bord divise *HG* en *I* en même raison & dans le même ordre que le point *N* divise *ML*, & ayant connu en tems la grandeur *MN* & l'ayant ajouté à $6^h 30'$,

6^h 30', on a le tems où le bord de la Lune a caché le centre de Venus.

DES MOUVEMENTS

Primitivement variés dans des milieux qui leur résistent en raison des vitesses auxquelles ils s'opposent.

PAR M. VARIGNON.

DANS les Mem. de 1707. pag. 382. &c. j'ay donné une Regle générale des mouvemens faits dans des milieux qui leur résistent en raison quelconque : j'y ay conclu de cette Regle, & en plusieurs manières, la résistance de ces milieux aux mouvemens primitivement uniformes, c'est à dire, aux mouvemens qui dans des milieux sans résistance ni action auroient été uniformes : j'y ay conclu aussi ce que ces résistances laissent de vitesses au corps mû, ou ce qui lui reste de sa primitive malgré ces résistances ; les espaces qu'il parcourt en vertu de ces vitesses restantes ; &c. Et cela non-seulement dans les hypothèses ordinaires des résistances employées par M. Newton, M. Leibnitz, M. Hughens, & M. Wallis, qui sont les seuls, que je sçache, avoir traité cette matière ; mais encore dans plusieurs autres hypothèses faites à plaisir & au hazard dans l'incertitude où l'on est encore de la véritable touchant les résistances des milieux aux corps qui s'y meuvent, & pour faire sentir en même tems l'universalité de la Regle dont je viens de parler.

Voici presentement pour les mouvemens primitivement variés, c'est à dire, pour ceux qui le seroient dans des milieux sans résistance ni action : on y verra aussi par la précédente Regle les résistances des milieux qui en font effectivement à ces mouvemens, les vitesses restan-

1708.

P

1708.
7. Mars.

tes de leurs primitivement variées, les espaces parcourus en vertu de ces vitesses restantes, &c. Cela, dis-je, encore en différentes manières, & dans plusieurs des hypothèses précédentes touchant les résistances de ces milieux; desquelles hypothèses, entre plusieurs autres choses que cette Regle y donne, on verra déduit tout ce que les Auteurs précédens en ont conclu, chacun à sa manière; & (contre le sentiment de quelques Philosophes, même Mathématiciens) que les vitesses restantes des primitivement accélérées à la manière de Galilée, s'y accéléreroient toujours sans jamais devenir uniformes, quoique les résistances supposées ne leur permettent jamais de devenir infinies, même dans des tems infinis. Voici cette Regle repetée dans le Lemme suivant pour remettre le Lecteur au fait, en supposant les définitions des pag. 384. & 385. des Mem. de 1707. lesquelles s'entendront ici assez dans l'usage qu'on en fera, pour n'avoir pas besoin d'y être repetées. Mais pour ne pas rendre ce Mémoire-ci trop long, nous n'y employerons que l'hypothèse des résistances actuelles ou restantes des primitivement variées comme dans l'hypothèse de Galilée sur la pesanteur: nous traiterons des autres dans d'autres Mémoires.

LEMME I.

FIGURE I. Soient sur l'axe AC les quatre Courbes FVC, ARC, HUC, KEC, rencontrées en F, V, u; A, R, r; H, U, v; K, E, e; par les ordonnées KF, EV, eu, perpendiculaires à cet axe en A, T, t; & dont les deux dernières EV, eu, soient infiniment proches l'une de l'autre, ayant leurs parties TU, tv, partout égales aux correspondantes RV, ru; soit aussi RP parallèle à AC, & qui rencontre eu en P. Cela fait, soient prises les abscisses AT, At, pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement; TV, tu, pour les vitesses primitives à la fin de ces tems, c'est à dire, pour ce que le mobile en auroit alors s'il eût été mû dans un milieu sans résistance ni action; TR, tr, pour les résistances totales, c'est à dire, pour les sommes des résistances instantanées que lui fait

effectivement le milieu pendant les tems correspondans AT , At ; & par conséquent aussi Pr , pour ces résistances instantanées, c'est à dire, pour ce que le milieu en fait au mobile pendant chaque instant Tt correspondant; & RV , ru , ou leurs égales TU , tv , pour les vitesses restantes des primitives TV , tu , à la fin des tems AT , At , malgré ces résistances. Soient aussi ET , et , prises pour les puissances, ou plus généralement pour les affections quelconques de ces vitesses restantes RV , ru , ou TU , tv , ou bien de quelque autre chose à volonté, suivant la raison desquelles affections les résistances instantanées Pr se fassent, c'est à dire, auxquelles affections ces résistances soient proportionnelles.

Cela posé, il est manifeste que $\frac{Pr}{TE} = \frac{Tt}{a}$, en prenant par tout les instans Tt constans de même que la grandeur a .

Car puisque (hyp.) les résistances instantanées Pr sont par tout proportionnelles aux affections TE correspondantes, la fraction $\frac{Pr}{TE}$ doit être constante de même que $\frac{Tt}{a}$; & par conséquent $\frac{Pr}{TE} = \frac{Tt}{a}$, ainsi qu'il a déjà été démontré dans les Mem. de 1707. pag. 387.

COROLLAIRE I.

Donc en appellant encore (comme dans les Mem. de 1707.) AT , t ; TV , v ; TR , r ; RV ou TU , u ; ET , z ; & conséquemment $r = v - u$: l'on aura encore ici $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{dv - du}{z}$ pour Regle générale des résistances des milieux, comme dans les Mémoires précédens.

COROLLAIRE II.

Mais si l'on suppose que les vitesses primitives TV (v) croissent comme les tems AT (t), en sorte que l'on ait (si l'on veut) par tout $AT = TV$; la Courbe FVC dégénérant alors en une ligne droite inclinée en A de 45. deg. sur AC , donnera $dt = dv$. Donc alors (Corol. 1.) l'on aura $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{dt - du}{z}$ pour la Regle particulière des ré-

FIG. II.

sistances dans cette hypothèse-ci : Dans laquelle hypothèse RV , & conséquemment aussi son égale TU , s'annéantissant avec TV en A , il est manifeste que la Courbe HUC des vitesses restantes ou actuelles doit toujours ici passer par A , aussi-bien que celle ARC des résistances totales qui y doit toujours passer dans quelque hypothèse que ce soit.

COROLLAIRE III.

FIG. III.

Si presentement on suppose les vitesses primitives TV (v) décroître en raison des tems TC qui resteroient à écouler jusqu'à leur entière extinction dans un milieu sans résistance ni action ; la Courbe FVC dégénérant encore en une ligne droite inclinée en C de 45. deg. sur AC , en faisant $AC = AF$: Si l'on appelle AF ou AC , c ; & le reste comme ci-dessus, l'on aura pour lors TV (v) $= TC$ ($c-t$), & $dv = -dt$. Donc ici (Corol. 1.) $\frac{dt}{v} = \frac{dr}{z} = \frac{-dt-dv}{z}$; ce qui ne diffère de la Regle du Corol. 2. qu'en ce que le second dt est ici négatif de positif qu'il étoit-là.

COROLLAIRE IV.

Il suit aussi de cette hypothèse du Corol. 3. premièrement que la Courbe HUC des vitesses restantes n'y doit jamais passer par A , mais au contraire y avoir toujours $AH = AF$ (c) ; puisque TV en AF , rend $AH = TU$ (*hyp.*) $= RV = AF$. Secondement que si du point N , où la Courbe ARC rencontre la droite FC , on fait NM parallèle à FA , & qui rencontre l'axe AC en M , la Courbe HUC des vitesses restantes passera toujours par ce point M ; puisque TV en MN , y rend RV (TU) $= o$.

COROLLAIRE V.

FIG. IV.

Enfin si l'on suppose que les vitesses primitives TV (v) croissent encore comme le tems AT (t) ainsi que dans le Corol. 2. mais qu'elles commencent ici par une vitesse finie AF , & non-plus à zero comme dans ce Corol. 2.

qu'en faisant FC parallèle à AC , & qui rencontre EV en X , les parties XV de ces vitesses soient les primitives de ce même Corol. 2. & que leurs TX soient constans; la Courbe FVC dégénérant encore ici en une ligne droite inclinée de 45. deg. sur FC en F , comme elle l'est sur AC en A dans ce Corol. 2. Fig. 2. & rendant par-là $XV = FX = AT = t$; si l'on appelle ici AF ou TX , b ; l'on y aura $v = b - t$; & encore $dv = dt$: ce qui y donnera encore (Corol. 1.) la Règle $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{x} = \frac{dt - du}{x}$ du Corol. 2. pour celui-ci.

COROLLAIRE VI.

Il suit delà que la Courbe HUC des vitesses actuelles ou restantes malgré les résistances du milieu, doit toujours avoir ici $AH = AF (b)$; puisque RV en AP , rend $AH = UT$ (hyp.) $= RV = AF$. Ainsi cette Courbe HUC ne doit ici passer par A que lorsque $AF (b) = 0$, qui est le cas du Corol. 2. qu'on voit par-là se déduire encore de celui-ci.

La Règle générale du Corol. 1. donnera de même que dans les Corol. 2. 3. & 5. la Règle particulière des résistances des milieux dans toute autre hypothèse que les leurs des mouvemens primitivement variés. Ainsi n'y ayant plus de difficulté que dans les intégrations requises par ces nouvelles hypothèses, les trois des Corol. 2. 3. & 5. nous suffiront, ces intégrations n'étant point du ressort de cette Règle générale.

LEMME II.

Toutes choses demeurant les mêmes que dans le Lemme précédent, les aires $ATUH$, $ARVF$, que la supposition qu'on y fait de $TU = RV$, rend égales entr'elles, seront par tout proportionnelles chacune aux espaces parcourus pendant les tems AT correspondans en verta des vitesses restantes TU ou RV .

Cela est aussi démontré dans les Mem. de 1707. pag. 226. & 386. ayant ici comme là $ATUH = ARVF = \int v dt$; & cela parceque les espaces parcourus sont toujours en-

118 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
tr'eux comme les sommes des vitesses (u) employées à les
parcourir.

COROLLAIRE.

Donc chaque espace parcouru pendant chaque tems $AT(t)$ avec les vitesses restantes $TU(u)$ dont il s'agit ici, doit toujours être à ce qui en auroit été parcouru pendant le même tems dans un milieu sans résistance ni action, comme $ARVF$ ou $ATUH$ est à $ATVF$, c'est à dire que ces espaces contemporains sont toujours entr'eux comme ces aires correspondantes.

La Courbe ARC s'appellera encore ici (comme dans les Mem. de 1707. pag. 388.) Courbe des résistances totales, ou des vitesses perduës; FVC, Courbe des vitesses primitives; HUC, Courbe des vitesses restantes; & KEC, Courbe des résistances instantanées; parceque ces résistances instantanées sont exprimées par les ordonnées ET, comme leurs sommes ou les totales le sont par les ordonnées TR de la Courbe ARC.

PROBLÈME I.

FIG. V. *Trouver les Courbes ARC des résistances totales ou des vitesses perduës; HUC des vitesses actuelles ou restantes; &c. dans l'hypothèse; 1°. Des résistances instantanées en raison de ces vitesses actuelles; 2°. Des vitesses primitives en raison des tems écoulés depuis le commencement du mouvement, ainsi que dans l'hypothèse de Galilée sur la pesanteur des corps qui tomberoient en lignes droites dans un milieu qui ne résisteroit ni aideroit à leur mouvement.*

SOLUTION.

Suivant le Lem. 1. & ses Corol. 1. & 2. la premiere de ces deux hypothèses-ci donnera $TE(\tau) = UT = RV(u) = TV - TR(v-r)$; & la seconde, $TV(v) = AT(t)$: d'où résulte $dv = dt$, & $t-r = v-r = u = \tau$. Donc en substituant ces valeurs de τ dans la Règle $\frac{dt}{\tau} = \frac{dr}{\tau} = \frac{dt-du}{\tau}$ du Corol. 2. de ce Lem. 1. l'on aura ici

$\frac{dt}{a} = \frac{dr}{r}$ pour la Courbe ARC , & $\frac{dt}{a} = \frac{dt - du}{u}$ pour la Courbe HUC . Quant à FVC , son équation supposée $t = v$, fait voir qu'elle doit dégénérer en une ligne droite inclinée en A de 45. deg. sur AC , ainsi que dans le Corol. 2. du Lem. 1.

Pour construire présentement les deux Courbes HUC , ARC , il faut considérer que la dernière équation $\frac{dt}{a} = \frac{dt - du}{u}$ de la première HUC de ces Courbes, donnant $u dt = a dt - a du$, ou $adu = a dt - u dt$, donne $\frac{du}{u - a} = \frac{dt}{a}$ pour l'équation de cette Courbe HUC des vitesses actuelles ou restantes malgré les résistances supposées. Ce qui fait voir que cette même Courbe HUC doit être ici une logarithmique dont l'asymptote BC sera parallèle à AC , & distante d'elle de la valeur de $AB = a$ perpendiculaire sur ces deux parallèles; laquelle $AB(a)$ sera aussi égale à la soutangente de cette logarithmique. Car si l'on prolonge TU jusqu'à la rencontre de BC en G , & qu'on appelle GU, x ; l'on aura $x = GU = GT - UT$ (*hyp.*) $= a - u$, & $-dx = du$; lesquelles valeurs de $a - u$, du , substituées dans la précédente équation $\frac{dt}{a} = \frac{du}{u - a}$, la changeront en $\frac{dt}{a} = \frac{-dx}{x}$ qui est une équation à une logarithmique qui aura BC pour asymptote, & sa soutangente $= a$ (AB). Donc la Courbe HUC exprimée par l'équation $\frac{dt - du}{u} = \frac{dt}{a}$, est cette logarithmique elle-même. *Ce qu'il falloit premièrement trouver.*

Cette Courbe HUC des vitesses restantes, étant ainsi trouvée, il n'y aura qu'à prendre par tout $UR = TV$ correspondante, puisque (*Lem. 1.*) $UT = RV$; & la Courbe ARC qui passera par tous les points R ainsi trouvés, sera ici la Courbe des résistances totales, ou des vitesses perduës, exprimée par l'équation $\frac{dr}{r} = \frac{dt}{a}$. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

COROLLAIRE I.

Cela étant, il est manifeste que la Courbe HUC des vitesses restantes, passera par A (ainsi qu'on l'a remarqué dans le Corol. 2. du Lem. 1.) en faisant un angle de 45. deg. avec chacune des droites AB, AC ; puisque (*hyp.*) la droite AB perpendiculaire sur AC , est égale à la soustangente au point A (comme en tout autre) de cette logarithmique AUC .

COROLLAIRE II.

Pour la Courbe ARC des résistances totales, ou des vitesses perdus, elle sera touchée en A par l'axe AC , vers lequel elle tournera sa convexité; puisque son équation $\frac{dr}{t-r} = \frac{dt}{a}$, qui se trouve avoir $t=0=r$ en A , donnant là $t-r=0$, donneroit aussi $dr=0$, ou dt infinie par rapport à dr en ce même point A ; & que les dr croissant avec les $t-r$ (u ou TU), croissent aussi avec les t (AT).

COROLLAIRE III.

Cette équation $\frac{dr}{t-r} = \frac{dt}{a}$ de la Courbe ARC , donnera aussi $a dr = t dt - r dt$, ou $r dt = t dt - a dr$, & (en intégrant) $\int r dt = \frac{1}{2} t t - ar + q$ pour la valeur de l'aire ATR de cette Courbe, Mais le cas de $ATR=0$, rendant aussi $t=0$, & $r=0$, réduit cette intégrale à $0=q$. Donc cette intégrale sera précisément $ATR = \frac{1}{2} t t - ar$ (à cause de $r=t-u = \frac{1}{2} t t - at + au$).

COROLLAIRE IV.

Suivant le Lem. 2. les espaces parcourus pendant les tems AT (t), sont entr'eux comme les aires correspondantes ATU ou ARV . Mais l'équation $\frac{dt-du}{u} = \frac{dt}{a}$ de la Courbe AUC , donnant $a dt - a du = u dt$, donne aussi (en intégrant) $at - au = \int u dt = ATU$. Ce qui résulte encore de ce que le Lem. 1. donnant $UT=RV$, donne pareillement $ATU=ARV=ATV-ATR$
=

$= \frac{1}{2}tt - ATR$ (Corol. 3.) $= \frac{1}{2}tt - \frac{1}{2}tt - at - au = at - au$.
 Donc les espaces parcourus pendant les tems AT , seront ici entr'eux comme les grandeurs $at - au$, ou (à cause de a constante) comme les grandeurs $t - u$ ($TV - VR$) correspondantes, c'est à dire, comme les ordonnées correspondantes TR de la Courbe ARC des résistances totales, ou des vitesses perduës exprimées par ces ordonnées TR de même que les résistances totales qui leur sont proportionnelles; & par conséquent aussi entr'eux comme ces résistances totales, ou comme ces vitesses perduës des primitives TV pendant ces tems AT .

COROLLAIRE V.

Si l'on fait la tangente ASC au point A de la logarithmique AUC , dont l'asymptote BC , & les ordonnées TU prolongées vers P , soient rencontrées en S, P , par cette tangente; les espaces ici parcourus pendant les tems AT , seront aussi entr'eux comme les PU correspondantes. Car la Solution donnant $BS = BA = a$, la ressemblance des triangles ABS, PTA , donnera aussi $TP = AT = t$; & par conséquent $PU = t - u$. Donc (Corol. 4.) les espaces parcourus pendant les tems AT , seront ici entr'eux comme les PU correspondantes. Aussi les PU sont-elles ici égales aux TR correspondantes, puisque $TP = AT = TV$, & (Solut.) $TU = RV$. D'où l'on voit que les résistances totales ou les vitesses perduës pendant les tems AT , seront encore ici comme les PU correspondantes.

FIG. VI.

COROLLAIRE VI.

Il est presentement aisé de comparer ce que la pesanteur constante d'un corps grave à la manière de Galilée, lui feroit parcourir ici d'espace pendant un tems quelconque AT malgré les résistances supposées, avec ce qu'elle lui en feroit parcourir en pareil tems dans un milieu sans résistance ni action: Car la somme des vitesses qu'auroit ce corps pendant ce tems dans le milieu résistant, étant (Corol. de Lem. 2.) à la somme de ce qu'il en auroit pen-

dant le même tems dans le milieu sans résistance :: ATU .

ATV . (Corol. 4.) :: $at - au. \frac{1}{2}tt :: t - u. \frac{1}{2}t^2 :: PU. TQ$.

en prenant par tout $TQ = \frac{t^2}{2a} = \frac{TV \times TV}{2TG}$, c'est à dire, TQ par tout égale à la moitié d'une troisième proportionnelle aux lignes GT, TV ; il suit du Lem. 1. que ce que ce corps parcourroit ici d'espace pendant le tems quelconque AT en tombant dans le milieu des résistances supposées, seroit par tout à ce qu'il en parcourroit pendant le même tems dans le milieu sans résistance :: $PU. TQ$. Et de ce que par tout $TQ = \frac{t^2}{2a} = \frac{TV \times TV}{2TG} = \frac{AT \times AT}{2AB}$, il suit aussi que la Courbe AQC qui passera par tous les points Q ainsi trouvés, sera une parabole ordinaire touchée par la droite ATC en son sommet A où elle aura $2GT$ ou $2AB$ pour son parametre.

COROLLAIRE VII.

Puisque (Cor. 5.) les PU sont égales aux TR correspondantes, il est visible que les aires AUP le sont aussi aux correspondantes ATR , de même que les ATU le sont aux correspondantes ARV . Ce qui se prouve encore en ce que $ATP = ATV$, aussi bien que $ATU = ARV$.

COROLLAIRE VIII.

On a vu dans les Mem. de 1707. pag. 391. & 392. Corol. 2. Prob. 1. qu'en prenant AB pour une vitesse primitivement uniforme, la présente hypothèse des résistances en raison des vitesses restantes, rendroit les espaces parcourus pendant les tems AT en vertu des restantes de cette primitive, (ainsi retardée) en raison des ordonnées correspondantes interieures TU de la logarithmique AUC . Donc (Corol. 4. & 5.) en prenant AB à TV comme la première de ces vitesses primitivement uniformes seroit à celle des primitivement variées, qui sans la résistance du milieu seroit ici acquise à la fin du tems AT quelconque; l'espace parcouru pendant ce tems AT de

cette vitesse primitivement uniforme ainsi retardée, sera par tout ici au parcouru pendant le même tems de la vitesse primitivement accélérée à la manière de Galilée, & pareillement retardée en raison des restantes :: $TU.TR$:: $TU.PU$.

COROLLAIRE IX.

Puisque (*Solut.*) BC est l'asymptote de la Courbe AUC des vitesses restantes effectives de ce Problème-ci, ces vitesses TU (a) restantes de primitivement accélérées en raison des tems écoulés, augmenteroient sans jamais arriver à l'égalité par la résistance du milieu, c'est à dire, sans jamais devenir uniformes, quoiqu'elles ne puissent jamais devenir plus grandes que la finie AB (a), & qu'elles approchent toujours de sa valeur, ne pouvant l'égaliser qu'après un tems infini AC : de sorte que cette plus grande vitesse AB (a) en sera le terme d'accroissement, ou (pour parler comme M. Hugheens) la *vitesse terminale*.

COROLLAIRE X.

Le complément de ces vitesses jusque-là, c'est à dire, les différences GU dont elles sont surpassées par cette plus grande AB de toutes, étant exprimées par les ordonnées extérieures GU de la Courbe AUC , que la Solution a fait voir être ici une logarithmique dont BC est l'asymptote, & la soutangente $BS=AB$; si l'on prend ces complémens ou différences pour des nombres, les tems AT ou BG en seront comme les logarithmes en prenant AB pour l'unité.

COROLLAIRE XI.

De ce que (*Corol. 5.*) les espaces ici parcourus pendant les tems AT , sont par tout entr'eux comme les $P.U$ correspondantes, lesquelles deviennent infinies avec les AT , sans que les vitesses TU puissent jamais (*Corol. 9.*) devenir plus grandes que la finie TG ou AB ; il suit que l'espace ici parcouru pendant un tems infini, seroit pareille-

ment infini, quoique la vitesse acquise pendant ce tems ne fût que finie.

Tout cela s'accorde avec tout ce que M. Leibnitz en a démontré à sa manière dans les *Actes de Leipsik* de 1689. pag. 41. & 42. art. 2. Voici de même tout ce que M. Newton en a aussi démontré à la sienne dans le *Liv. 2. Sect. 2. Prop. 3. de ses princ. Math. de la Phil. Nat.* pag. 238. &c.

COROLLAIRE XII.

FIG. VII. Soit presentement CB prolongée vers K ; & entre les asymptotes AB , BK , l'hyperbole équilatère QDK , laquelle soit rencontrée en D par UD parallèle à CK , de même que AB & sa parallèle QZ en L , M . Il est manifeste (*Solut.*) que les AL seront non-seulement entr'elles comme les vitesses restantes TU (u) à la fin des tems AT (t); mais encore comme les résistances instantanées (dr) supposées ici proportionnelles à ces vitesses. Et si l'on prend $a-u$, y , pour les coordonnées asymptotiques BL , LD , de l'hyperbole QDK , laquelle ait $AQ=b$, $LD=y$, outre $AB=a$, $AL=u$; & dont par conséquent l'équation soit $a-u \times y = ab$, ou $a-u = \frac{ab}{y}$, ou bien aussi $u = a - \frac{ab}{y} = \frac{ay-ab}{y}$: la Solution donnant $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$, l'on aura pareillement ici $\frac{dr}{a} = \frac{y du}{ab}$, ou $dt = \frac{y du}{b}$; & conséquemment $t = \int \frac{y du}{b} = \frac{QALD}{AQ}$: c'est à dire que les tems écoulés AT (t) du mouvement accéléré malgré les résistances supposées, seront ici en raison des aires hyperboliques correspondantes $QALD$.

COROLLAIRE XIII.

Puisque (*Corol. 12.*) $u = \frac{ay-ab}{y}$, & $dt = \frac{y du}{b}$; l'on aura de plus ici $u dt = \frac{ay du - ab du}{b}$, & conséquemment $\int u dt = \frac{a}{b} \times \int y du - \frac{a}{b} \times \int b du = \frac{a}{b} \times QALD - \frac{a}{b} \times QALM =$

$= \frac{a}{b} \times QMD$: c'est à dire (Lem. 2. la fraction $\frac{a}{b}$ étant constante) que les espaces parcourus pendant les tems écoulés $\frac{QALD}{AQ}$ (t) en vertu des vitesses acquises AL ou TU (u) malgré les résistances supposées, seront ici entr'eux comme les trilignes hyperboliques QMD correspondans.

COROLLAIRE XIV.

On voit delà que si le mouvement se faisoit ici en vertu d'une pesanteur constante, laquelle dans un milieu sans résistance donneroit au mobile des vitesses primitives accélérées en raison des tems écoulés depuis le commencement des chutes, ainsi qu'on le pense d'ordinaire avec Galilée, les espaces qu'une telle pesanteur feroit parcourir à ce mobile pendant les tems AT ou (*Corol.* 12.) $\frac{QALD}{AQ}$ dans un milieu qui à chaque instant lui resteroit en raison de ses vitesses actuelles ou restantes TU ou AL , feroient toujours entr'eux comme les trilignes hyperboliques QMD correspondans.

COROLLAIRE XV.

Puisque (*Corol.* 12.) les aires hyperboliques $QALD$ sont ici comme les tems AT (t) pendant lesquels s'acquie-
rent les vitesses AL ou TU ; & que (*Corol.* 13.) les espaces parcourus pendant ces tems en vertu de ces vitesses, sont comme les trilignes hyperboliques QMD , lesquels deviennent infinis avec les aires $QALD$ correspondantes, sans que les vitesses AL puissent jamais devenir plus grandes que la finie AB ; il suit encore delà (ainsi qu'on l'a déjà vû dans le *Corol.* 11.) que l'espace ici parcouru pendant un tems infini, seroit pareillement infini, quoique la vitesse acquise pendant ce tems ne fût que finie.

SCHOLIE.

Puisque la premiere des deux hypothèses de ce Problème-ci donne TE (x) $= UT$ (u), il est manifeste (*Solut.*)

Q iij

Fig. V.

que la Courbe *KEC* des résistances instantanées, doit être ici la même logarithmique *AUC* que la Courbe *HUC* des vitesses restantes, & se confondre avec elle, puisque $\frac{dt}{a} = \frac{dz}{a-z}$ est ici l'équation de cette Courbe *KEC*, de même que (*Solut.*) $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ l'est de la Courbe *HUC*.

REMARQUE I.

Puisque *dv* exprime ici l'accroissement instantané de vitesse qu'une pesanteur constante libre & sans résistance, produiroit à chaque instant dans le corps grave; & *du*, ce que la différence ou excès de cette force sur chaque résistance instantanée *dr*, lui donneroit aussi d'accroissement de vitesse à chaque instant malgré cette résistance; il est manifeste que ces augmentations *dv*, *du*, de vitesse doivent toujours être ici proportionnelles à la pesanteur, & à sa différence ou excès sur chaque résistance instantanée, les effets l'étant toujours à leurs causes. Donc *dv*, *du*, *dr*, seront ici entr'elles comme cette pesanteur, cette différence, & cette résistance.

REMARQUE II.

Il est aussi à remarquer que la Solution précédente avec ses hypothèses, donnant $dt = dv = dr + du$, & $\frac{dr}{u} = \frac{dt - du}{u} = \frac{dt}{a}$, cela seul donnera ici,

1°. $\frac{dr}{u} = \frac{dt}{a} = \frac{dv}{a}$: c'est à dire (*Remarq. I.*) que la vitesse (*u*) restante à chaque instant, sera toujours à la plus grande (*a*) de tout ce qu'il y en a ici de possibles suivant le Corol. 9. comme la résistance (*dr*) qui s'y oppose, ou comme ce qu'elle en diminue pendant cet instant, sera à la pesanteur du mobile.

2°. Cette équation $\frac{dr}{u} = \frac{dv}{a}$ (*hyp.*) = $\frac{dr + du}{a}$ donnant $a dr = u dr + u du$, ou $a dr - u dr = u du$, donnera aussi $dr, du :: u. a - u$, c'est à dire (*Remarq. I.*) que la vitesse

(u) de chaque instant, est ici à l'excès dont elle est surpassée par la plus grande (a) de tout ce qu'il y en a ici de possibles, comme la résistance (dr) du milieu en cet instant est à l'excès (du) dont elle est surpassée par la pesanteur du mobile.

3°. L'équation $\frac{dt-du}{u} = \frac{dt}{a}$ donnant $adt - a du = udt$, ou $adu = adt - udt$ (à cause que l'hypothèse donne $dt = dv$) $= adv - u dv$, l'on aura pareillement ici $dv : du :: a : a - u$. c'est à dire (Remarq. 1.) que la plus grande (a) des vitesses ici possibles, sera toujours ici à l'excès dont elle surpassera celle (u) de chaque instant, comme la pesanteur du mobile à la différence dont elle surpassera la résistance du milieu en cet instant.

4°. On voit de tout cela, & de la Remarq. 1. que si l'on prend p pour cette pesanteur (dv) du mobile, & c pour l'excès (du) dont elle surpassera chaque résistance instantanée (dr) du milieu; le nombre premier donnera $dr = \frac{up}{a}$; le second, $dr = \frac{cu}{a-u}$; & le troisième $c = \frac{ap-up}{a}$.

De sorte que de ces cinq choses : La résistance du milieu en quelque instant que ce soit, la pesanteur constante du corps qui y tombe malgré cette résistance, l'excès dont cette pesanteur surpasse cette résistance, la vitesse de ce corps en cet instant, & la plus grande vitesse qu'il puisse jamais acquérir en vertu de sa pesanteur malgré cette même résistance : de ces cinq choses, dis-je, trois étant données, l'on aura toujours les deux autres.

Voilà pour les mouvemens commencés à Zéro, & primitivement accélérés en raison des tems écoulés, dans des milieux qui leur résisteroient en raison des vitesses actuelles acquises ou restantes à chaque instant. Voici présentement pour ceux qui commençés par une vitesse quelconque, seroient aussi primitivement accélérés en raison des tems écoulés, dans des milieux qui leur résisteroient de même en raison des vitesses actuelles restantes, ou des sommes faites de la première & des acquises à chaque instant.

PROBLÈME II.

FIG. VIII. Trouver les Courbes ARC des résistances totales ou des vitesses perduës ; HUC des vitesses restantes ou actuelles ; &c.
 1°. Dans l'hypothèse des résistances en raison des vitesses actuelles ; & 2°. Des vitesses primitives en raison des sommes faites d'une constante quelconque augmentée d'autres qui, comme dans le Prob. I. croitroient en raison des tems écoulés depuis le commencement du mouvement, ainsi qu'il arriveroit dans l'hypothèse de Galilée sur la pesanteur, si d'une force quelconque différente de la pesanteur constante d'un corps, on le jettoit verticalement de haut en bas dans un milieu sans résistance ni action.

SOLUTION.

Suivant le Lem. i. & ses Corol. 1. & 5. la premiere de ces hypothèses (les noms demeurant encore les mêmes ici que là) donnera $TE(\tau) = UT = RV(u) = TV - TR(v-r)$; & la seconde, $TV(v) = TX + XV = AF + FX(b+t)$: d'où résulte $d\tau = dt$, & $b+t-r = v-r = u = \tau$. Donc en substituant cette valeur de τ dans la Règle $\frac{dt}{\tau} = \frac{dr}{\tau} = \frac{dt-du}{\tau}$ du Corol. 5. de ce Lem. i. l'on aura ici $\frac{dt}{\tau} = \frac{dr}{b+t-r}$ pour la Courbe ARC, & (ainsi que dans la Solut. du Prob. I.) $\frac{dt}{\tau} = \frac{dt-du}{u}$ pour la Courbe HUC. Quant à FVC, son équation $t = v - b$ fait voir qu'elle doit dégénérer ici en une ligne droite inclinée en F de 45. deg. sur FC, ainsi que dans le Corol. 5. du Lem. i. en prenant $XV = FX$, & avoir ici comme là son origine F distante de A de la valeur de AF (b).

Pour construire présentement les deux Courbes HUC, ARC, il faut considérer que la dernière équation $\frac{dt}{\tau} = \frac{dt-du}{u}$ de la premiere HUC de ces Courbes, donnera aussi $\frac{dt}{\tau} = \frac{du}{u}$ pour l'équation de cette Courbe HUC des vitesses actuelles ou restantes malgré les résistances

stances supposées, ainsi que dans la Solut. du Prob. 1. Ce qui fait voir qu'ici comme là, cette Courbe doit être une logarithmique d'une asymptote BC parallèle à AC , & distante d'elle de la valeur de $AB = a$ perpendiculaire sur ces deux parallèles, laquelle $AB (a)$ sera aussi égale à la sous-tangente de cette logarithmique; mais avec cette différence que dans la Solut. du Prob. 1. cette logarithmique passoit par A , & qu'ici elle doit passer par un point H de AB (prolongée où besoin sera du côté de B) lequel donne $AH = AF (b)$, ainsi qu'on l'a vu dans le Corol. 6. du Lem. 1. *Ce qu'il falloit premierement trouver.*

Cette Courbe HUC des vitesses actuelles restantes des primitives, étant ainsi trouvée, il n'y a qu'à prendre par tout $UR = TV$ correspondante, puisque (Lem. 1.) $UT = RV$; & la Courbe ARC qui passera par tous les points R ainsi trouvés, sera ici la Courbe des résistances totales, ou des vitesses perduës, exprimée par l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b+t-r}$. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

COROLLAIRE I.

Puisque $TU (u)$ en $AH (b)$, y change l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ de la Courbe HUC en $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-b}$, il est manifeste que cette Courbe doit rencontrer AB en H sous un angle dont le sinus soit à celui de son complément :: a , $a-b$:: AB . BH . c'est à dire, comme la sous-tangente de cette Courbe est à son ordonnée BH .

COROLLAIRE II.

Pour la Courbe ARC , elle doit rencontrer son axe AC en A sous un angle dont le sinus soit à celui de son complément :: b . a :: AF ou AH . AB . Puisque $TR (r)$ en A , rendant $r=0$, & $t=0$, l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b+t-r}$ s'y réduit à $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b}$. Et les dr croissant ou décroissant ici avec les $b+t-r (u$ ou $TU)$, cette Courbe ARC tournera sa

130 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
convexité ou sa concavité en même sens ou du même
côté que la logarithmique *HUC* tournera la sienne.

COROLLAIRE III.

Cette équation $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b+t-r}$ donne aussi $bdt + tdt -$
 $- rdt = adr$, ou $rdt = bdt + tdt - adr$; & en intégrant,
 $\int rdt$ (*ATR*) $= bt + \frac{1}{2}t^2 - ar$: de sorte qu'ayant le tra-
pèze $ATVF = \frac{AF+TV}{2} \times AT = \frac{2AF+XV}{2} \times AT = AF \times$
 $AT + \frac{1}{2}XV \times AT = AF \times AT + \frac{1}{2}FX \times AT = bt + \frac{1}{2}t^2$,
l'on aura aussi $ARVF$ ($ATVF - ATR$) $= ar$ (la Solu-
tion donnant $b+t-u=r$) $= ab + at - au$.

COROLLAIRE IV.

La logarithmique *HUC* fait voir que lorsque *AH* (*b*)
est moindre que *AB* (*a*), les vitesses *TU* (*u*) croissent tou-
jours jusqu'à son asymptote *BC*; & que lorsque *AH* est
plus grande que *AB*, ces vitesses *TU* décroissent tou-
jours jusqu'à la même asymptote *BC*, à laquelle elles
n'arriveront de part & d'autre qu'après un tems infini
AT (*t*): qu'alors $TU(u) = AB(a)$ réduisant à $\frac{dt}{a} =$
 $= \frac{du}{a-u}$ l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ de cette logarithmique repe-
tée de part & d'autre de *BC*, les accroissemens ou dé-
croissemens *du* de ces vitesses se trouveront nuls; &
qu'ainsi après cela, si le mouvement continuoit, ce
seroit d'une vitesse constante $= AB(a)$ qui le rendroit
uniforme. Aussi ce cas de $u=a$ changeant l'équation
 $v-r=u$ trouvée dans la Solution, en $v-r=a$, don-
neroit-il alors $dv-dr=0$, ou $dv=dr$, c'est à dire
(*Remarq. 1. sur le Prob. 1.*) la pesanteur du mobile égale à
la résistance du milieu supposé.

COROLLAIRE V.

D'où il suit aussi que si la vitesse *AH* (*b*) de projection,
se trouvoit égale à la terminale *AB* (*a*) du corps jeté

verticalement de haut en bas, c'est à dire (*Corol. 9. du Prob. 1.*) à la plus grande qu'il pût aquerir en vertu de sa pesanteur constante dans le milieu supposé; le mouvement de ce corps seroit uniforme à l'infini dès le premier instant de sa chute: puisque ce cas de $u(b) = a$ dès ce premier instant, qui rend dès-lors (comme dans le *Corol. 4.*) la résistance du milieu égale à la pesanteur du mobile, rendant ce corps par leur équilibre comme s'il n'avoit alors aucune pesanteur ni le milieu aucune résistance, rendroit aussi la vitesse de projection hors d'état d'être augmentée ni retardée, la pesanteur devant l'emporter sur la résistance pour le premier, & la résistance sur la pesanteur pour le second, ce que leur égalité une fois arrivée ne permet plus.

COROLLAIRE VI.

Cette égalité de la pesanteur constante du mobile avec la résistance du milieu supposé, rendant (*Remarq. 1. sur le Prob. 1.*) $dr = dv = dt$, fait voir aussi qu'alors la Courbe *ARC* des résistances dégénere en une ligne droite parallèle à *FVC*, & donne par-là $AF = RV$ (*Solut.*) $= TU$: de sorte que le *Cor. 6. du Lem. 1.* donnant aussi $AF = AH$ (*hyp.*) $= AB$, on retrouve encore ici $TU (*) = AB (a)$ conformément au précédent *Corol. 5.* c'est à dire (comme dans ce *Corol. 5.*) que dès que la vitesse d'un corps jetté verticalement de haut en bas, sera égale à sa terminale, le mouvement en sera uniforme pour toujours après cela. Par conséquent lorsque la vitesse *AF* ou *AH* de projection verticale de haut en bas, sera égale à la terminale *AB* du corps ainsi jetté, la logarithmique *HUC* dégènera en une ligne droite confonduë avec son asymptote *BC*.

COROLLAIRE VII.

Mais si la force ou vitesse *AH* (*b*) de projection étoit nulle, en sorte que ce corps n'eût plus que sa pesanteur pour descendre, ainsi que dans le *Prob. 1.* le point *H* se

trouvant alors en A , l'arc logarithmique HUC seroit non-seulement le même, mais aussi dans la même position que dans ce Prob. 1. D'où l'on voit par son Corol. 9. que $AB(a)$ égale (*Constr.*) à la sous-tangente de cette logarithmique, est effectivement la vitesse terminale de ce corps, & que par ce moyen le Prob. 1. ne seroit qu'un cas de celui-ci, lequel par conséquent donneroit aussi tous les Corollaires qu'on a tirés de celui-là, en faisant ainsi $AH(b) = 0$ dans tout ce qu'on voit ici & dans la suite jusqu'au Prob. 3.

COROLLAIRE VIII.

Quant aux espaces ici parcourus pendant les tems $AT(t)$, l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ de la logarithmique HUC , trouvée dans la Solution, donnant $adt - udt = adu$, ou $udt = a dt - a du$; l'on aura ici (en intégrant) $\int u dt$ ($ATUH$) $= at - au + q$. Mais le cas de $ATUH = 0$, qui rend $TU(u) = AH(b)$, $AT(t) = 0$, réduisant cette intégrale à $0 = -ab + q$, donne $q = ab$. Donc cette intégrale complète sera $ATUH = at - au + ab$. Par conséquent suivant le Lem. 2. les espaces parcourus pendant les tems $AT(t)$, seront ici entr'eux comme les grandeurs $ab + at - au$, ou (à cause de a constante) comme les $b + t - u$ correspondantes, c'est à dire, comme les correspondantes $AH + AT - TU$, ou (*Constr.*) $TX + XV - RV$, ou bien aussi TR . Ce qui résulte encore de ce que le Lem. 1. donnant par tout $UF = RV$, donne pareillement $ATUH = ARVF$ (*Corol. 3.*) $= ab + at - au$ (la Solution donnant $b + t - u = r$) $= ar = AB \times TR = GT \times TR$: D'où l'on voit encore que ces espaces parcourus pendant les tems AT , doivent être entr'eux comme les ordonnées correspondantes TR de la Courbe ARC des résistances totales ou des vitesses perduës exprimées par ces ordonnées TR comme le sont les résistances totales qui leur sont proportionnelles; & par conséquent aussi entr'eux comme ces résistances totales, ou comme ces vitesses per-

duës des primitives pendant ces tems AT , ainsi que dans le Corol. 4. du Prob. 1.

COROLLAIRE IX.

Toutes choses demeurant les mêmes que ci-dessus de- FIG. IX.
puis AC du côté de la logarithmique HUC , si du point. X.
 H on y fait la droite HPC inclinée de 45. deg. sur HDC
parallele à AC , & qui rencontre en P l'ordonnée TU
prolongée jusque-là, laquelle soit aussi rencontrée en D
par HDC ; cette addition donnant $PD = HD = AT$,
& $TD = AH$, l'on aura ici $PU = PD + DT - TU$
 $= AT + AH - TU$. Mais le précédent Corol. 8. fait
voir que les espaces ici parcourus pendant les tems AT ,
sont entr'eux comme les grandeurs $AT + AH - TU$
correspondantes. Donc ils sont aussi entr'eux comme les
correspondantes PU , lesquelles on voit (Corol. 8.) devoir
être égales aux TR qui leur répondent dans la Fig. 8.

COROLLAIRE X.

Delà il est manifeste qu'après un tems infini l'espace ici
parcouru pendant ce tems, doit être infini; puisque lors-
que ce tems AT est infini, PU l'est aussi. Cela se tire en-
core immédiatement de l'expression $b + t - u$ proportio-
nelle aussi (Corol. 8.) aux espaces ici parcourus, laquelle
est infinie lorsque t (AT) l'est; puisqu'alors la Solution
donne u (TU) = a (AB) finie.

COROLLAIRE XI.

Ces espaces ainsi trouvés (Corol. 8. 9. 10.) par le moyen FIG. XI.
de la logarithmique HUC , & même les tems pendant
lesquels ils ont été parcourus, se trouveront encore par
le moyen d'une hyperbole équilatère quelconque LQO
entre les asymptotes orthogonales BH , BO prise sur CB
prolongée vers O : laquelle hyperbole rencontrée en L ,
 Q , par HL , UQ , paralleles à CO , ait LM , QD , paral-
leles à HB , lesquelles rencontrent BO en M , D , & dont
la première LM rencontre de plus UQ en N , laquelle
rencontre aussi HB en S .

Car si outre les noms précédens de $AB=a$, $AH=b$, TU ou $AS=u$, & par conséquent de GU ou de $BS=a-u$, & de BH ou $ML=a-b$, on suppose de plus ici $HL=c$, & $SQ=y$; l'équation $BS \times SQ = BH \times HL$, c'est à dire en termes analytiques, $\overline{a-u} \times y = \overline{a-b} \times c$, ou $a-u = \frac{ac-bc}{y}$, ou bien aussi $u = a - \frac{ac-bc}{y} = \frac{ay-ac+bc}{y}$, se trouvant être celle de l'hyperbole LQO , l'on aura,

1°. $\frac{y du}{ac-bc} = \frac{du}{a-u}$ (Solut.) $= \frac{dt}{a}$, ou $dt = \frac{ay du}{ac-bc}$ (soit $m = \frac{ac-bc}{ay}$) $= \frac{y du}{m}$; & conséquemment (en intégrant) $t = \int \frac{y du}{m} = \frac{LHSQ}{m}$: c'est à dire, à cause de m constante, que les tems t (AT) du mouvement supposé seront ici entr'eux comme les aires hyperboliques $LHSQ$ correspondantes.

2°. Puisque (nomb. 1.) $dt = \frac{y du}{m}$, & que l'équation asymptotique de l'hyperbole LQO vient aussi de donner $u = \frac{ay-ac+bc}{y}$; l'on aura pareillement ici $u dt = \frac{ay du - ac du + bc du}{m}$, dont l'intégrale est $\int u dt$ ($ATUH$) $= \frac{a}{m} \times \int y du - \frac{ac u}{m} + \frac{bc u}{m} + q = \frac{a}{m} \times LHSQ - \frac{a}{m} HL \times TU + \frac{b}{m} HL \times TU + q$. Mais le cas de $ATUH = 0$, qui rendant aussi $LHSQ = 0$, & $TU = AH$, réduit cette intégrale à $0 = -\frac{a}{m} \times HL \times AH + \frac{b}{m} \times HL \times AH + q$, donne $q = \frac{a}{m} HL \times AH - \frac{b}{m} \times HL \times AH$. Donc cette intégrale complete est $ATUH = \frac{a}{m} \times LHSQ - \frac{a}{m} \times HL \times TU + \frac{a}{m} \times HL \times AH + \frac{b}{m} \times HL \times TU - \frac{b}{m} \times HL \times AH = \frac{a}{m} \times LHSQ - \frac{a}{m} \times LHSN + \frac{b}{m} \times LHSN = \frac{a}{m} \times LNQ + \frac{b}{m} \times LHSN$. Donc aussi (Lem. 2.) les espaces ici parcourus pendant les tems AT ou (nomb. 1.) $LHSQ$, sont entr'eux comme les grandeurs $\frac{a}{m} \times LNQ + \frac{b}{m} \times LHSN$

correspondantes, ou (à cause de m constante) comme les correspondantes $a \times LNQ + b \times LHSN$, ou $AB \times LNQ + AH \times LHSN$.

COROLLAIRE XII.

Dela il suit encore ce qu'on a déjà vû dans le Corol. 10. sçavoir qu'après un tems infini l'espace ici parcouru pendant ce tems, doit encore être infini; puisque lorsque le tems (Corol. 11. nomb. 1.) $LHSQ$ devient $= OLHBO$ infini, l'espace (Corol. 11. nomb. 2.) $AB \times LNQ + AH \times LHSN$ devient aussi $= AB \times OLMO + AH \times LHBM$ infini à cause que $OLMO$ l'est alors.

SCHOLIE.

On voit ici comme dans le Schol. du Prob. 1. que suivant l'hypothèse de $TE(z) = TU(u)$ qu'on y fait de part & d'autre, la Courbe KEC des résistances instantanées, doit encore être ici la même que celle HUC des vitesses actuelles ou restantes malgré les résistances supposées, & se confondre avec elle en un seul & même arc logarithmique placé comme elle par rapport à l'asymptote BC : cette Courbe KEC ayant encore ici $\frac{dz}{z} = \frac{dz}{a-z}$ pour son équation, comme HUC à $\frac{du}{u} = \frac{du}{a-u}$ pour la sienne; & la plus petite des z (TE) doit être égale à b (AH), de même que la plus petite u (TU) l'est à cette même b (AH).

On ne s'arrêtera point ici à chercher les rapports de la pesanteur du mobile aux résistances instantanées du milieu, &c. La manière dont on les a trouvés dans la seconde des deux Remarques faites sur le Prob. 1. montrant assez comment on peut aussi les trouver ici. Le Corol. 7. du présent Probl. 2. fait aussi voir assez comment le Prob. 1. s'en pourroit déduire avec tous ses Corollaires. Ainsi en voilà, ce me semble, assez pour ce qui concerne les mouvemens primitivement accélérés en raison des tems écoulés dans des milieux qui leur résisteroient à chaque instant en raison de leurs vitesses actuelles. Voyons donc présentement

FIG. VIII.

ce qui devoit arriver dans de pareils milieux aux mouvemens primitivement retardés en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entière extinction si le milieu ne faisoit aucune résistance.

PROBLÈME III.

FIG. XII.

Trouver les Courbes ARC des résistances totales, ou des vitesses perduës ; HUC des vitesses restantes ; &c. dans l'hypothèse, 1°. Des résistances instantanées en raison des vitesses restantes à chaque instant ; & 2°. Des vitesses primitives retardées en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entière extinction si le milieu ne faisoit point de résistance, ainsi qu'il arriveroit aux corps de pesanteurs constantes qui y seroient jetés verticalement de bas en haut.

SOLUTION.

Suivant les noms assignés dans le Corol. 1. du Lem. 1. la première de ces hypothèses donnera encore ici $x = u$ comme dans les Solutions des deux Problèmes précédens. Et suivant le Corol. 3. de ce Lem. 1. la seconde donnera $\frac{dt}{u} = \frac{-dt - du}{x}$. Donc ces deux conditions ensemble donneront ici $\frac{dt}{u} = \frac{-dt - du}{u}$, ou $u dt = -a dt - a du$; d'où résulte $u dt + a dt = -a du$, ou $\frac{dt}{u} = \frac{-du}{u + a}$ pour l'équation de la Courbe HUC des vitesses restantes $TU(u)$, laquelle on voit devoir être ici une logarithmique d'une sous-tangente $= a$, sur une asymptote BC parallèle à AC, & distante d'elle de la valeur de $AB = a$, ayant son ordonnée $HB = AB + AF = a + c$ en appelant ici AF ou AC, c ; comme dans le Corol. 3. du Lem. 1. D'où résulte encore $AH = AF = c$, ainsi que dans le Corol. 4. de ce Lem. Ce qu'il falloit premièrement trouver.

Cette Courbe HUC des vitesses restantes $TU(u)$ étant ainsi trouvée, il n'y a plus qu'à prendre par tout $UR = TV$ sur $UD(u + a)$; & la ligne ARC qui passera par tous les points R ainsi trouvés, sera pareillement ici la Courbe des

des résistances totales $TR(r)$, ou des vitesses perduës pendant les tems écoulés $AT(t)$. Car puisque les vitesses perduës à la fin de ces tems sont égales aux différences $TV - TU$ dont les primitives TV surpassent les restantes TU , & que les résistances totales sont comme les vitesses perduës qu'elles ont détruites; ces résistances totales (r) seront aussi $= TV - TU$ (à cause de $VR = TV$) $= VR - TU = TR$; & par conséquent la Courbe ARC construite comme ci-dessus, sera celle de ces résistances totales.

Pour en trouver présentement l'équation, il suffit de remarquer que la précédente $TV - TU = TR$, donnant $TV(v) - TR(r) = TU(u)$, ou $u = v - r$; & le Corol. 3. du Lem. 1. donnant $v = c - t$: l'on aura $u = c - t - r$, & $du = -dt - dr$. Donc en substituant ces valeurs de u , du , dans la précédente équation logarithmique $\frac{dt}{u} = \frac{-du}{a+u}$, l'on aura ici $\frac{dt}{u} = \frac{dt+dr}{a+c-t-r}$, ou $adt - tcdt - tdt - rdt = a dt - tadr$, c'est à dire $cdt - tdt - rdt = adr$; d'où résulte $\frac{dt}{dr} = \frac{a}{c-t-r}$, pour l'équation de la Courbe ARC des résistances totales, ou des vitesses perduës, construite comme ci-dessus. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

COROLLAIRE I.

Si du point N dans lequel la Courbe ARC rencontre la droite FC , on fait NM perpendiculaire en M sur AC , la logarithmique HUC passera par ce point M , ainsi qu'on l'a vu dans le Corol. 4. du Lem. 1. Donc les vitesses doivent ici s'éteindre tout à fait en M à la fin du tems AM .

COROLLAIRE II.

De plus cette logarithmique HUC coupera la droite AC en M sous un angle AMH ou CMC de 45. deg. puisqu'on équation $\frac{dt}{u} = \frac{-du}{a+u}$ s'y réduit à $\frac{dt}{u} = \frac{-du}{u}$, $TU(u)$ y étant nulle suivant le Corol. 1.

COROLLAIRE III.

De plus encore $TU (u)$ en $AH (c)$, y rendant aussi $u=c$, l'équation précédente $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{a+u}$ s'y changera en $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{a+c}$; ce qui fait voir que la rencontre de la logarithmique HUC en H avec son ordonnée HB , s'y fera sous un angle AHM dont le sinus sera à celui de son complément :: $a, a+c :: AB, BH$.

COROLLAIRE IV.

Pour ce qui est de la Courbe ARC , ayant par tout (Solut.) $r=v-u$ (Lem. 1. Corol. 3.) $=c-t-u$; la substitution de cette valeur de r dans l'équation $\frac{dt}{dr} = \frac{a}{c-t-u}$ de cette Courbe, changera cette équation en $\frac{dt}{dr} = \frac{a}{a} = \frac{DS}{TV}$

en faisant US tangente en U de la logarithmique HUC , & qui rencontre son asymptote BC en S . Ce qui fait voir,

1°. Que les ordonnées $TR (r)$ de la Courbe ARC , seront par tout aux soit tangentes (sur AC) de ses tangentes en $R :: TU, DS$. c'est à dire, comme les TU correspondantes sont aux soit tangentes DS de la logarithmique HUC , pareillement correspondantes sur son asymptote BC .

2°. Que TU en AH , lui devenant égale, la Courbe ARC doit faire en A avec AC , un angle dont le sinus soit à celui de son complément :: $AH, DS :: AH, AB$.

3°. Que TU en M , devenant $=0$, la précédente équation $\frac{dt}{dr} = \frac{DS}{TV}$ doit s'y changer en $\frac{dt}{dr} = \frac{DS}{a}$, c'est à dire, y avoir dt infinie par rapport à dr , & y rendre par conséquent la tangente en N de la Courbe ARC , parallèle à son axe AC .

4°. Que TU diminuant toujours depuis AH jusqu'en M , & augmentant ensuite toujours négativement depuis M vers C ; dr doit aussi toujours diminuer depuis A jusqu'en N , & augmenter ensuite depuis N vers C dans l'é-

quation précédente $\frac{dt}{dr} = \frac{DS}{TV}$ de la Courbe *ARC*, dont les *TR* (*r*) augmentent à mesure que les *TV* (*u*) correspondantes diminuent, & réciproquement. D'où l'on voit que cette Courbe *ARC* doit avoir ici sa concavité toujours tournée vers son axe *AC*, s'en éloigner depuis *A* jusqu'en *N*, & s'en rapprocher depuis *N* vers *C*. Mais le surplus *NC* de cette Courbe est ici inutile, de même que le surplus *MC* de la logarithmique *HUC*, les vitesses *u* (*TV*) n'y pouvant devenir négatives, ni renaître après s'être anéanties en *M*; puisqu'il ne s'agit ici que de vitesses retardées.

5°. L'équation $\frac{dt}{dr} = \frac{a}{c-t-r}$ (*Solut.*) de cette Courbe *ARC*, donnant $c dt - t dt - r dt = a dr$, ou $c dt - t dt - a dr = r dt$, il est visible que $\int r dt = ct - \frac{1}{2} t^2 - ar$: c'est à dire que son aire *ATR* ($\int r dt$) = $\frac{2ct - t^2 - 2ar}{2}$.

6°. L'équation $\frac{dt}{dr} = \frac{a}{u}$ trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, donnant $u dt = a dr$, il est pareillement visible que $\int u dt = ar = DS \times TR$: c'est à dire que l'aire *ATUH* ($\int u dt$) de la Courbe *HUC*, sera ici = $DS \times TR$; & (à cause de $DS = a$ constante) que les aires *ATUH* seront entr'elles comme les ordonnées correspondantes *TR* de la Courbe *ARC*, c'est à dire aussi (*Solut.*) comme les résistances totales, ou comme les vitesses perduës à la fin des tems *AT* correspondans.

7°. Puisque les vitesses ici retardées, dont la première *c* est la plus grande, y donnent (*nomb. 6.*) *ATUH* = $DS \times TR = ar$; & que dans la Fig. 6. du Prob. 1. des mouvemens accélérés, dont *a* est la plus grande & la dernière des vitesses possibles, le Corol. 4. de ce Prob. 1. donne pareillement *ATU* = $at - au = ar$ (*Fig. 6.*) = $BS \times TR$: il est manifeste que si *a* est la même de part & d'autre, c'est à dire, si les soultangentes *DS* (*Fig. 12.*) & *BS* (*Fig. 6.*) y sont égales, en sorte que les logarithmiques *HUC* y soient la même de part & d'autre dans des positions différentes; ces aires *ATUH* (*Fig. 12.*) & *ATU* (*Fig. 6.*)

FIG. VI.
XII.

qui sont également de chaque part comme les résistances totales TR , ou comme les vitesses perduës qui leur répondent, seront entr'elles comme ces résistances totales ou vitesses perduës correspondantes d'une part seroient aux correspondantes de l'autre.

COROLLAIRE V.

Fig. XII.

Puisque les vitesses restantes TU (u) s'anéantissent (Corol. 1.) en M à la fin du tems AM , au lieu que les primitives TV (v) ne l'auroient été (*hyp.*) qu'en C à la fin du tems AC sans la résistance du milieu; la durée du mouvement permis par cette résistance du milieu, doit être ici à ce qu'il auroit duré sans elle :: $AM. AC$. De sorte que MC est ici la quantité dont cette résistance fait moins durer le mouvement qu'il n'auroit duré sans elle.

COROLLAIRE VI.

Il suit du nomb. 4. du Corol. 4. que les résistances instantanées du milieu où se fait le mouvement en question, doivent diminuer depuis A jusqu'en M , c'est à dire (Corol. 1.) depuis le commencement du mouvement jusqu'à l'entière extinction des vitesses; puisque suivant ce nomb. 4. du Corol. 4. les dr diminuent toujours depuis A jusqu'en N , & que suivant le Lem. 1. ces résistances instantanées sont proportionnelles à ces dr .

COROLLAIRE VII.

Quant aux espaces parcourus nonobstant ces résistances pendant les tems AT (t), le Lem. 2. fait voir qu'ils doivent être ici entr'eux comme les aires correspondantes $ATUH$ de la Courbe HUC des vitesses actuelles ou restantes TU (u) en vertu desquelles ils sont parcourus. Mais l'équation $\frac{dt}{u} = \frac{-du}{u}$ trouvée d'abord (Solut.) pour celle de cette Courbe HUC , donnant $u dt = - du$, l'on aura (en intégrant) $\int u dt$ ($ATUH$) = $-at - au - \frac{1}{2}q$; & le cas de TU (u) en AH (c) rendant

$ATUH = 0$, $t = 0$, & $u = c$, réduit cette intégrale à $0 = -ac + q$, & rend par-là $q = ac$: de sorte que cette intégrale complete se trouve être $ATUH = ac - at - au$. Donc les espaces parcourus pendant les tems $AT(t)$, seront ici comme les grandeurs correspondantes $ac - at - au$, ou (à cause de a constante) comme les correspondantes $c - t - u$, c'est à dire suivant les noms des Corol. 1. & 3. du Lem. 1. comme les correspondantes $AH - AT - TV$, ou (en faisant GZ parallele à AC par le point V , & qui rencontre les droites AH , HC , en G , Z) comme les correspondantes $HG - AT$, ou bien aussi comme les $HG - GV$, c'est à dire, comme les VZ correspondantes, à cause que AH (Lem. 1.) $= AC$, rend $HG = GZ$.

COROLLAIRE VIII.

Puisque (Corol. 7.) l'aire $ATUH = ac - at - au$, & que le Corol. 1. donne $u(TU) = 0$ en M , l'on aura aussi l'aire entiere $AMH = ac - at = ac - a \times AM$. Donc (Corol. 7.) les espaces parcourus pendant les tems $AT(t)$ seront ici à l'espace entier parcouru pendant tout le tems AM , c'est à dire (Corol. 1.) jusqu'à l'entière extinction des vitesses: $ac - at - au$. $ac - a \times AM :: c - t - u$. $c - AM :: HG - AT$. $HA - AM$ (les Corol. 4. & 3. du Lem. 1. donnant $HA = AF = AC$): $HG - AT$. $AC - AM$ (à cause de $AT = GU$, & de $HG = GZ$): VZ . MC .

COROLLAIRE IX.

Puisque le Corol. 3. du Lem. 1. donne $TV = c - t$, ou $AF + TV = c + c - t = 2c - t$, ou bien aussi le trapeze $ATVF$ ($\frac{AF + TV}{2} \times AT$) $= \frac{2ct - t^2}{2}$; & que le Corol. 7. de ce Problème-ci donne pareillement $ATUH = ac - at - au$: l'on aura ici $ATUH$. $ATVF :: ac - at - au$. $\frac{2ct - t^2}{2} :: 2ac - 2at - 2au$. $2ct - t^2$. Mais on voit par le Lem. 2. que l'espace ici parcouru pendant quelque tems $AT(t)$ que ce soit, nonobstant les résistances supposées,

seroit à ce qui en auroit été parcouru en pareil tems sans elles, c'est à dire, dans un milieu sans résistance, ou en vertu du mouvement primitivement supposé :: $ATUH$. $ATVF$. Donc le premier de ces espaces seroit aussi au second :: $2ac - 2at - 2au$. $2ct - tt$:: $2ac - 2at - 2au$. $cc - cc + 2ct - tt$:: $2ac - 2at - 2au$. $cc - c - t$ (à cause de $c - t = TC$, $c - u = HA - UT$, $c = AC$, $a = DS$) :: $2DS \times TC - TU$. $AC \times AC - TC \times TC$:: $2DS \times HG - AT$. $AC \times AC - TC \times TC$:: $2DS \times UZ$. $AC \times AC - TC \times TC$.

COROLLAIRE X.

Par conséquent T en M , rendant $AT = AM$, $TC = MC$, $UZ = MC$, $HG = HA = AF = AC$, & $TU = 0$; l'on aura pareillement tout l'espace parcouru pendant le tems AM nonobstant les résistances supposées, à ce qui en auroit été parcouru en pareil tems sans elles en vertu du mouvement primitivement supposé :: $2DS \times MC$. $AC \times AC - MC \times MC$.

COROLLAIRE XI.

Donc en cas d'espaces parcourus jusqu'à l'entière extinction des vitesses de part & d'autre, les durées entières jusque-là des mouvemens qui y seroient employés, étant (*hyp.*) AC pour le parcouru en vertu des vitesses primitives TV supposées comme dans un milieu sans résistance ni action, & (*Corol. I.*) AM pour le parcouru en vertu des vitesses TU restantes de ces primitives malgré les résistances supposées; le changement qui se feroit alors de AM en AC pour le premier cas, & qui rendroit par-là $MC = 0$ dans le second terme du raport trouvé dans le précédent Corol. 10. pendant que le reste demeureroit le même ici que là; donneroit ici tout l'espace parcouru jusqu'à l'entière extinction des vitesses pendant le tems AM nonobstant les résistances supposées, à tout ce qui en auroit été parcouru jusqu'à une pareille extinction de vitesses dans un milieu sans résistance pendant le tems AC .

$:: 2DS \times MC. AC \times AC :: MC. \frac{AC \times AC}{2DS}$. D'où l'on voit que si l'on prend HX (sur HA) $= \frac{AC \times AC}{2DS}$ (Solut.) $= \frac{AH \times AH}{2AB}$, c'est à dire, HX égale à la moitié d'une troisième proportionnelle aux lignes AB, AH ; le premier de ces espaces sera au second $:: MC. HX$.

COROLLAIRE XII.

Il suit delà que si $AH = AB$, c'est à dire que si la vitesse de projection de bas en haut étoit égale à la terminale du corps jetté, en prenant AB (suivant le Corol. 9. du Prob. 1.) pour cette vitesse terminale; ayant alors $HX \left(\frac{AH \times AH}{2AB} \right) = \frac{AB \times AB}{2AB} = \frac{1}{2} AB$, la hauteur à laquelle ce corps ainsi jetté monteroit dans le milieu résistant, seroit à celle où il monteroit dans le milieu sans résistance $:: MC. \frac{1}{2} AB$ (les Solutions des Probl. 1. & 3. donnant $DS = AB$) $:: MC. \frac{1}{2} DS$. D'où l'on voit que la sôutangente DS de la logarithmique HUC doit être ici double de la hauteur à laquelle la vitesse terminale peut faire monter le corps sans résistance du milieu, ainsi que M. Hughsens l'a dit sur la fin de son discours de la cause de la pesanteur, pag. 173.

COROLLAIRE XIII.

Puisque (Corol. 7.) l'aire $ATUH = ac - at - au$, l'espace ici parcouru nonobstant les résistances supposées pendant le tems $AT (t)$ en vertu des vitesses restantes $TU (u)$, sera aussi (Lem. 2.) à ce qui en auroit été parcouru pendant le même tems, d'une vitesse uniforme égale à la première $AH (c)$ de ces vitesses restantes $:: ac - at - au. ct$ (à cause de $a = DS, c = AC = AH, t = AT, u = TU$) $:: DS \times TC - TU. AC \times AT :: DS \times HG - AT. AC \times AT :: DS \times UZ. AC \times AT$. De sorte que T en M , rendant $AT = AM, TC = MC, UZ = MC, HG = HA = AC$, & $TU = 0$; l'espace ici parcouru nonobstant les résistances supposées pendant tout le tems AM , c'est à dire (Corol. 1.) jusqu'à l'entière extinction des vitesses par ces résistances, sera pareillement à ce qui

en auroit été parcouru pendant le même tems, d'une vitesse uniforme égale à la première AH de celles-là ::

$DS \times MC. AC \times AM :: MC. \frac{AC \times AM}{DS}$ (la Solution donnant $AC = AF, DS = AB$) :: $MC. \frac{AF \times AM}{AB}$ (les parallèles BM, FQ , donnant $AB. AM :: AF. AQ = \frac{AF \times AM}{AB}$) :: $MC. AQ.$

COROLLAIRE XIV.

Les rapports des espaces trouvés dans les six derniers Corol. 7. 8. 9. 10. 11. 12. par le moyen de l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{-dt - du}{u}$ de la Solution, peuvent encore se trouver par le moyen du nomb. 6. du Corol. 4. Car,

1°. Ce nomb. 6. donnant l'aire $ATUH = DS \times TR$, le Lem. 2. donnant aussi les espaces ici parcourus pendant les tems AT , en raison de ces aires $ATUH$ correspondantes; ces mêmes espaces parcourus (*hyp.*) de vitesses retardées & primitivement & par les résistances supposées, seront ici entr'eux comme les produits correspondans $DS \times TR$, ou simplement (à cause de DS constante) comme les ordonnées correspondantes TR de la Courbe ARC des résistances totales, c'est à dire, comme les résistances totales ou comme les vitesses perduës à la fin des tems AT correspondans, ainsi que dans le Corol. 4. du Prob. 1. & dans le Corol. 8. du Prob. 2. des mouvemens accélérés nonobstant ces résistances, & conformément au nomb. 7. du Corol. 4. du présent Prob. 3.

2°. De sorte que dans ces trois Problèmes des mouvemens primitivement accélérés & retardés suivant les raisons qu'on y suppose, les espaces parcourus sont également comme les résistances totales du milieu supposé, ou comme les vitesses perduës pendant les tems employés à parcourir ces espaces.

3°. Le précédent nomb. 1. fait aussi voir que les espaces qui y sont parcourus pendant les tems AT nonobstant les résistances supposées, seront ici à l'espace entier
parcours

parcouru de même pendant le tems AM nonobstant ces mêmes résistances, c'est à dire (*Corol. 1.*) jusqu'à l'entière extinction des vitesses en $M :: DS \times TR. DS \times MN :: TR. MN.$

4°. Ces espaces ici parcourus pendant les tems AT nonobstant les résistances supposées, seroient pareillement à ce qui en auroit été parcouru pendant le même tems sans elles, c'est à dire, en vertu des vitesses primitives TV dans un milieu sans résistance ni action :: $DS \times TR. ATVF :: DS \times TR. \frac{AF \times AC - TV \times TC}{2} :: 2DS \times TR. AC \times AC - TC \times TC.$

5°. Par conséquent (en prenant $AT = AM$) tout l'espace ici parcouru pendant tout le tems AM nonobstant les résistances supposées, c'est à dire (*Corol. 1.*) jusqu'à l'entière extinction des vitesses par ces résistances, seroit à ce qui en auroit été parcouru sans elles pendant le même tems $AM :: 2DS \times MN. AC \times AC - MC \times MC.$

6°. Le premier de ces espaces ici parcouru pendant le tems AM nonobstant les résistances supposées, seroit (*Lem. 2.*) à ce qui en auroit été parcouru sans elles pendant tout le tems AC en vertu des vitesses primitives supposées TV : c'est à dire, jusqu'à l'entière extinction des vitesses de part & d'autre :: $AMH. ACF$ (*nomb. 1.*) :: $DS \times MN. \frac{AC \times AF}{2}$ (*Lem. 1. Corol. 3.*) :: $DS \times MN. \frac{AC \times AC}{2} :: MN. \frac{AC \times AC}{2DS}$ (la Solution donnant $AB = DS$, & les *Corol. 3. 4.* du *Lem. 1.* donnant aussi $AC = AF = AH$) :: $MN. \frac{AH \times AH}{2AB} :: MN$ ou $MC. HX.$ en prenant HX égale à la moitié d'une troisième proportionnelle aux lignes AB, AH , ainsi que dans le *Corol. 11.*

7°. La même chose peut se tirer encore du nomb. 5. en considérant que AM ici changée en AC pour le mouvement qui se feroit dans un milieu sans résistance, rendroit $MC = 0$ pour ce mouvement dans le second terme du rapport trouvé dans ce nomb. 5. Puisque ce nomb. 5. donne-

roit alors le premier de ces espaces au second :: $2DS \times MN.$
 $AC \times AC :: MN. \frac{AC \times AC}{2DS} :: MN. \frac{AH \times AH}{2AB} :: MC. HX.$
 Toutes choses demeurant les mêmes ici que dans le précédent nomb. 6.

8°. L'espace ici parcouru pendant le tems AT nonobstant les résistances supposées, sera ici (*Lem. 2.*) à ce qui en auroit été parcouru en pareil tems d'une vitesse uniforme égale à la première AF ou $AH :: DS \times TR. AH \times AT.$ D'où l'on voit qu'à la fin du tems AM , le premier de ces espaces parcouru de vitesses qui (*Corol. 1.*) s'éteignent tout à fait en M par les résistances supposées, seroit au second parcouru d'une vitesse (*hyp.*) uniforme égale à la première AH de celles-là :: $DS \times MN. AH \times AM :: MN. \frac{AH \times AM}{DS}$ (*Solut. & Corol. 3. 4. du Lem. 1.*) :: $MC. \frac{AF \times AM}{AB} :: MC. AQ.$ en tirant les paralleles BM, FQ , ainsi que dans le Corol. 13.

COROLLAIRE XV.

Si presentement sur l'asymptote AC on suppose par le point H une logarithmique HYC d'ordonnées $TY = y$, & d'une même soûtangente (a) que la précédente HUC , dont elle soit par conséquent une portion d'une autre position qu'elle, on verra par les Mem. de 1707. pag. 391. & 392. Corol. 2. que si au lieu d'y prendre la première vitesse $= a$, on l'y eût prise $= c$, l'on y auroit eu l'espace parcouru pendant un tems quelconque AT (t), en vertu des vitesses (y) restantes de cette primitivement uniforme (c) égale à la première AH des précédentes, & retardée en raison de ces restantes, comme $ac - ay$. On vient de voir aussi dans le Cor. 7. que l'espace ici parcouru pendant le même tems AT (t) en vertu des vitesses TU (u) restantes des primitivement retardées TV (v) de ce Problème-ci, dont la plus grande AF est aussi (*Corol. 3. 4. du Lem. 1.*) $= c = AH$, & que les résistances du milieu retardent encore (*hyp.*) en raison des vitesses restantes, est comme

$ac—at—au$. Donc le premier de ces espaces sera ici au second :: $ac—ay$. $ac—at—au$:: $c—y$. $c—t—u$ (en faisant YL parallele à AC , & qui rencontre AH en L , & HC en l) :: HL . $HG—GV$:: HL . UZ :: Ll . UZ .

Donc aussi (en prolongeant NM jusqu'à la logarithmique HYC en O , d'où soit OP parallele à AC , & qui rencontre AH en P , & HC en p) ce qui se parcourroit d'espace de la premiere maniere, c'est à dire, en vertu des vitesses restantes TY (y) pendant le tems AM , seroit à ce qui s'en parcourroit de la seconde, c'est à dire, en vertu des vitesses restantes TU (u) pendant le même tems AM :: HP . $HA—AM$ (à cause de $HA=AF=AC$) :: HP . MC :: HP . MN :: Pp . MC :: Pp . MN .

COROLLAIRE XVI.

Ce raport d'espaces se peut encore trouver autrement. Car on vient de voir (Corol. 15.) suivant les Mem. de 1707. pag. 391. & 392. Corol. 2. du Prob. 1. que les espaces parcourus comme dans le précédent Corol. 15. pendant les tems AT en vertu des vitesses TY (y) restantes de la primitivement uniforme AH (c) qu'on y suppose, sont comme les grandeurs $ac—ay$ correspondantes, c'est à dire (à cause de a constante) comme les $c—y$ ou comme les HL correspondantes; & dans le penultième Corol. 14. nomb. 1. que les espaces aussi parcourus pendant les mêmes tems AT en vertu des vitesses TU (u) restantes des primitivement retardées TV (u) supposées dans ce Problème-ci, sont aussi comme les TR correspondantes. Donc l'espace parcouru des premieres vitesses (y) pendant un tems AT quelconque, est à l'espace parcouru en vertu des secondes (u) pendant le même tems AT :: HL . TR . c'est à dire, suivant les Corollaires qu'on vient de citer, que les espaces parcourus avec de telles vitesses pendant un même tems quelconque, sont toujours ici entr'eux comme les résistances totales qui leur répondent, ou comme les vitesses perduës & éteintes par ces résistances. Donc en prenant AM pour le tems AT , en conce-

vant ces-espaces continués ou parcourus jusqu'à la fin du tems AM ; cette égalité de $AT=AM$, rendant $HL=HP$, & $TR=MN$, le premier de ces espaces parcourus l'un & l'autre (chacun à sa manière supposée) pendant le tems AM , fera au second :: $HP. MN :: Pp. MC.$ ainsi que dans le précédent Corol. 15.

COROLLAIRE XVII.

Ce raport & celui qui le précède, peuvent encore se déduire du premier qu'on a trouvé entre les mêmes espaces dans le précédent Corol. 15. dans lequel le premier de ces espaces s'est trouvé être au second :: $c-y. c-t-z :: HL.TC-TV :: HL.TV-TV :: HL.TV-RV :: HL.TR.$ comme ci-dessus. Ce qui donne encore aussi le premier de ces espaces au second :: $HP. MN.$ lorsque AM est le tems commun employé à parcourir chacun d'eux, ainsi qu'on le vient de voir dans les Corol. 15. & 16.

COROLLAIRE XVIII.

Si presentement on imagine un corps d'une pesanteur constante qui, en tombant en ligne droite dans un milieu sans résistance ni action, lui donneroit des vitesses lesquelles seroient entr'elles comme les tems écoulés ou employés à les aquerir, & qui en remontant par la même ligne en vertu d'une force de projection de bas en haut, ne lui laisseroit de vitesses qu'en raison des tems à écouler jusqu'à leur entiere extinction; que dans l'un & dans l'autre de ces mouvemens il soit retardé par des résistances du milieu lesquelles soient comme les vitesses actuelles restantes ou acquises; & que sa vitesse de projection soit à sa terminale, c'est à dire (Corol. 9. du Probl. 1.) à la plus grande qu'il pût aquerir en tombant dans ce milieu en vertu de sa pesanteur :: $AH. AB$ (Solut.) :: $c. a.$ quel que soit ce raport.

FIG. XIII.

Cela supposé, si au lieu de la tangente US (Fig. 12.) de la logarithmique HUC , on lui en fait une en M (Fig. 13.) laquelle soit MSC , qui rencontre aussi BC en S ; qu'on

prenne AM pour le tems de l'ascension de ce corps jusqu'à l'entière extinction de sa vitesse de projection, & $M\theta$ pour tel autre tems qu'on voudra de sa chute prise depuis son commencement M ; qu'on fasse $\theta\delta$ parallèle à HB , & qui rencontre en ν, π, δ , la logarithmique HUC , la tangente MSC , & son asymptote BC ; & qu'enfin on prolonge MN jusqu'à la rencontre de BC en X : le Corol. 7. du present Prob. 3. donnera l'aire $ATUH = ac - at - au = XS \times HG - GU = XS \times UZ$; & le Corol. 4. du Prob. 1. donnera aussi l'aire $M\theta\nu = at - au = XS \times M\theta - \theta\nu = XS \times \theta\pi - \theta\nu = XS \times \nu\pi$, en prenant encore ici comme là, $\theta\nu = u$, & $M\theta = t$ sur MC prolongée vers ∞ , dont le point M est le commencement du tems de la chute supposée. Donc $TU, \theta\nu$, étant ici (*Solut. des Prob. 3. & 1.*) les vitesses actuelles ou restantes à la fin des tems $AT, M\theta$, l'on y aura (*Lem. 2.*) l'espace parcouru en montant pendant le tems AT en vertu de la vitesse de projection, au parcouru pendant le tems $M\theta$ en tombant suivant la même ligne droite d'ascension ou suivant une parallèle, en vertu de la pesanteur du mobile: : $XS \times UZ. XS \times \nu\pi$: : $UZ. \nu\pi$. Donc aussi l'espace parcouru en montant pendant les tems AM , c'est à dire (*Carol. 1.*) jusqu'à l'entière extinction de la vitesse de projection, sera ici à l'espace parcouru en tombant pendant un tems quelconque $M\theta$ en vertu de la pesanteur du mobile: : $MC. \nu\pi$.

COROLLAIRE XIX.

Cela & le reste trouvé jusqu'ici par le moyen de la logarithmique HUC , se peut aussi trouver par le moyen de l'hyperbole. Pour le voir soit l'asymptote CB de cette logarithmique HUC , prolongée vers K ; & entre les asymptotes orthogonales BH, BK , soit l'hyperbole équilatère PQK , laquelle soit rencontrée en E, Q , par UG, MA , prolongées jusqu'à elle, & en P par HP parallèle aussi à BK ; par le point Q soit NZ parallèle à HB , & qui rencontre en N, F , les ordonnées HP, GE , prolongées aussi jusqu'à elle, en rencontrant de même BK en Z .

FIG. XIV.

Cela fait, il suit de la Solution que si l'on prend encore AH (c) pour la premiere ou la plus grande vitesse du mobile au commencement de son retardement par les résistances supposées, les parties AG (u) de cette ligne, & par conséquent aussi les rectangles $QAGF$ dont elles sont les bases, seront ici non-seulement comme les vitesses restantes TU (u) à la fin des tems AT (t); mais encore comme les résistances instantanées (dr) qu'on suppose ici proportionnelles à ces vitesses.

COROLLAIRE XX.

Si l'on prend présentement $a \rightarrow u$, y , pour les coordonnées BG , GE , de l'hyperbole PQK , laquelle ait ici $AB=a$, $AQ=b$, $AH=c$, $AG=u$, $GE=y$; & par conséquent $\overline{a-u} \times y = ab$, ou $\overline{a-u} = \frac{ab}{y}$, ou bien aussi $u = \frac{ab}{y} - a = \frac{ab-ay}{y}$ pour son équation: la Solution donnant $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{a+u}$, l'on aura pareillement ici $\frac{dt}{a} = \frac{-ydu}{ab}$, ou $dt = \frac{-ydu}{b}$; & conséquemment (en intégrant) $t = -\int \frac{ydu}{b} + q = -\frac{QAGE}{AQ} + q$. Mais le cas de $t(AT) = 0$, rendant $QAGE = QAHP$, réduit la précédente intégrale à $0 = -\frac{QAHP}{AQ} + q$, d'où résulte $q = \frac{QAHP}{AQ}$. Donc cette intégrale juste & précise sera $t = \frac{QAHP - QAGE}{AQ} = \frac{PHGE}{AQ}$. Par conséquent les tems écoulés (t) du mouvement ici retardé & primitivement & par les résistances supposées, seront entr'eux en raison des aires hyperboliques $PHGE$ correspondantes.

COROLLAIRE XXI.

Puisque (Corol. 10.) $u = \frac{ab-ay}{y}$, & $dt = \frac{-ydu}{b}$; l'on aura pareillement ici $u dt = \frac{-abdu + aydu}{b}$; & conséquemment (en intégrant) $\int u dt = -\frac{a}{b} \times bu + \frac{a}{b} \times \int y du +$

$$-+q = -\frac{a}{b} \times QAGF - +\frac{a}{b} \times QAGE - +q = -\frac{a}{b} \times EQF - +q :$$

De sorte que le cas de $\int u dt (ATUH) = 0$, rendant $EQF = PQN$, & réduisant ainsi la précédente intégrale à $0 = -\frac{a}{b} \times PQN - +q$, d'où résulte $q = \frac{a}{b} \times PQN$; cette intégrale précise sera $\int u dt = \frac{a}{b} \times PQN - \frac{a}{b} \times EQF = \frac{a}{b} \times PEFN$. Donc (Lem. 2.) la fraction $\frac{a}{b}$ étant constante, les espaces ici parcourus pendant les tems écoulés $\frac{PHGE}{AQ} (t)$ en vertu des vitesses (Corol. 10.) restantes AG ou $TU (u)$ malgré les résistances supposées, seront entr'eux comme les aires hyperboliques $PEFN$ correspondantes.

COROLLAIRE XXII.

Si l'on imagine encore comme dans le Corol. 18. un corps de pesanteur constante qui, en tombant en ligne droite dans un milieu sans résistance, lui donneroit des vitesses qui seroient comme les tems écoulés depuis le commencement de sa chute; & en remontant par la même ligne dans ce milieu en vertu de quelque reflexion ou d'une force de projection de bas en haut, ne lui en laisseroit qu'en raison des tems à écouler jusqu'à leur entière extinction: Que l'un & l'autre de ces mouvemens soient faits dans un milieu résistant en raison de leurs vitesses actuelles acquises ou restantes; & que la vitesse de reflexion ou de projection de bas en haut du mobile, soit à sa terminale, c'est à dire (Corol. 9. Prob. 1.) à la plus grande qu'il pût jamais acquérir dans ce milieu :: $AH (c)$. FIG. XV.
 $AB (a)$.

Soit encore l'hyperbole équilatère PQK entre les asymptotes orthogonales BH , BK , & rencontrée encore aussi en P , Q , par HP , AQ , parallèles à BK . De l'origine A , soient deux indéterminées quelconques AG , AL , prises sur les déterminées $AH (c)$, $AB (a)$; & après avoir fait les ordonnées GE , LD , qui rencontrent l'hyperbole en E , D , soit NZ parallèle à HB par le point Q , & qui soit

132 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
rencontrée en N, F, M, Z , par les paralleles HP, GE, LD, BK .

Il suit des deux derniers Corol. 20. 21. & des Corol. 12. 13. du Prob. 1. que si l'on prend l'aire hyperbolique $PHGE$ pour le tems ou la durée de l'ascension verticale du mobile, & $QALD$ pour le tems ou la durée de sa chute par la même ligne; les espaces qu'il parcourra pendant ces tems nonobstant les résistances supposées du milieu à traverser, seront entr'eux comme les aires $PEFN, DQM$, correspondantes: de maniere que ce qu'il en parcourra en montant pendant les tems $PHGE$, sera à ce qu'il en parcourra en descendant pendant le tems $QALD$:: $PEFN. DQM$. Et si l'on suppose l'ascension faite jusqu'à l'entière extinction de la vitesse de projection AH pendant le tems $PHAQ$; l'espace parcouru en montant jusqu'à cette entiere extinction à fin de ce tems $PHAQ$, sera au parcouru en descendant pendant le tems $QALD$:: $PQN. DQM$. De sorte que si l'on prend $LB. AB$:: $AB. HB$. les tems $PHAQ$ & $QALD$ se trouvant alors égaux, l'on aura aussi PQN & DQM pour des espaces parcourus en tems égaux; le premier PQN pour le parcouru en montant jusqu'à l'entière extinction de sa vitesse de projection AH de bas en haut, & le second DQM pour le parcouru en descendant pendant le même tems. Et si l'on prend $DQM = PQN$, ainsi qu'il arrive lorsque $PHLD = HLMN$, ces espaces seront alors égaux; & les aires $PHAQ, QALD$, alors inégales, exprimeront les tems employés à les parcourir.

Tout cela s'accorde avec ce que *M. Newton* en a démontré à sa manière dans ses *Princ. Math. Liv. 2. Sect. 1. Prop. 3. pag. 238. &c.*

SCHOLIE.

FIG. XII. Puisque la première des deux conditions de ce Problème-ci donne $x = u$, & que sa Solution donne $\frac{dx}{x} = \frac{-du}{u+x}$ pour l'équation de la Courbe HUC des vitesses restantes, qu'on voit dans cette Solution être une logarithmique;

que, l'on aura pareillement $\frac{dt}{a} = \frac{-dz}{a+z}$ pour l'équation de la Courbe *KEC* des résistances instantanées, laquelle par conséquent sera encore cette logarithmique elle-même : c'est à dire que les Courbes *HUC* des vitesses restantes, & *KEC* des résistances instantanées se confondront ici (de même que dans les Prob. 1. & 2.) en une seule & même logarithmique d'une soûtangente $= a$, d'une ordonnée *HB* ou *KB* $= a + c$, & donc *BC* (perpendiculaire en *B* sur *KF*) sera l'asymptote.

REMARQUE I.

Les équations construites par le moyen de la logarithmique dans les Mem. de 1707. pag. 382. &c. se construiront aussi par le moyen de l'hyperbole, en y employant une Analyse à peu près semblable à celle qui vient de servir à construire celle du Prob. 1. dans ses Corol. 12. 13. celle du Prob. 2. dans son Corol. 11. & celle du Prob. 3. dans ses Corol. 20. & 21.

REMARQUE II.

Quant aux rapports de la pesanteur du mobile aux résistances instantanées du milieu, &c. trouvés ci-dessus pour le Prob. 1. dans la seconde des deux Remarques qui le suivent, cette Remarque faisant assez voir comment on les pourroit aussi trouver ici (*Prob. 3.*) nous n'y en remarquerons qu'un dont nous aurons besoin dans la recherche des Courbes de projection : sçavoir, que la vitesse (*v*) restante de la verticale (*c*) de bas en haut à chaque instant, sera toujours ici à la plus grande (*a*) que le mobile puisse acquérir (*Cor. 9. du Prob. 1.*) en tombant en vertu de sa pesanteur dans le milieu supposé, comme la résistance que fait ce milieu à cette vitesse restante de bas en haut, est à la pesanteur constante de ce mobile. En effet les hypothèses du présent Prob. 3. donnant $z = v$, & $dv = -dt$ suivant le Corol. 3. du Lem. 1. dans l'équation generale $\frac{dt}{a} = \frac{dv}{z}$ du Corol. 1. de ce Lemme, cette équation générale se

V

1708.

réduit ici à $\frac{-dv}{u} = \frac{dr}{u}$: ce qui suivant la Remarq. 1. sur le Prob. 1. donne le raport précédent.

Ce seroit ici le lieu de démontrer tout ce que M. Huguens s'est contenté d'énoncer à la fin de son discours de la cause de la pesanteur dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des vitesses actuelles des corps mis, comme l'est ci-dessus tout ce que M. Newton, M. Leibnitz, & M. Wallis en ont démontré à leurs manières ; mais ce sera pour un autre Memoire, celui-ci étant déjà assez long. Après cela nous démontrerons, & en plusieurs manières, les Courbes de projection de cette hypothèse pour passer ensuite à d'autres.

DESCRIPTION D'UN NOUVEAU BAROMETRE

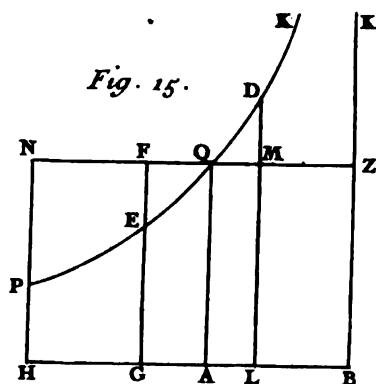
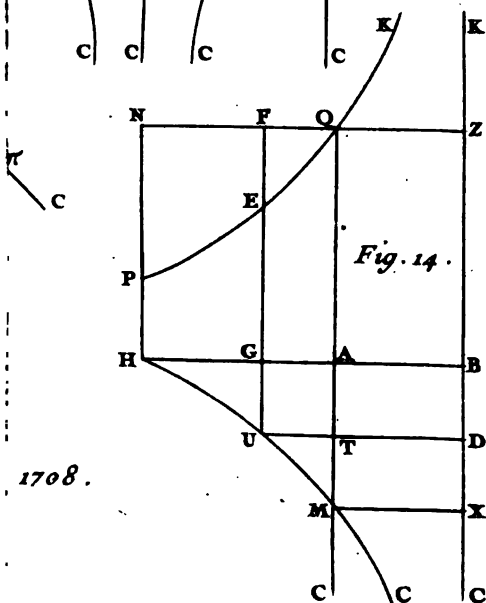
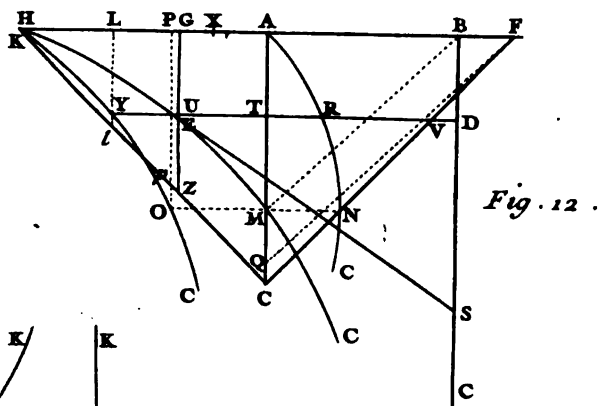
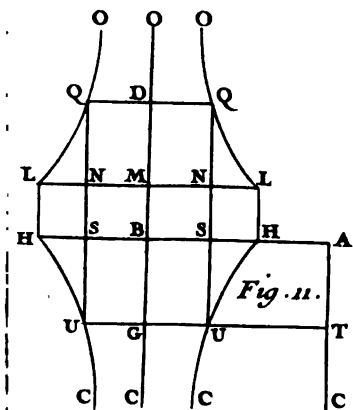
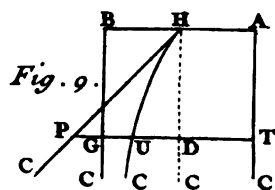
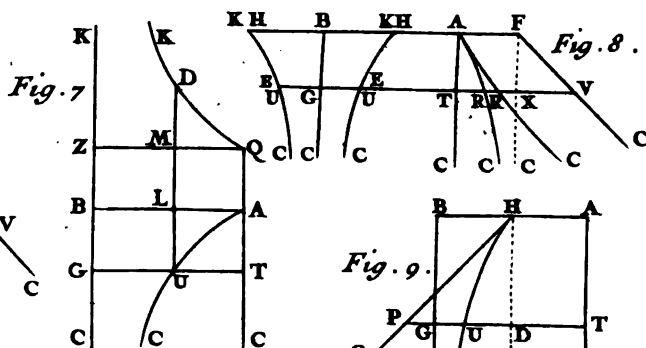
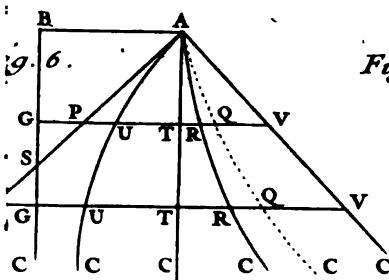
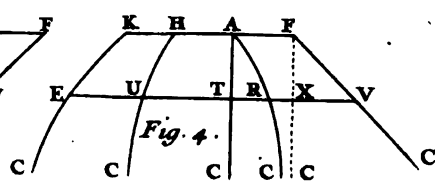
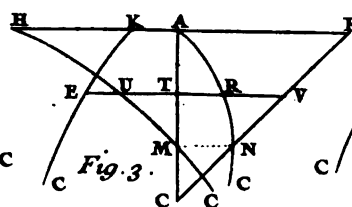
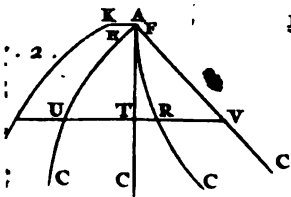
*Pour connoître exactement la pesanteur de l'air, avec
quelques remarques sur les Barometres ordinaires.*

PAR M. DE LA HIRE.

1708.
21. Mars.

DAns les recherches de Physique on a tres-souvent besoin de connoître exactement la pesanteur de l'air, telle qu'elle est en un certain tems dans quelque lieu, & on ne peut le sçavoir assurément que par le moyen des Barometres. Mais dans les Barometres simples dont on se sert ordinairement & qui paroissent les plus justes, on ne sçauroit connoître bien exactement cette pesanteur, à cause du peu de hauteur de Mercure qui répond à une grande hauteur d'air.

Car pour ce qui est de la chaleur qui dilate l'air ou du froid qui le resserre, ce ne sont que des accidens particuliers dans quelque espace particulier sur la surface de la terre, lesquels n'augmentent ou ne diminuent pas l'effet



de la pesanteur de toute la masse de l'air, comme on peut le démontrer par ce qui suit.

Soit la phiole *A* avec le tuyau recourbé *BD* qui y est FIGURE I. attaché par le dessous en *B*; & soit aussi le petit tuyau capillaire *EF* qui y est attaché par le dessus. Si l'on verse du Mercure par l'ouverture *D* du tuyau *DB*, il entrera dans la phiole, & il s'y mettra à même hauteur que dans le tuyau *BD*, l'air pouvant sortir par le tuyau *EF*, & quand il y en aura un peu dans la phiole, on scellera l'extrémité du petit tuyau.

Maintenant si l'on plonge la phiole *A* dans de l'eau tiède ou un peu chaude, l'air qui y est renfermé s'y dilatera, & le mercure montera dans le tuyau *BD*, comme en *G* par la force des ressorts de l'air dilaté, & il descendra un peu comme à la hauteur *HH* dans la phiole, en sorte que cette dilatation lui fera soutenir une hauteur de Mercure *HG*; & si quelque corps étoit renfermé dans l'air de la phiole, il seroit alors dans un air plus rare qu'il n'étoit auparavant, & cependant ce corps sera plus comprimé qu'il n'étoit; car il le sera au-delà de ce qu'il étoit dans l'air libre, par la pesanteur d'une colonne de Mercure égale à *HG*, puisque cet air dilaté fait le même effort de tous côtés qu'il fait pour soutenir la colonne de Mercure *HG*, & cela suivant les loix des corps liquides, & il emprunte cet effort des parois de la phiole; mais si cet air plus rare étoit seulement dans quelque espace libre autour de la terre, il faudroit le considérer comme étant renfermé dans un air moins rare qui l'environne, & dont il emprunteroit son effort, lequel ne pourroit être qu'égal à celui de l'air qui est aux côtés & au dessus, & dans ce cas les corps renfermés dans cet air plus rare ne seroient pas plus comprimés que s'ils étoient à la même hauteur dans l'air moins rare.

Mais pour connoître exactement le poids de l'air dans un certain lieu & dans un certain temps par le moyen du Barometre, on en a inventé plusieurs qui donnent des différences bien plus sensibles que le Barometre simple;

mais il me semble qu'il n'y en avoit point de plus commode ni de plus juste que celui de M. Hugens qu'on appelle ordinairement le Barometre double, peut-être à cause des deux tuyaux & des deux boëtes ou phioles qui le composent. M. Hugens en donna la description dans le Journal des Sçavans de l'année 1672. comme il suit :

Fig. II. » Ce Barometre est composé de deux boëtes cylindriques de verre *A* & *B* d'égale grosseur ou diametre de 14 à 15 lignes, & d'un ponce de haut. Ces boëtes sont jointes par un tuyau *ER* de même maniere, & de deux lignes de diametre par l'intérieur. Ce tuyau est recourbé par le bas en *R*, où il se joint à la boëte *B*. Au dessus de cette boëte il s'élève un autre tuyau *CD*, dont le diametre intérieur ne doit être qu'un peu plus d'une ligne.

» Il doit y avoir entre le milieu de la boëte *A* & de la boëte *B* environ 27 ponces $\frac{1}{2}$.

» On emplit d'abord la boëte *A* & le tuyau *ER* avec du mercure en le tenant panché, & ayant fait sortir tout l'air qui y étoit renfermé avec le mercure, on le redresse pour le mettre dans la situation verticale où il doit demeurer, la boëte *A* étant en haut & la boëte *B* étant embas. Alors le mercure doit demeurer dans la boëte *A* vers son milieu, comme aussi dans la boëte *B*, & entre les deux surfaces du mercure dans les deux boëtes il y aura la même difference de hauteur que dans les Barometres simples, ce qui montre la pesanteur de l'air par rapport au mercure suspendu dans la boëte *A* au dessus de celui de la boëte *B*.

» Ensuite on verse par le tuyau *D* de l'eau commune, dans laquelle on aura mêlé un sixième d'eau forte pour l'empêcher de geler en hyver, ou quelque autre liqueur laquelle soit teinte de quelque couleur; & l'on en verse jusqu'à ce que la boëte d'embas *B* soit tout à fait remplie, & que l'eau monte dans le tuyau à peu près vers son milieu en *G*, supposant la pesanteur de l'air moyenne.

Après cette construction M. Hugens ajoute que pour trouver combien les differences marquées par ce Baro-

metre, seront plus grandes que celles que peut faire le Barometre commun, il y a une regle generale, qui est, que la proportion des differences de ce nouveau Barometre à celles du Barometre commun, est comme
 treize fois le quarré du diametre des boëtes, à un
 même quarré plus vingt-huit fois le quarré du d
 du tuyau qui contient l'eau. Mais comme M. H
 dit rien davantage de cette regle, & qu'il y a quelques
 remarques à y faire, j'en donneray icy la démonstration.

Premierement il est évident que lorsque le mercure est à la hauteur *A* dans la boëte *A*, & en *B* dans la boëte *B*, & l'eau en *G* dans le tuyau *CD*, la hauteur *BG* d'eau qu'on suppose peser seulement la quatorzième partie de celle du mercure, pese sur le mercure en *B* comme du mercure égal en hauteur à un quatorzième de *BG*. C'est pourquoi si l'on prend la hauteur *BF* au-dessus de *B* laquelle soit la quatorzième partie de la hauteur *BG* de l'eau, on aura la hauteur *F* comme si le mercure étoit dans la boëte *B* à la hauteur *F*, & qu'il n'y eût point d'eau. Ainsi la hauteur *AF* représentera la veritable hauteur du mercure pesant autant que toute la hauteur de l'atmosphère qui pese sur *G*.

Ce sera la même chose pour toute autre hauteur de l'eau au-dessus du mercure de la boëte *B*, comme si l'eau se trouvoit élevée en *M*, & le mercure en *L* dans la boëte *A*, & en *H* dans la boëte *B*; alors la veritable pesanteur de l'atmosphère seroit représentée par la hauteur *HL* du mercure dans les deux boëtes moins la hauteur *HI* égale à la quatorzième partie de la hauteur *HM*, & cette hauteur de mercure seroit *LI*.

Maintenant pour déterminer le rapport qu'il y a entre la difference des deux hauteurs de mercure *AF* & *LI* qui répondent aux hauteurs de l'eau en *G* & en *M*, & la difference des hauteurs de l'eau *GM*.

Soit le diametre de la boëte *A* ou *B* égales entr'elles $=a$, & le diametre du tuyau *CD* $=d$, on aura donc

$$AF = BA - \frac{BG}{14}.$$

Par la même raison on aura $LI = LH - \frac{HM}{14}$.

Mais la quantité d'eau qui étoit contenuë dans la boëte B depuis la hauteur BB jusqu'en HH , a occupé la hauteur GM dans le tuyau ; c'est-pourquoy comme le quarré du diametre de la boëte B est au quarré du diametre du tuyau CD , ainsi la hauteur GM est à la hauteur BH , ce qui est $aa : dd :: GM : BH = \frac{ddGM}{aa}$ = aussi à AL .

Mais LH sera $= BA - 2AL$, ce qui est $BA - \frac{2ddGM}{aa}$.

Donc la difference entre AF & LI sera

$BA - \frac{BG}{14} - BA + \frac{2ddGM}{aa} + \frac{HM}{14}$, ce qui se réduit à $\frac{2ddGM}{aa} - \frac{BG}{14} + \frac{HM}{14}$. Mais $HM - BG = GM - BH$, ou bien $= GM - \frac{ddGM}{aa}$.

Donc enfin $\frac{2ddGM}{aa} + \frac{GMaa - ddGM}{14aa}$, ou bien réduisant $\frac{27ddGM + aaGM}{14aa}$ = à la hauteur du mercure, representant la difference de pesanteur de l'atmosphère quand l'eau est en G & ensuite en M .

Mais le rapport de GM hauteur de l'eau, à cette hauteur de mercure qui lui répond, sera

$GM : \frac{27ddGM + aaGM}{14aa}$, ou bien $14aa : 27dd + aa$.

La regle de M. Hugens donne $14aa : aa + 128dd$.

Mais M. Hugens dit qu'il compare le changement de la hauteur de l'eau GM dans le tuyau CD au changement de la hauteur du mercure dans le Barometre simple. Et voicy comme il faut le déterminer.

FIG. III. Si l'on suppose dans le Barometre simple que la boëte B soit de même grosseur que celles du Barometre double, & que le tuyau CD soit aussi de même grosseur dans l'un & dans l'autre ; car si ces tuyaux & ces boëtes n'étoient pas de même grosseur, on ne pourroit pas en faire une comparaison constante. C'est-pourquoy dans cette supposition si le mercure est d'abord en G dans le tuyau & en BB dans la boëte, & qu'ensuite dans une autre pesan-

teur de l'air il descende dans le tuyau jusqu'en NN , & qu'il remonte dans la boîte jusqu'en OO , on aura la différence des hauteurs GB , NO pour la vraie différence du mercure, qui répond aux deux hauteurs de l'atmosphère dans ces deux états du mercure, ce qui est $GN + BO$.

Mais on trouve la hauteur BO dans les suppositions précédentes, en faisant $aa : dd :: GN : BO = \frac{GNdd}{aa}$. Ainsi le vrai changement de pesanteur de l'atmosphère sera à l'apparent GN , comme $GN + \frac{GNdd}{aa}$ à GN , ou bien comme $GNaa + GNdd$ à $GNaa$, ou bien enfin comme $aa + dd$ à aa .

Et pour rapporter le vrai changement de pesanteur de l'atmosphère à l'apparent du Barometre double au simple, on fera $aa + dd : aa :: aa + 27dd : \frac{aa^2 + 27aadd}{aa + dd}$.

On aura donc $14aa : \frac{aa^2 + 27aadd}{aa + dd}$, ou bien $14aa + 14dd : aa + 27dd$ pour le rapport de changement du Barometre double au simple, ce qui est encore plus éloigné de la règle de M. Hugen, que si l'on supposoit qu'il eût comparé les changemens de l'eau de son Barometre au véritable changement de l'atmosphère dans le Barometre simple, ce qu'il paroît avoir entendu.

Mais comme le rapport que nous avons trouvé entre la hauteur de l'eau dans le tuyau du Barometre double, & la vraie hauteur du mercure qui représente la pesanteur de l'atmosphère, ne renferme que les grosseurs de la boîte & du tuyau, il s'ensuit que ce rapport sera le même pour toutes les différentes hauteurs de l'eau dans le même Barometre, supposant les diametres des boîtes & du tuyau parfaitement égaux dans toute leur hauteur.

Ce Barometre double est fort commode dans l'usage, en ce qu'il donne les changemens de pesanteur de l'atmosphère bien plus sensiblement que les simples; & si on le construit suivant les dimensions & de la manière que le propose M. Hugen, il sera environ 12 fois plus sensible que le simple. Cependant on doit remarquer que l'e-

tes B & A , mais il montera dans A quand il descendra dans B & au contraire.

Dans les changemens de hauteur de mercure ou de pesanteur d'air, il est évident que la liqueur inferieure GB agira comme dans le Barometre double, mais par les loix suivantes.

Soit dans une pesanteur de l'atmosphere le mercure en A & en B dans ses boëtes, la liqueur inferieure en G & la superieure en K dans sa boëte. Il est évident par les suppositions que si l'on prend BF égale à un quatorzième de BK , une hauteur de mercure AF fera celle qui répond à la pesanteur de l'atmosphere qui pese sur K .

Mais ensuite si l'atmosphere devient plus legere, & que la liqueur inferieure monte de G en M , la liqueur K montera en N , & elle s'élèvera de la hauteur KN qu'on déterminera en faisant dans les suppositions précédentes $aa : dd :: GM : KN = \frac{GM dd}{aa}$, & cette hauteur KN est égale à l'élévation BH du mercure dans la boëte B , & à sa descente AL dans la boëte A .

Maintenant si l'on prend HI égale à BF égale à $\frac{1}{14}$ de HN , la pesanteur de l'atmosphere sera représentée par la hauteur LI du mercure, & les pesanteurs de l'atmosphere dans ces deux états de la liqueur en G & en M , seront représentées par les hauteurs de mercure AF & LI .

Mais puisque HI est égale à BF , aussi FI est égale à BH égale à LA ; donc la difference des differentes hauteurs du mercure AF , LI , est égale à $2BH = \frac{2GM dd}{aa}$ qui répond au changement de la hauteur apparente GM de la liqueur.

Donc enfin on aura le raport GM difference apparente : $\frac{2GM dd}{aa}$ hauteur du mercure qui represente le changement de la hauteur de l'atmosphere, ce qui est aussi $aa GM : 2GM dd$, ou bien $aa : 2dd$.

La simplicité de ce raport nous fait voir que la cons-

truction de ce Barometre est fort facile pour lui faire faire tel effet qu'on voudra: Par exemple, si l'on veut que le tuyau CD ait son diametre interieur de 1 ligne, ce qui suffit à cause que ce petit tuyau sera toujours plein de liqueur, mais ce n'est pas de même quand il y a de l'air sur la liqueur, on aura pour son quarré 1, ce qui doit être égal dans le raport trouvé cy-devant, à dd ; & par conséquent $2 = 2dd$. Et si l'on veut que ce Barometre montre les changemens de l'atmosphere 40 fois plus sensiblement que le mercure ne les montreroit par ses differentes hauteurs vraies, & non pas apparentes comme dans le Barometre simple où il faut faire une correction, on multipliera 2 par 40, ce qui donne 80 pour le terme aa , dont la racine quarrée est 9 lignes un peu moins $= a$, qui doit être le diametre des boîtes ABK , car on a $40 : 1 :: aa : 2dd$ ou 2 seulement. Mais alors il faudra que la hauteur du tuyau CD soit de 80 pouces, afin que la liqueur inferieure du tuyau y ait un mouvement qui réponde à 2 pouces de mercure pour le changement de hauteur de l'atmosphere, & que la distance entre le milieu des boîtes A, B soit de 30 pouces $\frac{1}{2}$.

Mais si l'on veut que les changemens de pesanteur de l'atmosphere n'y soient pas plus sensibles que dans celui de M. Hugen qui est environ de 12 pouces pour un pouce de mercure, on aura 24 pour aa , dont la racine est à peu près 5 lignes qui sera le diametre des boîtes; & alors il n'y aura dans mon Barometre que la neuvième partie environ du mercure de celui de M. Hugen, ce qui lui donnera encore une facilité pour le transporter, surtout si l'on bouche le haut de la boîte K pour arrêter en quelque façon les vibrations du mercure & des liqueurs; & la distance entre le milieu des boîtes ne sera que de $28 \frac{1}{2}$ pouces.

On voit par cette construction que quelques changemens qui puissent arriver à la pesanteur de l'atmosphere, le mercure de ce Barometre agira toujours comme celui d'un Barometre simple, qui seroit un seul tube d'égale

grosseur dans la longue branche & dans celle qui seroit recourbée par le bas, & dont les différentes elevations dans la longue branche & les abbaissemens dans l'autre seroient semblables, & qui n'y feroient que de la moitié de la différence des Barometres simples & ordinaires, supposant que la boîte d'embas de ces Barometres simples fût très-grosse par rapport au tuyau montant, afin qu'il n'y eût point de correction sensible pour les changemens de hauteur du mercure dans la boîte. On a fait quelques-uns de ces Barometres avec un simple tuyau recourbé pour y appliquer un cadran avec une aiguille.

On pourra se servir de mon Barometre comme du Barometre simple, en colant sur la boîte d'enhaut & sur celle du bas, une petite bande de papier divisée en demi-lignes, qui marqueront les lignes entieres de la hauteur du mercure qui répond à la pesanteur de l'atmosphère, en sorte qu'on pourra toujours comparer le vrai changement de l'atmosphère à celui qui sera marqué par la liqueur inferieure. Et au lieu de diviser la hauteur du tuyau *CD* en parties à volonté qui n'ont aucun rapport à la pesanteur de l'atmosphère, comme on fait ordinairement, on le divisera en parties qui représenteront les hauteurs de l'atmosphère en lignes de mercure, ce qui se pourra faire facilement par les regles précédentes & par l'expérience.

Par exemple, ayant trouvé que la différence de la hauteur du mercure dans les boîtes *A* & *B* lorsque l'atmosphère est legere & l'air au moyen état de chaleur, est de 29 pouces 2 lignes, & connoissant le rapport de la pesanteur du mercure à celle de chacune des deux liqueurs, & aussi leur rapport de pesanteur au mercure suivant leur hauteur, laquelle soit de 2 pouces 2 lignes, on les ôtera des 29 pouces 2 lignes, & le reste sera 27 pouces pour la véritable hauteur du mercure qui marque la pesanteur de l'atmosphère dans cet état & au tems de l'observation. C'est pourquoy on écrira vis à vis du point *M* où se trouve la liqueur inferieure dans son tuyau, cette hauteur de

27 pouces ; & l'on placera aussi sur les boîtes *A* & *B* les deux petites bandes de papier divisées en demi-lignes, en sorte que leur division qui sera à la hauteur du mercure soit marquée de 27 pouces.

Si l'on n'a point d'égard aux changemens de volume des liqueurs & du mercure dans le froid & dans le chaud par rapport à l'état moyen, ni aux différentes hauteurs de la liqueur inférieure qui est un peu plus pesante que l'autre, il est évident que le mercure descendra ou montera dans ses boîtes suivant ce que j'en ay dit cy-devant : car les liqueurs qu'on suppose à tres-peu près de poids égal, chargeront toujours également le mercure de la boîte inférieure. Il ne faudroit donc plus que connoître le mouvement de la liqueur inférieure dans son tuyau par rapport au mouvement du mercure dans ses boîtes, ce qui est facile par la règle, puisque ce doit être comme le quarré du diametre des boîtes au double quarré de celui du tuyau. Mais comme il n'est pas aisé de sçavoir ce diametre exactement, quand même on supposeroit que ce seroit des cylindres parfaits, on operera plus justement par experience, si après la premiere observation où l'atmosphère étoit legere, on en fait une autre quand elle sera pesante, l'air étant à peu près dans le même état de chaleur : car on aura sur les divisions des boîtes la hauteur du mercure qui répond à la pesanteur de l'atmosphère, & supposant qu'elle soit d'un pouce, c'est à dire de demi-pouce sur chaque boîte, on marquera la hauteur de la liqueur comme en *Z* à 28 pouces ; & l'on divisera l'espace *MZ* dans le nombre des lignes qui ont été observées pour ces deux points *M* & *Z* qui est icy 12, & l'on continuëra ces mêmes divisions au-dessus de *M* & au-dessous de *Z*, ce qui est facile à entendre. On suppose que le tuyau & les boîtes sont d'égale grosseur dans leur longueur, sinon il faudroit pour une plus grande justesse avoir par experience d'autres points de hauteur de la liqueur dans différentes pesanteurs de l'atmosphère.

On voit par ce qui vient d'être expliqué pour la divi-

sion, que si l'on connoît la véritable hauteur du mercure qui répond dans un tems comme celui qui est marqué cy-dessus, à la pesanteur de l'atmosphère, il n'y aura d'abord qu'à mettre les petites bandes de papier sur les boîtes *A* & *B*, & qui y marquent cette hauteur vis à vis la superficie du mercure, & marquer aussi la même hauteur à côté du tuyau *CD* vis à vis la superficie de la liqueur inférieure, & l'on n'aura que faire de sçavoir le raport de pesanteur des liqueurs à celle du mercure, & le reste se fera de même.

On observera que l'eau seconde faite avec un sixième d'eau-forte, est au mercure en pesanteur suivant les observations de M. Homberg comme 1 à 12 à peu près, ce qui est aussi le raport de l'huile de tartre qu'on met dans les Barometres doubles, comme je l'ay trouvé par l'examen que j'en ay fait, ce qui change un peu les rapports que j'ay donnés pour les Barometres doubles, car on aura 12aa à 13dd + aa, au lieu de 14aa à 17dd + aa.

Il ne me reste donc plus qu'à examiner ce qui doit arriver à mon Barometre par la dilatation & condensation des liqueurs & du mercure dans le grand froid & dans le grand chaud. Par l'expérience que j'ay proposée cy-dessus où j'ay pris l'état moyen de la chaleur de l'air, on a trouvé des divisions dont on pourroit se contenter si l'on ne demandoit pas une grande exactitude, & d'autant plus que n'y ayant que peu de mercure & peu de liqueur dans les boîtes de ce Barometre, le changement de chaud & de froid au-delà de l'état moyen n'y peut pas apporter une grande différence; cependant on pourra tracer deux lignes paralleles à *MZ* d'un côté & d'autre de *MZ* & tout proche, & y marquer aussi par expérience dans le grand chaud & dans le grand froid les divisions qui répondront aux hauteurs du mercure des boîtes, & faire aussi la même chose pour les divisions des boîtes; car pour les constitutions différentes de l'air entre les extrêmes & le milieu, il ne sera pas difficile d'en juger.

Enfin on pourra mettre pour la liqueur inférieure de

l'huile de tartre, comme celle des Barometres doubles; & pour la superieure, de l'esprit de vin ou de l'huile de petrole, ce que je crois plus à propos que de mettre de l'esprit de vin au-dessous & de l'huile de petrole au-dessus, à cause que l'huile de tartre change moins de volume que l'esprit de vin par le chaud & par le froid; cependant l'esprit de vin est plus approchant de la pesanteur de l'huile de petrole que de celle de l'huile de tartre. Mais il faudra faire une marque sur la boîte *KN* où est la liqueur superieure dans une certaine disposition de l'air & de l'atmosphère, pour reconnoître dans la suite du tems combien cette liqueur sera diminuée par l'évaporation, & pour y en remettre autant qu'il y en avoit d'abord: mais on peut boucher legerement l'ouverture de cette boîte, ce qui n'empêchera pas l'air d'agir sur la liqueur; & même on peut appliquer un petit tuyau délié au-dessus de cette ouverture, ce qui conservera la liqueur plus long-tems.

Je ne me flatte pas d'avoir prévu tout ce qui peut arriver à cette nouvelle construction de Barometre; car je suis persuadé que l'experience enseignera plusieurs choses qu'il faudra y changer, & qui pourront y être avantageuses.

EXTRAIT DES OBSERVATIONS

ASTRONOMIQUES

ET PHYSIQUES

*Faites en Sardaigne & à Malte par le P. Feuillée
Mathématicien du Roy.*

PAR M. CASSINI le fils.

1708.
31. Mars.

LEs vents contraires ayant obligé le Vaisseau où s'étoit embarqué le P. Feuillée pour aller aux Indes Occidentales de relâcher en Sardaigne & delà à Malte pour se radoubier, il a profité de cette occasion pour y faire diverses Observations Astronomiques & Physiques qu'il a envoyé à M. le Comte de Pontchartrain.

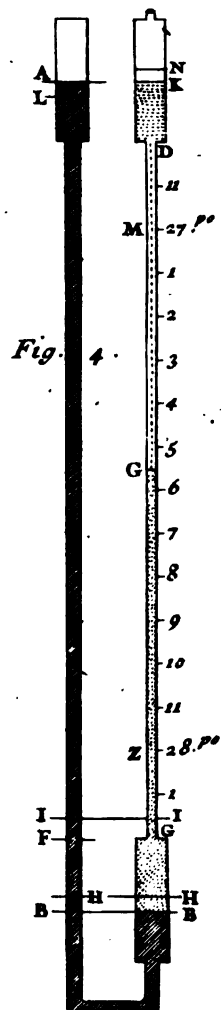
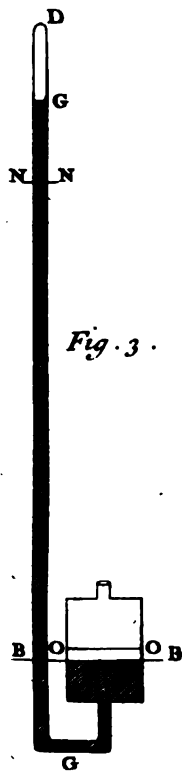
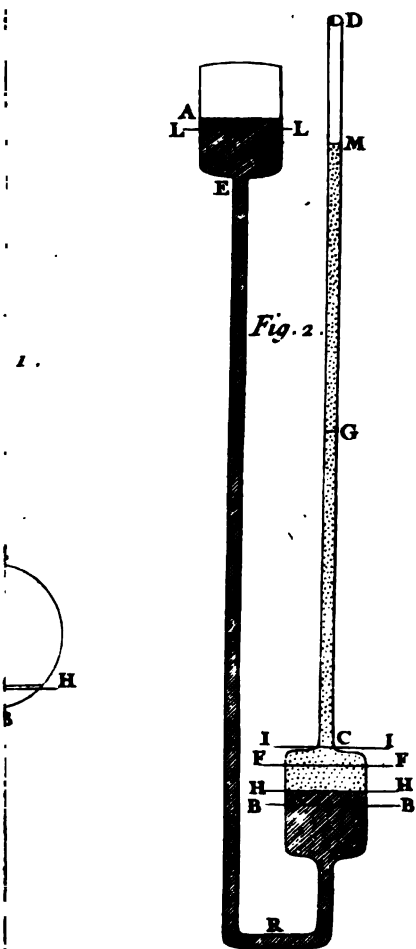
Il s'est servi pour observer les hauteurs du Soleil & des étoiles d'un quart de cercle d'un pied de rayon divisé de deux en deux minutes par M. Chapotot, & il s'est pourvu avant son départ de tous les Instrumens nécessaires pour les Observations Astronomiques & Physiques qu'il a dessein de faire dans ses voyages.

Avant son départ de Marseille il plongea un Arzometre ou pesé-liqueur dans l'eau de la mer, en sorte que son extrémité étoit horizontale avec la superficie de l'eau, & il trouva qu'il pesoit alors 2 onces 3 dragmes 56 grains $\frac{1}{2}$.

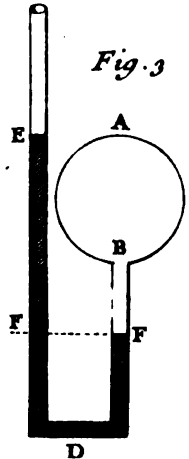
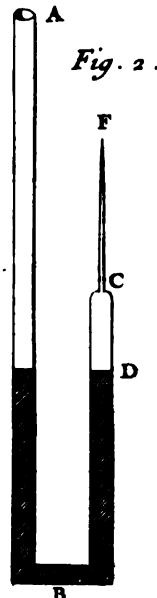
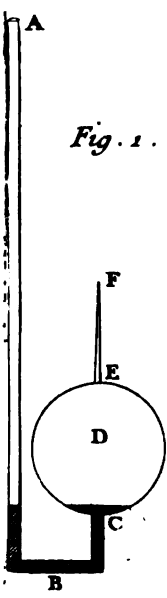
Ayant été obligé de relâcher à Toulon, il y fit l'expérience de l'Arzometre de la même manière qu'il avoit fait à Marseille, qu'il trouva peser 2 onc. 3 drag. 57 grains.

Le 18 Décembre étant à la hauteur de Minorque, un vent furieux d'Est les démâta de leurs mâts de Misaine & de Beaupré, ce qui les obligea de relâcher à l'Isle de S. Pierre qui est à l'Occident de la Sardaigne vers la partie Meridionale de cette Isle.

Observation



Mem. de l'acad. 1708 pag 288



*Observation de la hauteur du Pole de l'Isle
de S. Pierre.*

Le 4 Janvier 1708.

| | |
|---|-------------------------|
| Hauteur meridienne du bord superieur du Soleil par un quart de cercle. | 28 ^d 19' 50" |
| Refraction moins la parallaxe. | 1 40 |
| Donc hauteur corrigée du bord superieur. | 28 18 10 |
| Demi diametre du Soleil. | 16 20 |
| Donc hauteur du centre. | 28 1 50 |
| Declinaison meridionale. | 22 49 2 |
| Donc hauteur de l'Equateur. | 50 50 52 |
| Et hauteur du Pole. | 39 9 8 |

Cette Observation a été faite au milieu de l'Isle de S. Pierre, qui à ce qu'il rapporte a environ trois lieues de long, & est fort étroite. Cette Isle ne produit que des Arbrisseaux, & il ne paroît pas qu'on l'ait cultivée depuis long-temps. Le P. Feuillée y vit les ruines d'une ancienne Eglise où il y avoit une inscription en Grec, dont les caracteres étoient presque tous effacés par l'injure des temps.

La latitude que les Cartes les plus modernes donnent à cette Isle est de 34^d 4' plus meridionale de 20 minutes que celle qui a été déterminée par le P. Feuillée.

Le 16 Janvier.

A la Rade de Cagliari il observa la hauteur du mercure dans le Barometre de 27 pouc. 8 lig. $\frac{2}{3}$.

Le Ciel étoit couvert, & les vents étoient au Nord Nord-Oüest.

Le même jour à midy la hauteur du Barometre fut observée à Paris dans la Tour Occidentale qui est au niveau de la grande Salle de l'Observatoire de 27 pouc. 8 lig.

Le Ciel étoit serein, & les vents à l'Oüest.

L'Arzometre plongé dans l'eau de la mer pesoit 2 onces 3 dragmes 58 grains.

1708.

Y

Le 18 Janvier.

A six lieux des côtes de la Sicile, ayant observé que l'eau de la mer étoit trouble, il plongea dans cette eau l'Aræometre qu'il trouva peser 2 onc. 3 drag. 58 grains $\frac{1}{2}$.

Observations pour la hauteur du Pole de Malte.

| | |
|--|-------------------------|
| Le 21 Janvier 1708 hauteur meridienne de Rigel dans le pied d'Orion. | 45 ^d 31' 30" |
| Refraction. | 58 |
| Donc hauteur corrigée. | 45 30 32 |
| Declinaison meridionale. | 8 35 49 |
| Donc hauteur de l'Equateur. | 54 6 21 |
| Et hauteur du Pole de Malte. | 35 53 39 |
| Le même jour hauteur meridienne de la luifante de l'épaule d'Orion. | 61 25 30 |
| Refraction. | 33 |
| Donc hauteur corrigée. | 61 24 57 |
| Declinaison meridionale. | 7 19 0 |
| Donc hauteur de l'Equateur. | 54 5 57 |
| Et hauteur du Pole de Malte. | 35 54 3 |
| Le même jour hauteur meridienne de Sirius. | 37 46 30 |
| Refraction. | 1 15 |
| Donc hauteur corrigée. | 37 45 15 |
| Declinaison meridionale. | 16 21 4 |
| Donc hauteur de l'Equateur. | 54 6 19 |
| Et hauteur du Pole de Malte. | 35 53 41 |
| Le 22 Janvier hauteur meridienne de Rigel. | 45 32 10 |
| Le même jour hauteur meridienne de la luifante de l'épaule d'Orion. | 61 25 30 |
| Le 30 hauteur meridienne de Sirius. | 37 45 30 |
| Le 31 hauteur meridienne de la luifante de l'épaule d'Orion. | 61 25 0 |
| Le 1 Fevrier hauteur meridienne de Rigel. | 45 32 30 |
| Le 1 hauteur meridienne de Sirius. | 37 46 15 |
| Le 2 hauteur meridienne de Sirius. | 37 46 15 |

Le 23 Janvier hauteur meridienne du bord superieur
du Soleil. $34^d 46' 50''$

Le 24. $35 \quad 1 \quad 30$

Le 26. $35 \quad 30 \quad 30$

Le 27. $35 \quad 45 \quad 45$

Le 29. $36 \quad 17 \quad 0$

Le 6 Fevrier. $38 \quad 34 \quad 0$

Le 14. $41 \quad 9 \quad 30$

Le 15. $41 \quad 29 \quad 40$

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte des Observations du Soleil, l'on aura la hauteur du Pole de Malte de $35^d 54' 0''$, qui ne s'éloigne que de quelques secondes de celle qui résulte des Observations des étoiles fixes.

M. Chazelles dans son voyage du Levant avoit déterminé la hauteur du Pole de Malte de $35^d 53' 30''$.

Observations des Satellites de Jupiter pour la longitude de Malte.

Le 22 Janvier à $1^h 7' 44''$ du matin Immersion du 1. Satellite dans l'ombre de Jupiter.

o 18 56 à Paris par le calcul corrigé.

48 48 Difference des meridiens entre Paris & Malte, dont Malte est plus Oriental.

Le 14 Fevrier à $1^h 13' 50''$ du matin Immersion du 1. Satellite dans l'ombre de Jupiter.

o 25 30 à Paris par le calcul corrigé par l'Observation précédente.

o 48 20 Difference des meridiens entre Paris & Malte.

En prenant un milieu entre ces différences, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Malte de $0^h 48' 34''$, qui convertis en degrés sont $12^d 9' 30''$ à quelques secondes près de celle qui résultoit des Observations de M. Chazelles de $12^d 8' 45''$.

Observations de la variation de l'Aimant.

Le 24 Janvier le P. Feüillée ayant tracé une meridienne sur une pierre horizontale, y appliqua une grande boussole de bois dont l'éguille à 10 pouces & 9 lignes de longueur tres-vive, & il trouva la variation de l'Aimant de $10^{\text{d}} 25'$ Nord-Oüest. Il la trouva de même avec une boussole de cuivre dont l'éguille n'a que quatre pouces de longueur.

Le 27 du même mois il traça une autre ligne meridienne sur la même pierre, & trouva la déclinaison de l'Aimant de même que dans les Observations précédentes.

Observations du Barometre.

Le 23 Janvier à $9^{\text{h}} 30'$ du matin la hauteur du mercure dans le Barometre fut trouvée de 27 pouces 11 lignes. Le Ciel étoit couvert de foibles nuages, & le vent Nord-Oüest.

Le même jour à midy la hauteur du Barometre fut observée à Paris de 27 pouces 6 lignes, le Ciel couvert, & le vent Sud-Oüest.

Le 28 à $10^{\text{h}} 30'$ du matin la hauteur du Barometre fut observée de 27 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$, le vent au Sud, & foibles nuages.

Le même jour à midy hauteur du Barometre à Paris de 27 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, le tems étant serein, & l'air tranquille.

Le 10 Fevrier au matin le vent étant au Nord & le Ciel serein, il observa la hauteur du Barometre de 27 pouces 10 lignes.

Le même jour à Paris tranquille, la hauteur du Barometre fut observée à midy de 27 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$.

Observations de l'Areometre.

L'Areometre plongé dans l'eau de la mer pesoit 2 on.

ces 3 dragmes 57 grains. Ayant ensuite filtré par trois fois l'eau de la mer au travers d'un sable fait d'une pierre du pays, en sorte que cette eau perdit beaucoup de son goût amer & salé, il y plongea l'Aræometre qu'il trouva peser 2 onces 3 dragmes 58 grains $\frac{1}{2}$.

Ayant plongé l'Aræometre dans l'eau de la Fontaine qui est au milieu de la rue des Marchands, il pesoit 2 onces 3 dragmes 19 grains $\frac{1}{2}$.

Il fit la même expérience dans l'eau de la Citerne qui est dans la maison de M. le Commandeur de l'Encelot, & il trouva que l'Aræometre pesoit 2 onces 3 drag. 19 grains.

Il paroît par ces Observations que le P. Fetiillée ne néglige rien de ce qui peut être utile aux Sciences, ce qui fait connoître l'avantage que l'on retirera des Observations qu'il doit faire dans la suite de son voyage dans des pays dont l'on n'a jusqu'à présent que très-peu de connoissance.

R E F L E X I O N S

SUR LA VARIATION DE L'AIMANT,

Observée par le sieur Houffaye Capitaine Commandant le Vaisseau l'Aurore pendant la Campagne des Indes Orientales faite par l'Escadre des Vaisseaux commandée par M. le Baron de Pallieres en 1704 & 1705.

PAR M. CASSINI le fils.

Monsieur Clairambaut Commissaire Ordonnateur de la Marine à l'Orient, a envoyé depuis peu à M. le Comte de Pontchartrain suivant les ordres qu'il en avoit reçu, un Memoire des Observations de la variation de l'Aimant qui ont été faites par le sieur Houffaye pendant la Campagne des Indes Orientales en 1704 & 1705.

1708;

25. Avril

Cet Officier qui s'est acquis une grande experience dans la navigation dans les huit voyages qu'il a faits aux Indes Orientales, a rapporté non-seulement les Observations qu'il a faites dans son dernier voyage; mais il les a aussi comparées à celles qu'il avoit fait dans les précédens en plusieurs lieux, pour faire voir l'augmentation ou la diminution qui arrive par la suite des temps dans les variations de l'Aimant. Il a eu soin aussi de marquer les Observations qu'il a faites à la vûe des Caps, Isles & Côtes qui se sont rencontrées dans sa route, & il a averti qu'il s'étoit servi des Cartes réduites de Pitre Goos, où le premier meridien passe par le Pic de Tenerif.

Comme nous avions un exemplaire de la Carte des Indes Orientales de cet Auteur, cela nous a donné la commodité de comparer exactement ses Observations avec les variations qui sont marquées dans la Carte de M. Halley, ayant égard à la différence des longitudes qu'il y a entre ces deux Cartes.

Aux Côtes de France au départ du Port-Louis la variation de l'Aimant fut observée de 5 degrés Nord-Ouest. Elle est marquée dans la Carte des variations de M. Halley de $6^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Ouest.

A 357^{d} de longitude & 22^{d} de latitude septentrionale, on observa que la variation étoit nulle. Elle est marquée à cet endroit dans la Carte des variations de $1^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Ouest.

A $353^{\text{d}} 45'$ de longitude & $16^{\text{d}} 30'$ de latitude meridionale, la variation fut observée de $2^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte des variations de $3^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Est.

A $354^{\text{d}} 0'$ de longitude & 18^{d} de latitude meridionale, la variation fut observée de $3^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte des variations de $3^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Est.

Cette variation de $3^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Est a continué jusqu'au 23^{e} degré de latitude meridionale, la longitude étant la même de 354^{d} . Elle est marquée à cet endroit dans la Carte des variations de $4^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Est.

Le sieur Houffaye remarque que dans ces endroits l'on

a trouvé en 1682, 11 degrés de variation Nord-Est qui a diminué peu à peu, de sorte qu'elle n'excede pas à présent 4 à 5 degrés.

La plus grande variation qu'il a trouvé du côté du Nord-Est dans cette Campagne a été de 6 degrés, la longitude étant de 357° & la latitude meridionale de 28 degrés. Elle est marquée à cet endroit dans la Carte des variations d'un peu moins de 5° Nord-Est. Cette variation diminuë en faisant route vers l'Est, & passe ensuite au Nord-Oüest; de sorte qu'il y a à présent 9 à 10° de variation Nord-Oüest à la vûë du Cap de bonne Esperance, & de toute la côte d'Angolle jusqu'à Bengale située sur la côte Occidentale de l'Afrique à $12^{\circ}30'$ de latitude meridionale. Cette variation est marquée à peu près de même dans la Carte de M. Halley. Dans cet endroit les lignes qui marquent les degrés de variation coupent presque perpendiculairement l'Equinoxial, & peuvent servir à trouver assez exactement la longitude du lieu où l'on a observé la variation.

Sur le banc des Aiguilles du côté de l'Oüest la variation fut observée de 12° Nord-Oüest, & du côté de l'Est de ce banc de $13^{\circ}\frac{1}{2}$ à 14° . Cette variation est à peu près de même que celle qui est marquée dans la Carte de M. Halley. Le sieur Houffaye remarque qu'en l'année 1680 la variation n'étoit au Cap de bonne Esperance que de $7^{\circ}\frac{1}{2}$ Nord-Oüest, & qu'elle a toujours été depuis en augmentant de même que sur le banc des Aiguilles.

Dans tout le Canal de Mofambicq depuis les 25 degrés de latitude meridionale aux environs de Bassé d'Inde & à la vûë de la Baye de S. Augustin dans l'Isle de Madagascar, l'on y trouve 22 à 23 degrés de variation Nord-Oüest; l'on n'en trouvoit en 1682 que 18 à 19 degrés. La variation de l'Aimant est marquée dans la Carte de M. Halley pour l'année 1700 à Bassé d'Inde de $20^{\circ}\frac{1}{2}$, & à la Baye de S. Augustin de $21^{\circ}\frac{1}{2}$ un peu moins que celle que l'on a observée en 1704, ce qui doit arriver à cause de l'augmentation annuelle que l'on observe à cet endroit dans la variation de l'Aimant.

A la vûë de l'Isle de Jean de Nouïa la variation fut observée de 22^{d} Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $20^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Oüest.

A la vûë des Isles Mayotte, Amzuam & Moëly, la variation fut observée de $20^{\text{d}} 30'$ Nord-Oüest. Il n'y en avoit autrefois que 18^{d} . Elle est marquée dans la Carte des variations d'environ 20^{d} Nord-Oüest.

Sous la ligne à 70^{d} de longitude la variation fut observée de 16^{d} Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $17^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Oüest.

A 87^{d} de longitude & 15^{d} de latitude septentrionale la variation fut observée de $10^{\text{d}} 30'$ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de 12^{d} Nord-Oüest.

A la vûë de Canara à $16^{\text{d}} 30'$ de latitude septentrionale & tout le long de la côte de Malabar la variation fut observée de $6^{\text{d}} 30'$ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations le long de cette côte d'environ 8^{d} Nord-Oüest.

Au Cap de Comorin la variation fut observée de $7^{\text{d}} 30'$ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $7^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Oüest.

A la vûë & proche de la pointe de Galle en l'Isle de Ceylon la variation fut observée de $5^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $6 \frac{1}{2}$.

Près de la côte de Coromandel la variation fut observée de 5^{d} Nord-Oüest, précisément de même qu'elle est marquée dans la Carte des variations.

Aux Isles d'Andaman & de Nicobare la variation fut observée de 3^{d} Nord-Oüest, précisément de même qu'elle est marquée dans la Carte des variations.

A la vûë de l'Isle Diego Rodrigue la variation fut observée de $16^{\text{d}} 30'$ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de 19^{d} Nord-Oüest.

A la vûë de l'Isle Maurice la variation fut observée de 21^{d} Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $20^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Oüest.

A la vûë de l'Isle Bourbon la variation fut observée de

de $21^{\text{d}} \frac{1}{2}$ à 22^{d} Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de 21^{d} Nord-Oüest.

A 74^{d} de longitude & 25^{d} de latitude meridionale la variation fut observée de $23^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $22^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Oüest.

A $72^{\text{d}} 45'$ de longitude & $27^{\text{d}} 15'$ de latitude meridionale la variation fut observée de $24^{\text{d}} 30'$ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de près de 23^{d} Nord-Oüest.

L'on a continué d'observer cette variation de même de $24^{\text{d}} 30'$ Nord-Oüest, jusqu'à $65^{\text{d}} 45'$ de longitude & $33^{\text{d}} 10'$ de latitude meridionale, où elle est marquée dans la Carte des variations de $23^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Oüest.

L'on observa ensuite que la variation alloit toujours en diminuant faisant route pour le banc des Aiguilles ou vers le milieu à $35^{\text{d}} 30'$ à 45 minutes de latitude, l'on trouve à present la variation de 13^{d} Nord-Oüest ; & à la vûë & dans la Baye du Cap de bonne Esperance, & comme l'on a dit cy-dessus le long de la côte d'Angole $9^{\text{d}} \frac{1}{2}$ à 10^{d} Nord-Oüest. Dans la Carte de M. Halley au milieu du banc des Aiguilles la variation y est marquée de 12^{d} , au Cap de bonne Esperance d'un peu plus de 10^{d} , & le long de la côte d'Angole de $9^{\text{d}} \frac{1}{2}$ à 10 degrés.

En faisant route pour l'Isle de Sainte Heleine la variation diminue peu à peu, de sorte qu'à la vûë de cette Isle du côté de l'Est l'on y trouve 1^{d} ou $1^{\text{d}} \frac{1}{2}$ de variation Nord-Oüest. Dans la Carte des variations elle est marquée d'un peu plus de 1^{d} Nord-Oüest.

A l'Isle de l'Ascension il n'y a point de variation, ou au plus un degré Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte des variations d'un tiers de degré Nord-Est.

Faisant route pour France en passant la ligne à 357 à 358 degrés de longitude, l'on ne trouve point de variation. Elle est marquée à cet endroit dans la Carte des variations de $\frac{1}{2}$ degré Nord-Est.

L'Aiguille commence à décliner vers le Nord-Oüest en approchant des Isles Açores, ou à la vûë des Isles Cor-

ve & Flore il y a 4^d à $4^d 30'$ de variation Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations à la vûe de ces Isles de $5^d \frac{1}{2}$ Nord-Oüest.

Si l'on approche de Terre-neuve la variation augmente jusqu'à 7 à 8 degrés, & enfin à la côte de Bretagne il y a 5 degrés de variation Nord-Oüest, de même qu'on l'a observé en partant du Port-Louis.

Plusieurs de ces Observations s'accordent exactement à celles qui sont marquées dans la Carte de M. Halley, & la plupart n'en different que d'environ un degré; ce qui doit paroître d'une assez grande précision, si l'on fait attention à la difficulté qu'il y a d'observer les variations sur mer avec beaucoup d'exactitude.

Cette difference peut venir aussi en partie de la variation annuelle que l'on observe dans la déclinaison de l'Aiman, qui augmente dans des endroits & diminue en d'autres, comme il paroît par ces Observations. Car à 354^d de longitude & 10^d de latitude meridionale la variation qui est Nord-Est a diminué en 22 années depuis onze jusqu'à 5 degrés. Au Cap de bonne Esperance la variation Nord-Oüest y a augmenté en 24 ans de 2 à 3 degrés, & dans le Canal de Mozambique près de la Baye de S. Augustin, elle y a augmenté en 22 années de 4 à 5 degrés.

Les variations de l'Aiman & les changemens qui y arrivent n'étant fondez jusqu'à présent que sur l'expérience, l'on a besoin d'un grand nombre d'Observations faites exactement en divers lieux, & en des temps éloignez l'un de l'autre, pour établir dessus quelques regles certaines qui puissent dans la suite être utiles à la navigation.

Nous avons eu l'honneur de le représenter à M. le Comte de Pontchartrain, qui a bien voulu donner des ordres aux Intendants & aux Commissaires Ordonnateurs de la Marine, de lui remettre les Memoires des Observations de la variation faites dans les voyages de long cours, pour les faire examiner à l'Academie.

OBSERVATION

*De l'Eclipse de Lune du 5 Avril 1708 au matin
à l'Observatoire Royal.*

PAR M^r DE LA HIRE.

LE Ciel fut fort broüillé pendant tout le tems que la Lune fut éclipsee sur nôtre horizon; cependant on ne laissoit pas d'appercevoir son disque assez clairement dans quelques momens. 1708.
25. Avril.

A 4^h la Lune paroissoit au travers de quelques nuages assez époïs & comme cotonneux, & l'on y appercevoit la penombre du côté de l'Occident.

A 4^h 12' le Ciel s'étant un peu éclairci, la penombre paroissoit assez forte, & occupoit environ le tiers du disque de la Lune, & sa partie la plus dense étoit entre les taches Aristarque & Heraclides.

A 4^h 22' la penombre se voyoit encore plus forte, mais aussi-tôt des nuages époïs couvrirent la Lune.

Vers 4^h 30' on jugeoit par la Lunete que ce pouvoit être le commencement de l'Eclipse, mais les nuages & l'ombre qui n'étoit point terminée ne permettoit pas d'en faire une observation exacte.

A 4^h 34' on estimoit par la Lunete qu'il pouvoit y avoir un doit éclipse, mais on ne pouvoit pas prendre aucune mesure avec le Micrometre.

A 4^h 39' la Lune paroissoit mediocrement, & l'on estimoit l'Eclipse de 1 doit $\frac{1}{2}$ sans en faire de mesure.

A 4^h 44' on commença à se servir du Micrometre, & l'on trouva l'Eclipse de 2 doigts 27'.

A 4^h 46' $\frac{1}{2}$ la Lune paroissoit claire, & l'on mesura l'Eclipse de 2 doigts 56'.

A 4^h 49' $\frac{1}{2}$ l'Eclipse étoit de 3 doigts 11'.

A 4^h 54' $\frac{1}{2}$ la Lune étant fort nette & l'ombre bien ter-

Z ij

minée, on trouva qu'elle étoit éclipsée de 3 doigts 40'.

Dans ces dernières observations l'ombre paroissoit fort noire, & l'on ne pouvoit pas appercevoir le bord de la Lune qui en étoit couvert.

A 5^h la Lune fut entièrement cachée par les nuages qui étoient épaiss vers l'horizon, & on ne la vit plus ensuite.

On observa encore l'entrée de la tache Copernic dans l'ombre à 4^h 56' $\frac{1}{2}$.

Et le commencement de Grimaldi dans l'ombre à 4^h 57' $\frac{1}{2}$.

On avoit aussi observé le jour précédent le passage du premier bord de la Lune par le méridien à 11^h 47' 7", & la hauteur méridienne apparente du bord supérieur de son disque étoit de 35° 30' 0".

Le diamètre de la Lune étoit de 31' 15" dans le tems des observations de l'Eclipsé, & par conséquent son diamètre horizontal devoit être alors de 31' 9".

OBSERVATION

D'UN CERCLE LUMINEUX

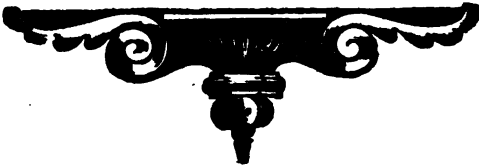
AUTOUR DU SOLEIL.

PAR M. DE LA HIRE.

1708.
25. Avril. **L**E 9^e Avril de cette année 1708 à une heure après midi à l'Observatoire, on voyoit autour du Soleil un grand cercle ou anneau lumineux, & très-parfait dans toutes ses parties. Le Soleil étoit au centre de ce cercle, dont le diamètre étoit de 36 degrés, & sa largeur d'un degré & demi environ. Le bord intérieur de cet anneau étoit assez bien terminé, & d'une couleur tirant sur le rouge; mais l'extérieur étoit blanc, & se noyoit avec le Ciel comme une pénombre. Le Ciel qui paroissoit au de-

dans du cercle étoit obscur, & principalement à l'endroit où le cercle le touchoit; mais ce qui étoit au dehors étoit beaucoup plus clair & plus blanc. Tout l'air étoit alors rempli d'un léger brôüillard fort élevé. Il ne paroissoit point de parhelie ou faux Soleil sur ce cercle, comme on en voit quelquefois sur ces sortes de cercles vers l'horizon au lever du Soleil, où il y en a deux diametralement opposés & à même hauteur que le Soleil; mais il est fort rare de voir de ces cercles dans le meridien, & encore plus d'y voir des parhelies comme j'en ay observé, & surtout lorsque le Soleil est fort élevé & que l'air est échauffé; aussi l'on ne peut attribuer ce phenomene qu'à des particules de glace qui causent cette apparence par la refraction des rayons du Soleil; & comme ces cercles ont toujours un même diametre, il faut necessairement que ces particules soient toujours d'une même configuration.

Il n'est pas aussi facile de rendre une raison physique bien convaincante de ces phenomenes, que de l'Arc-en-ciel dont nous connoissons la cause dans les petites gouttes de la pluie, lesquelles sont spheriques, & que nous imitons si parfaitement par le moyen d'une petite phiole pleine d'eau. Enfin on ne doit pas s'étonner si l'on trouve quelque difference dans les observations des diametres de ces cercles & dans ceux de l'Arc-en-ciel, puisque dans celui-cy l'experience nous fait connoître que les differens degrés de chaleur de l'eau y apportent un changement considerable.



OBSERVATION

*De l'Eclipse de Lune du 5 Avril au matin
de l'année 1708.*

PAR M^{rs} CASSINI ET MARALDI.

1708.
25. Avril.

LE soir du 4^e Avril de cette année 1708, le Ciel étant serein, nous nous préparâmes à l'Observation de l'Eclipse de Lune qui arriva la même nuit, par celles du passage de la Lune & de ses taches par le fil horaire, & par les obliques qui se croisent à angles de 45 degrés au foyer de la Lunete posée sur la machine parallatique. Ces Observations servent à déterminer la situation des taches dans le disque apparent de la Lune pour ce jour-là, & cette détermination jointe à l'Observation du passage de l'ombre par ces mêmes taches au temps de l'Eclipse, sert à déterminer la grandeur de la Lune éclipsée. A 6^h 40', la Lune étant élevée de 5 degrés sur l'horizon, nous mesurâmes par le micrometre son diametre apparent, que nous trouvâmes de 30' 52" d'un grand cercle. Par l'heure du passage du diametre apparent de la Lune par le meridien qui se fit en 2' 9", son centre y arriva à 11^h 48' 5". Ce passage donne le diametre apparent de la Lune de 31' 0" toutes les réductions étant faites. Nous l'avons trouvé un peu plus grand par la hauteur meridienne apparente du bord septentrional, qui fut de 35° 29' 45", & du bord meridional de 34° 57' 45".

La même nuit à 4^h 7' du matin on commença de voir sur la Lune une penombre foible, ensuite la Lune s'est couverte & découverte différentes fois jusqu'à 4^h 26' que l'on voyoit la penombre fort dense au travers des nuages rares, ce qui fit douter du commencement de l'Eclipse. On en fut assuré à 4^h 30' $\frac{1}{2}$ lorsque la Lune nous parut un peu éclipsée au travers des nuages rares.

- A 4^h 35' La Lune qui étoit toujours dans les nuages rares nous paroissoit éclipfée d'un doigt.
- 4 43¹/₂ La grandeur de l'Eclipfe mefurée par le micrometre étoit de 3 doigts 8 minutes.
- 4 47 La Lune est éloignée de Grimaldi d'environ la plus grande longueur de cette tache, & éloignée de *Mare serenitatis* du petit diametre de Caspia.
- 4 48 50 L'ombre éloignée de Copernic & de Grimaldi de la largeur de ces taches.
- 4 51 50 La Lune étoit éclipfée de 3 doigts 40' étant mefurée par le micrometre. Cette Observation est exacte, le Ciel étant clair.
- 4 52 20 L'ombre touchoit presque Copernic & Grimaldi, ce qui donne la grandeur de l'Eclipfe de 3 doigts 30'.
- 4 55 50 L'ombre au bord de Grimaldi & au bord de *Mare serenitatis*. Il fait assez clair.
- 4 58¹/₂ L'ombre est éloignée de la tache Hermes de la plus grande longueur de la tache Grimaldi. L'ombre a paru au milieu de Grimaldi, ce qui donne la grandeur de l'Eclipfe de 4 doigts. La Lune s'est couverte.
- 5 10 La Lune sort des nuages, mais on ne peut pas déterminer la quantité de l'Eclipfe à cause du grand jour.
- 5 12 La Lune se couvre entièrement dans les nuages qui font près de l'horizon.
- M. Eifenschmid nous a communiqué l'Observation de la même Eclipfe de Lune qui a été faite à Strasbourg par des personnes exercées dans les Observations.
- A 4^h 39' 25" Le commencement de la penombre.
- 45 10 La penombre plus dense.
- 47 0 La penombre fort dense.
- 48 41 Le commencement de l'Eclipfe certain un peu au dessous de Galilée par une Lunete qui renverse.

A $4^h 52' 34''$ Aristarchus est dans l'ombre. Un peu après la Lune se couvre des nuages qui étoient proches de l'horizon.

La différence des meridiens entre Paris & Strasbourg étant supposée de $22'$, comme on l'a trouvée par la comparaison de diverses Eclipses de Lune & des Satellites de Jupiter faites de part & d'autre, & étant ôtée de l'heure du commencement observé à Strasbourg, on aura le commencement de l'Eclipse à Paris à $4^h 26' 40''$, qui est aussi à peu près le temps que nous doutâmes du commencement de l'Eclipse.

M. Manfredi nous a communiqué l'Observation de la même Eclipse de Lune qu'il a faite avec M. Stancari dans l'Observatoire de M. le Comte Marfigli à Bologne, elle est la suivante.

A $17^h 1' 48''$ Commencement de l'Eclipse, la Lune sortant des nuages.

8 58 L'ombre à Aristarchus.

10 8 Tout Aristarchus dans l'ombre.

14 18 Plato.

15 38 Le milieu de Plato dans l'ombre. Peu de temps après la Lune se couche dans les montagnes.

Pour avoir le commencement de l'Eclipse au méridien de Paris par l'Observation faite à Bologne, il faut ôter $37'$ différence des meridiens de $17^h 1' 48''$, & on aura $16^h 24' 48''$ commencement de l'Eclipse à Paris à une minute & quelques secondes près de notre détermination, qui est moyenne entre les Observations faites en différens lieux.



OBSERVATION

De l'Eclipsé de Lune faite par le P. Laval & M.
Chazelles à Marseille le 5 Avril 1708.

Comparée à celles qui ont été faites à Paris & à Strasbourg.

PAR M. CASSINI le fils.

ON s'étoit préparé à faire cette Observation par les 1708.
12. May.
methodes ordinaires; mais le temps n'ayant pas été favorable, on ne pût observer que les phases suivantes.

Le 5 Avril à 4^h 36' 52" du matin l'Eclipsé n'est pas encore commencée, mais il y a une grande penombre vers Aristarque. Nuages.

A 4^h 40' 22" l'Eclipsé est commencée. Aristarque sur le bord de l'ombre.

42 52 Aristarque ne paroît plus. Nuages.

52 8 Grimaldi loin de l'ombre d'environ trois fois son grand diametre, l'ombre couvre Plato & s'approche de Kepler.

5 1 23 Grimaldi éloigné de l'ombre de son grand diametre, & *Mare serenitatis* loin de l'ombre du grand diametre de Grimaldi.

2 50 La Lune entre dans les nuages épais, d'où elle n'est plus sortie.

Entre ces Observations il y en a deux dont les correspondantes ont été faites l'une à Paris & l'autre à Strasbourg par M. Eifenschmid, dont voici la comparaison.

A 4^h 48' 50" A Paris l'ombre étoit éloignée de Copernic & de Grimaldi du diametre de ces taches.

5 1 23 A Marseille Grimaldi éloigné de l'ombre de son grand diametre.

1708.

A a

A $5^h 12' 33''$ Difference des meridiens entre Paris & Marseille.

4 $52' 34''$ A Strasbourg Aristarque dans l'ombre.

42 $52'$ A Marseille Aristarque ne paroît plus.

9 $42'$ Difference des meridiens entre Strasbourg & Marseille.

Cette difference étant ajoutée à celle que l'on vient de trouver entre Paris & Marseille de $12' 33''$, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Strasbourg de $0^h 22' 15''$, à quelques secondes près de celle qui est marquée dans la Connoissance des Temps.

Si l'on retranche $12' 33''$ difference entre Paris & Marseille de $4^h 40' 22''$ temps auquel l'Eclipse étoit commencée à Marseille, l'on aura le commencement de l'Eclipse à Paris avant $4^h 27' 50''$.

Nous l'avions jugé à $4^h 26' 40''$, ce qui fait voir l'accord de ces Observations entr'elles, quoiqu'elles aient été faites de part & d'autre dans un temps peu serain.

P R O B L E M E

D' A N A T O M I E,

S C A V O I R :

Si pendant la grossesse il y a entre la femme & son fœtus une circulation de sang réciproque.

PAR M. MERY.

1708.
5. May.

LEs sentimens des Anatomistes sont à present fort-partagés sur cette question. Les uns prétendent que le sang de la femme ne passe point dans le fœtus, ni celui du fœtus dans la femme : Ceux-ci soutiennent que l'en-

fant ne reçoit de sa mere pour sa nourriture, que du chile qui lui est fourni par les glandes de la matrice.

Les autres au contraire, persuadés qu'il y a un mouvement circulaire de sang réciproque entre l'un & l'autre, croient que l'enfant ne se nourrit que du sang de sa mere, que lui envoient les arteres de la matrice par la veine ombilicale. Ceux-là nient absolument qu'il y ait des glandes dans cette partie.

Avant que d'examiner si la matrice de la femme a ou n'a pas de glandes, & si l'enfant ne se nourrit que du chile ou du sang de sa mere, il est necessaire de bien s'assurer auparavant, s'il est vrai ou non, qu'il y ait entre l'un & l'autre une réciproque circulation de sang; parceque cette connoissance acquise nous servira à reconnoître plus aisément lequel de ces deux alimens la femme fournit au fœtus pendant tout le tems qu'il est renfermé dans son sein. Je vais donc commencer par examiner si le sang circule ou non dans l'un & dans l'autre réciproquement. Pour faire cette recherche, je me servirai d'un événement funeste; mais heureusement arrivé pour résoudre certainement ce premier Problème.

Une femme âgée d'environ trente-cinq à quarante ans, retenuë par force à l'Hôpital general, fut amenée il y a quelque tems à l'Hôtel-Dieu pour y accoucher, étant fort près de son terme, & jouissant d'une parfaite santé. Cette pauvre femme, qui craignoit qu'après ses couches on ne vînt la reprendre pour la renfermer comme auparavant, entreprit de se sauver de la Salle des accouchées qui est fort élevée.

Pour exécuter plus secretement son dessein, elle attach pendant la nuit à une fenêtre de cette Salle qui donne sur la rue de la Boucherie, une corde qu'elle avoit nouée d'espace en espace pour en descendre plus facilement. Mais comme elle avoit mal pris ses mesures, la corde se trouva de beaucoup trop courte, de sorte qu'étant au bout elle fut contrainte de se laisser cheoir sur le pavé. En tombant elle se luxa une cuisse, se rompit l'au-

tre, & l'os rompu sortant hors des chairs, fit à celle-ci une playe tres-considerable. En ce triste état elle fut ramenée à l'Hôtel-Dieu, où elle expira demie-heure après.

Si-tôt qu'elle fut morte un Compagnon Chirurgien de cette sainte Maison lui ouvrit d'abord le ventre, qu'il trouva rempli de sept à huit pintes de sang. Après l'avoir fait écouler, il ouvrit ensuite la matrice dans la vûe de sauver son enfant; mais il s'aperçût aussi-tôt qu'il étoit déjà mort, & que tous les vaisseaux du cadavre de cette femme étoient entierement épuisés de sang. Il remarqua aussi en même tems que le corps du placenta, de même que ses membranes, étoient encore unies à toute la surface interieure de la matrice, ce qui avoit empêché le sang de cette femme & celui de son fœtus de se répandre dans sa capacité, comme il arrive lorsque le placenta se sépare du fond de la matrice.

L'union de ces deux parties, & une si prodigieuse quantité de sang épanché dans le ventre de cette pauvre femme, me firent faire sur le champ cette reflexion. La mere & l'enfant meurent en même tems par les grandes pertes de sang qui leur arrivent, quand ces parties se desunissent. Je n'ay donc, pour découvrir si le sang circule de l'un dans l'autre réciproquement, qu'à voir, si les vaisseaux de cet enfant sont vuides de sang, comme ceux de sa mere: car s'ils s'en trouvent pleins, il est certain que le sang du fœtus ne passe pas dans les vaisseaux de la femme; que si au contraire je les rencontre vuides, il est évident qu'il y a eu une circulation réciproque de sang de l'un dans l'autre.

Cette idée excita fortement ma curiosité, & pour la satisfaire j'examinai aussi-tôt le petit cadavre de l'enfant. Dans cette recherche je ne découvris sur tout son corps nulle blessure, ni aucune alteration; & passant du dehors au dedans, toutes les parties interieures me parurent aussi saines que les exterieures. Enfin poussant mon examen plus loin, je trouvai les veines & les arteres de ce fœtus presque, pour ne pas dire entierement, vuides de sang,

Or comme il ne s'en étoit point épanché ni dans son ventre, ni dans sa poitrine, ni ailleurs, il est visible que les vaisseaux de sa mere s'étant ouverts par la chute qu'elle fit, tout le sang de cet enfant s'étoit écoulé avec celui de sa mere dans la capacité du ventre de cette femme.

Et parceque le sang de cet enfant n'a pû prendre d'autre route que celle des arteres ombilicales & des veines de la matrice, pour se rendre dans le ventre de sa mere, il faut necessairement qu'il y ait eu pendant leur vie entre l'un & l'autre une circulation de sang réciproque. Il ne s'agit donc plus maintenant que d'expliquer la maniere dont elle s'est accomplie pendant tout le tems de la grossesse de cette femme. Les faits que je vais rapporter nous conduiront sûrement à cette explication.

J'ay fait voir à l'Academie Royale des Sciences le 13 Fevrier 1706, que la matrice d'une femme morte quatre heures après son accouchement n'avoit point de glandes, que sa surface interieure étoit sans membrane, que le placenta qui y étoit joint n'en avoit point dans sa surface exterieure, que les vaisseaux qui se terminoient à ces deux superficies y étoient manifestement ouverts, & que la substance de ces deux parties étoit charnuë & toute spongieuse, & par conséquent facile à s'abreuver du sang que leurs vaisseaux répandoient de l'une dans l'autre réciproquement.

Voyez l'Histoire de l'Academie de 1706. pag. 22.

Ces faits verifiés dans plus de cinquante autres femmes à qui j'ay fait l'operation Cefarienne après leur mort, & étant certain que le sang de l'enfant, dont je viens de parler, n'ayant pû s'écouler dans le ventre de sa mere, qu'en prenant, comme j'ay dit, la route des veines de la matrice ouvertes dans sa surface interieure pour le recevoir, il est aisé de reconnoître que celui de ses arteres ouvertes aussi dans la même superficie, a dû pendant tout le séjour que cet enfant a fait dans le sein de sa mere, être versé dans les racines de la veine ombilicale pareillement ouvertes dans la surface exterieure du placenta,

pour lui donner passage par le canal de cette veine dans le corps de l'enfant, afin de remplir ses vaisseaux qui se vuidoient continuellement dans ceux de sa mere. Les quatre observations qui vont suivre cette explication, prouvent encore évidemment ce mouvement circulaire du sang.

Premierement, on sçait qu'après l'accouchement, le placenta & ses membranes étant séparés du fond de la matrice, le sang qui sort des arteres de cette partie de la femme ne pouvant rentrer dans ses veines, se répand dans sa capacité, d'où il s'écoule ensuite au dehors par son canal. Il ne peut pas rentrer dans ses veines, parceque leurs ouvertures étant dans sa superficie interieure, elles ne peuvent pas s'aboucher avec celles des arteres qui s'y terminent. Quand donc le placenta est uni à la matrice, le sang qui sort de ses arteres doit rentrer dans les racines des veines du placenta, pendant que celui qui s'écoule des arteres ombilicales prend le chemin des veines de la matrice.

Secondement, l'on sçait encore que si pendant la grossesse le placenta abandonne le fond de cette partie avant que la femme entre en travail, la mere & l'enfant perissent leurs vaisseaux épuisés de sang pour peu de tems que continuë son écoulement. Cet épuisement ne pourroit pas se faire, si les surfaces par lesquelles la matrice & le placenta s'unissent étoient recouvertes de membranes, & s'il étoit vrai que le sang des arteres de la matrice ouverte dans sa surface interieure passât pendant la grossesse dans ses veines, & que celui qui est porté par les branches des arteres ombilicales à la superficie exterieure du placenta rentrât dans les racines de la veine ombilicale.

Cependant la mere & l'enfant meurent leurs vaisseaux épuisés de sang par la séparation du placenta, quoique la femme n'entre point en travail. Il est donc évident que les branches des arteres de la matrice, qui se terminent à sa surface interieure, ne s'abouchent point avec les racines de ses veines qui en tirent leur origine. Il en est de

même des vaisseaux du placenta. Donc pendant que celui-ci demeure uni au fond de la matrice, les arteres de celle-là doivent répandre leur sang dans la substance spongieuse du placenta, & les arteres ombilicales décharger le leur dans la substance porreuse de la matrice, pour être ensuite repris par leurs veines. Il est donc certainement vrai qu'il y a entre la femme & son fœtus une réciproque circulation de sang. Aussi est-ce pour cet effet que les surfaces par lesquelles ces deux parties sont jointes ensemble n'ont point de membranes, & que leur substance est toute spongieuse : delà vient qu'en pressant l'une & l'autre après leur séparation, le sang sort par leurs surfaces qui ne sont point recouvertes de membranes, & ne peut point s'échapper par celles qui en sont revêtues.

Troisièmement. Mais lorsqu'au contraire le placenta étant encore uni à la matrice, une femme vient à mourir dans les efforts du travail, & que son fœtus perit en même tems par la compression du cordon ombilical ; alors les vaisseaux de la mere & de l'enfant se trouvent également remplis de sang. Le cordon du fœtus étoit libre dans la matrice de la femme dont je viens de rapporter la tragique histoire ; & l'un & l'autre étant morts, on a trouvé leurs veines & leurs arteres tout vuides ; parceque les vaisseaux de la mere s'étant rompus dans la chute qu'elle fit, tout le sang des vaisseaux de son enfant s'étoit écoulé avec le sien dans la capacité du ventre de cette pauvre femme. Ces deux événemens joints ensemble prouvent donc évidemment qu'il y a entre la femme & son fœtus un mouvement circulaire de sang réciproque.

Quatrièmement. Enfin si le sang des arteres ombilicales ne passe point dans les veines de la matrice, ni celui des arteres de cette partie dans les veines du placenta, la respiration de la mere doit être absolument inutile pour entretenir la circulation du sang dans le corps de l'enfant. Cela étant, il faut nécessairement que le fœtus de la femme ait en lui-même tout ce qui est nécessaire pour faire circuler son sang dans tous ses vaisseaux ; il peut donc vivre

après la mort de la femme autant de tems dans la matrice sans recevoir de nourriture, qu'il pourroit faire étant hors de sa capacité sans prendre d'alimens. Cependant il arrive tout le contraire, l'enfant perit si-tôt que sa mere cesse de respirer, ou que le cordon ombilical du fœtus souffre une trop forte compression pendant la vie de la femme. Il faut donc nécessairement convenir encore une fois, qu'il y a entre lui & elle une circulation réciproque d'air & de sang, & que l'enfant n'a point en lui-même, tant qu'il est renfermé dans le sein de sa mere, le premier principe qui donne le mouvement à son sang. La respiration de la femme est donc la premiere cause de la circulation du sang du fœtus, puisqu'il perit si-tôt qu'elle cesse de respirer; d'où je conclus que l'opinion contraire a toutes les apparences de fausseté.

Enfin s'il est vrai que la nature agit toujours uniformément dans les mêmes operations, comme il y a lieu de le croire, il doit donc y avoir aussi dans tous les animaux vivipars entr'eux & leurs fœtus le même mouvement circulaire de sang.

SECOND PROBLEME.

Je vais maintenant examiner, si comme le prétendent les sectateurs de cette fausse opinion, le fœtus ne se nourrit que du chile que lui fournissent les glandes de la matrice, ou si au contraire il ne se nourrit que du sang qui passe des branches des arteres de cette partie dans les racines des veines du placenta.

Pour résoudre ce second Problème, il n'y auroit quasi qu'à voir la liqueur qui s'écoule de la matrice d'une femme après son accouchement. En effet, si tout le sang qui est porté à cette partie par les arteres rentre dans ses veines, de sorte qu'aucune portion de ce sang ne passe pendant la grossesse par la veine ombilicale dans le corps du fœtus, & qu'il soit bien vrai qu'il ne reçoive absolument que du chile des glandes de la matrice; n'est-il pas évident qu'après l'extraction du placenta il ne doit sortir de

la cavité de la matrice que du chile, & point du tout de sang ? Il ne s'en écoule au contraire que du sang, & point de chile. Il est donc certain que l'opinion de ceux qui tiennent qu'il ne passe que du chile & point de sang du corps de la femme dans celui du fœtus, est visiblement fautive.

Car si elle étoit vraie, les glandes de la matrice devant fournir immédiatement avant la séparation du placenta, la même quantité de chile au fœtus, que les glandes des mamelles donnent de lait à l'enfant après l'accouchement de la femme ; ces glandes de la matrice ne devroient-elles pas paroître, après la sortie du placenta, aussi gonflées de chile que le sont de lait celles des mamelles de la femme ? Cependant la différence est du tout au rien, & par conséquent infinie. Les glandes des mamelles sont toutes prodigieusement gonflées de lait, au contraire celles de la matrice ne sont nullement abreuvées de chile, & ne sont pas même sensibles ; aussi ay-je fait voir que cette partie n'a point de glandes. Le fœtus ne peut donc pas être nourri du chile qu'elles lui fournissent ; il est donc vrai qu'il ne se nourrit que du sang de la femme, qui à la sortie des branches des arteres qui aboutissent à la surface interieure de la matrice, se répand dans la substance spongieuse du placenta, où il est repris par les racines de la veine ombilicale, qui le conduit dans la veine porte, d'où il s'écoule par le canal veineux de communication dans la veine cave inferieure, qui le décharge dans le cœur du fœtus.

D'ailleurs en supposant que la matrice de la femme ait des glandes, & que l'enfant ne reçoive de cette partie que du chile ; tout l'appareil du placenta & de ses vaisseaux ne paroîtra-t-il pas inutile, pour ne pas dire ridicule, à tout homme qui y fera une sérieuse reflexion ; puisqu'un vaisseau particulier sortant de ces glandes, & d'une capacité beaucoup plus petite que celle de la veine ombilicale, auroit pu suffire pour conduire dans le corps de l'enfant tout le chile qu'elles seroient capables de lui fournir ?

En effet, l'Anatomie ne nous montre-t-elle pas que le seul canal torachique de l'homme, quoique d'une capacité beaucoup moindre que celle de la veine ombilicale, suffit bien pour porter dans la veine souclaviere tout le chile qui passe des intestins dans les veines lactées? Cependant la quantité de celui-ci est certainement de beaucoup plus grande que celle de l'autre. Il est donc évident que tout cet appareil du placenta & des vaisseaux ombilicaux seroit, si l'enfant ne reçoit point de sang de sa mere, inutile au transport d'une si petite quantité de chile, puisqu'elle pourroit même passer par un tuyau plus étroit que le canal torachique.

Pour finir ce discours, je dirai donc que puisqu'on ne découvre point de vaisseau particulier pour lui porter ce prétendu chile, ni de glandes à la matrice qui puissent le lui fournir, que l'opinion de ceux qui soutiennent que l'enfant ne reçoit que du chile de sa mere pendant tout le tems qu'il est renfermé dans son sein, paroît fausse.

Au contraire le concours de toutes ces circonstances, les surfaces par lesquelles la matrice & le placenta s'unissent sans membranes, les vaisseaux qui se terminent à l'une & à l'autre tous ouverts, & le sang qui sort seul par le canal de la matrice après l'accouchement de la femme, nous donnent une démonstration sensible que l'enfant n'est nourri pendant la grossesse que du sang de sa mere; d'où je puis inferer fort vrai-semblablement, que le fœtus de tous les animaux vivipars n'en reçoit pas d'autre nourriture, s'il est vrai que la nature agisse toujours uniformément dans toutes leurs especes, qui ont avec la femme une conformité essentielle.



OBSERVATION

*De la Conjonction de Jupiter avec la Lune du 30
Avril 1708 faite en plein jour.*

PAR M. CASSINI le fils.

LA Lune ne devant point éclipser Jupiter dans cette
conjonction qui devoit arriver en plein jour, nous
nous étions contenté de la calculer sans l'inferer dans la
Connoissance des Temps. 1708.
12. May.

Nous ne laissâmes pas de nous préparer à faire cette
Observation; mais quelques nuages rares étant survenus
sur les 3^h $\frac{1}{2}$, qui étoit à peu près le temps auquel elle de-
voit arriver, nous ne pûmes appercevoir Jupiter que sur
les 4 heures avec une Lunete de 16 pieds, & nous fîmes
les Observations suivantes.

Ayant placé une Lunete de 10 pieds montée sur une
machine parallaïque, enforte que le bord septentrional
de la Lune parcouroit par son mouvement un des fils qui
se croisent à angles de 45 degrés au foyer de cette Lunete,
à 4^h 9' 19" Le bord précédent de la Lune passa au fil ho-
raire.

- 4 9 51 Jupiter au premier oblique.
- 4 10 35 Jupiter au fil horaire.
- à 4 17 41 Le bord précédent de la Lune au fil horaire.
- 4 17 52 Jupiter au premier oblique.
- 4 18 45 Jupiter au fil horaire.
- 4 19 39 Jupiter au second oblique.
- à 4 21 54 Le bord précédent de la Lune au fil horaire.
- 4 22 50 $\frac{1}{2}$ Jupiter au fil horaire.
- 4 23 49 Jupiter au second oblique.
- à 4 35 3 Le bord précédent de la Lune au fil horaire.
- 4 35 36 Jupiter au fil horaire.
- 4 36 48 Jupiter au second oblique.

Bb ij

à 4^h 40' 5" Le bord précédent de la Lune au fil horaire.

4 40 29 Jupiter au fil horaire.

4 41 35 Le bord précédent de la Lune fort.

4 41 45 Jupiter au second oblique.

4 41 58 Jupiter fort.

à 9^h 0' 5" Passage de Jupiter par le merdien.

Sa hauteur meridienne.

45^d 50' 30".

9 6 4 Le bord précédent de la Lune au merdien.

9 8 0 Le bord suivant qui manque au merdien.

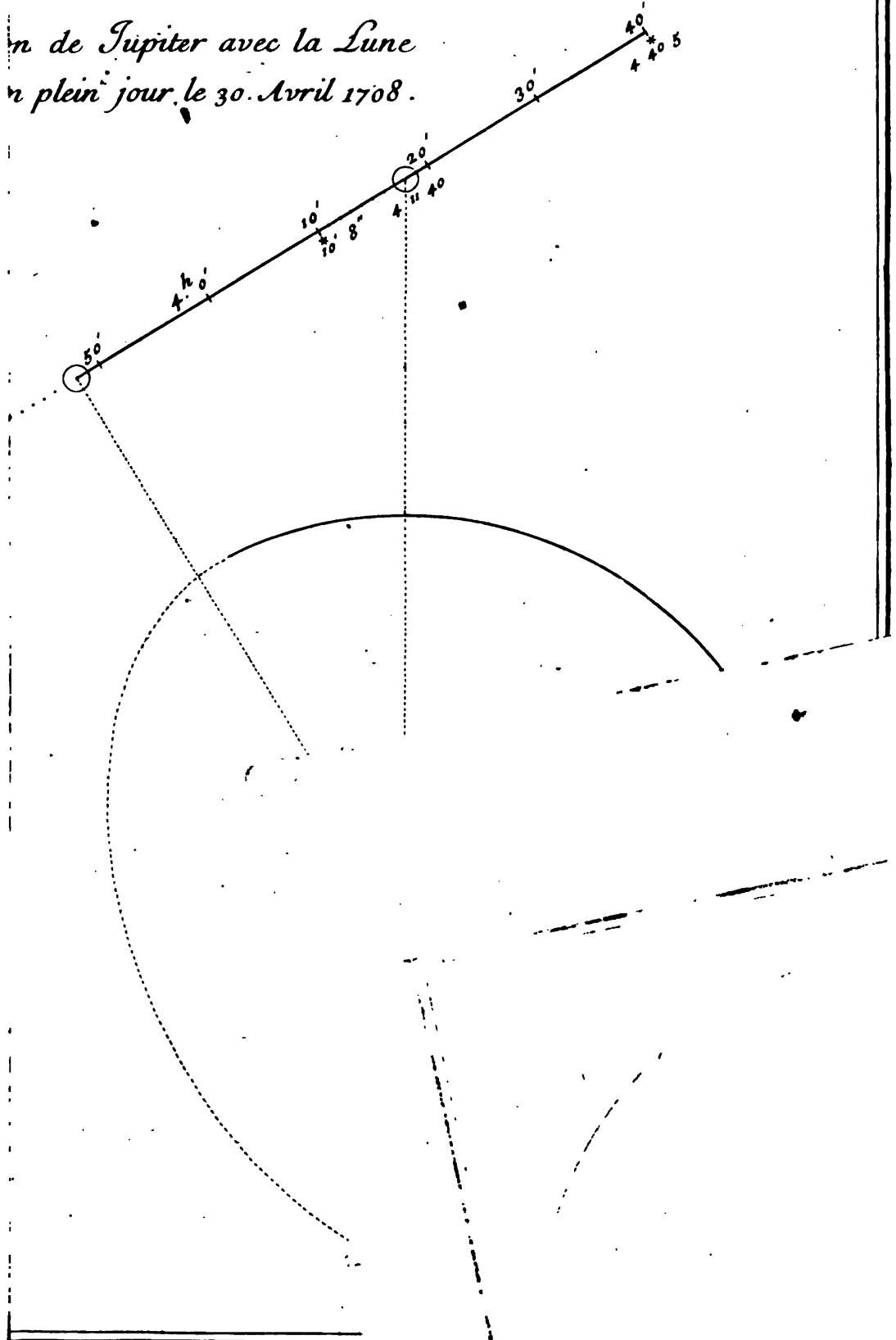
Hauteur merid. du bord supérieur de la Lune. 44^d 22' 20".

Hauteur meridienne du bord qui manque. 43^d 51' 0".

Ayant dressé par le moyen de ces Observations une figure où l'on a décrit la trace apparente de Jupiter à l'égard de la Lune, l'on trouva que la conjonction de ces deux Planetes en ascension droite est arrivée à 4^h 17' 40" qui est le temps de la seconde Observation. La declinaison de Jupiter à l'égard du bord septentrional de la Lune étant alors de 13' 15" de degré.

L'on trouve aussi que la conjonction veritable ou apparente a dû arriver à 3^h 48', Jupiter étant alors éloigné du bord septentrional de la Lune de 9 minutes & quelques secondes, ce qui s'accorde assez bien au calcul tiré de la Connoissance des Temps, suivant lequel nous avons trouvé que la conjonction devoit arriver à 3^h 44', & que Jupiter devoit passer à 9 minutes du bord septentrional de la Lune.

Conjonction de Jupiter avec la Lune
en plein jour le 30. Avril 1708.



100-100000

2

MANIERE GENERALE

De trouver une infinité de Lignes courbes nouvelles, en faisant parcourir une ligne quelconque donnée, par une des extremités d'une ligne droite donnée aussi, & toujours placée sur un même point fixe.

PAR M. DE REAUMUR.

L'Examen d'une Courbe que M. Carré a donné dans les Memoires de 1705, décrite par l'une des extremités du diametre d'un cercle, pendant que l'autre parcourt sa demi-circonference, me fit naître l'idée d'en chercher de nouvelles par une semblable voie. Je fis pour cela glisser sur différentes Lignes courbes, ou des portions de ces lignes lorsqu'elles sont infinies, une des extremités d'une ligne droite prise à volonté, & toujours posée sur un point fixe du même plan, & je cherchay les Courbes décrites par l'autre extremité. Mais ne voyant pas même pour borne à cette recherche le nombre infini des Lignes courbes qui existent, n'y en ayant aucune qui n'en puisse produire une infinité de différentes, en changeant la situation du point fixe; je crus qu'il falloit avoir recours à la Solution d'un Problème general, qui comprenant toutes les Courbes possibles, & les diverses positions du point fixe imaginables, donneroit toujours la nouvelle Courbe qu'on voudroit avoir. Voici, ce me semble, comme on peut le proposer & le résoudre.

1708.
19. May.

PROBLEME GENERAL.

Une ligne quelconque droite ou courbe, & un point fixe situé où l'on vaudra étant donnés, si l'on conçoit qu'une des extremités d'une ligne droite donnée aussi & placée sur ce point parcourt la ligne donnée, ou une portion de cette ligne lorsqu'elle

Bb iij

est infinie, l'autre extremité de la ligne droite décrira pendant ce tems une Courbe dont il faut trouver l'équation.

FIG. I.

SOLUTION. Soit AMH une ligne droite ou courbe donnée. Soit de plus CB une autre ligne droite donnée aussi. Soit enfin le point F pris pour point fixe. Si l'on fait parcourir par l'extremité C de la ligne CB , toujours posée sur le point fixe F la ligne AMH , il est clair que pendant ce tems-là son autre extremité B décrira la Courbe OND . Si l'on veut s'imaginer la ligne CB dans une position quelconque MFN , & qu'on nomme la donnée CB , MN , m ; les inconnuës MF , r ; FN , z ; il est évident qu'on aura toujours $MN(m) - MF(r) = FM(z)$, c'est à dire $m - r = z$ pour équation generale de la Courbe DNO , quelle que soit la generatrice AMH , & qu'en substituant pour $MF(r)$ sa valeur tirée de l'équation de la Courbe donnée AMH , on aura alors celle de l'engendrée DNO .

Si la generatrice AMH est geometrique, il est évident que la Courbe DNO le sera aussi, & il sera aisé d'avoir une équation qui exprime le rapport de ses abscisses à ses appliquées, en menant par le point donné F une ligne droite CFQ , parallele ou perpendiculaire à la generatrice AMH si elle est droite, ou à son axe si elle est courbe. Car si on abaisse des points quelconques M , N , les perpendiculaires MP , NQ , sur la droite CFQ , on formera les triangles rectangles semblables MPF , FNQ , par le moyen desquels on pourra facilement chasser l'inconnuë qu'a donnée la generatrice AMH ; & mettant pour FN la valeur $\sqrt{FQ^2 + QN^2}$, on aura enfin une équation qui ne contiendra d'inconnuës que les abscisses FQ , & les appliquées QN de la Courbe DNO ; ce qui va devenir clair par les Exemples.

EXEMPLE I.

FIG. II.

Soit la ligne droite AMT donnée de position, le long de laquelle l'extremité C de la droite BC donnée de grandeur toujours placée sur le point immobile F doit

glisser. Il faut trouver l'équation de la Courbe BNF décrite par l'extrémité B , pendant que l'autre C parcourt CA . Si l'on conçoit que BC , d'abord perpendiculaire sur CA , soit arrivée dans une situation quelconque MN , & qu'après avoir tiré par le point donné F une parallèle à AT indéfiniment prolongée de part & d'autre de F , on abaisse sur cette ligne les perpendiculaires MP , NQ , on formera les triangles rectangles semblables MPF , FNQ . Après quoy si on nomme les données BC (MN) a , FC (MP) b ; les inconnues FP (MC) x ; FQ (KN) u ; QN (FK) s ; l'on aura FM (r) $= \sqrt{xx + bb}$, FN (z) $= \sqrt{uu + ss}$, & l'équation générale $m - r = z$ deviendra (en mettant pour m , r , z , leurs valeurs) $a - \sqrt{xx + bb} = \sqrt{uu + ss}$. Mais les triangles semblables FMP , FNQ , donneront MP (b): PF (x):: NQ (s): QF (u), d'où l'on tire $x = \frac{b}{s}u$; & mettant cette valeur d' x dans l'équation précédente, on aura $a - \frac{b}{s}\sqrt{uu + ss} = \sqrt{uu + ss}$, qui se réduit à celle-ci $\frac{as}{b+s} = \sqrt{uu + ss}$ pour équation de la Courbe BNF , qui ne contient d'autres inconnues que les abscisses & les appliquées de cette Courbe.

1°. Si on fait dans cette équation NQ (s) $= 0$, on aura aussi FQ (u) $= 0$; & si l'on fait FQ (u) $= 0$, on aura $s = 0$, & $s = a - b = BF$. Ce qu'on voit aussi aisément par la generation de la Courbe.

2°. L'équation $\frac{as}{b+s} = \sqrt{uu + ss}$ donne cette propriété de la Courbe a (BC). $\sqrt{uu + ss}$ (NF):: $b + s$, (CK). s , FK .

3°. Si on fait u negative dans cette équation, c'est à dire, si on prend FQ de l'autre côté, elle reste toujours la même; d'où on voit que cette Courbe a une autre branche BGF semblable à la première. Si l'on fait à présent dans l'une & l'autre supposition d' u positive, ou negative, s , NQ negative, FC , b , la devient aussi nécessairement, & l'équation sera $\frac{-as}{-b-s} = \sqrt{uu + ss}$, qui est

la même que la précédente, puisqu'on a seulement changé tous les signes du numérateur & du dénominateur du premier membre; ce qui fait encore voir que la Courbe a deux autres branches de l'autre côté d' F par raport à B , FSI , FMI , semblables aux deux premières, qui tous ensemble composent la Courbe entière $FNBGFSIMF$.

4°. Il est visible que la Courbe coupe son axe BI aux points B & I à angles droits; mais ceux qu'elle fait au point F avec PQ , sont de 45 degrés lorsque $FC = AC$, (le point A est supposé le plus éloigné que BC puisse toucher); moindre que 45 degrés lorsque FC moindre que AC , & plus grand que 45 degrés lorsque FC plus grande que AC .

5°. Si on veut avoir la tangente de cette Courbe, on aura pour expression de la soûtangente $\frac{s du}{ds}$; mais l'équation de la Courbe différenciée donne $ds = \frac{ssu du + b u du}{b u u - s^3}$, laquelle valeur de ds substituée, on a $\frac{s du}{ds} = \frac{b u u - s^3}{s u + b u}$.

6°. Pour avoir les plus grandes appliquées de cette Courbe, si on fait dans l'équation différentielle $\frac{ds}{du} = \frac{ssu + b s u}{b u u - s^3}$, $ds = 0$, & $ds = \infty$, la première supposition donne $ssu + b s u = 0$, d'où on tire $u = 0$, laquelle substituée dans l'équation $\frac{u^3}{b + s} = \sqrt{u u + s s}$ la réduira à $a s - b s = s s$, d'où résulte $s = a - b = FB$, & $-s = -a + b = -FB = FI$ qui sont les plus grandes hauteurs, & la seconde supposition rend $b u u - s^3 = 0$, & $u u = \frac{s^3}{b}$, $u = \sqrt[3]{\frac{s^3}{b}} = FQ$, & $-u$ (FP ou MC) $= -s \sqrt[3]{\frac{s}{b}}$, laquelle substituée aussi dans la précédente équation, on a $s(FK) = -b + \sqrt[3]{a a b}$, & $-s(FC) = b - \sqrt[3]{a a b}$, qui donnent les plus grandes largeurs KN , KG , CM , CS .

7°. Pour connoître la grandeur de l'espace borné par cette Courbe, on peut concevoir la ligne MN dans une autre position mn infiniment proche de la première; après

après quoy si du centre F on décrit les petits arcs mR , NO , on aura les secteurs semblables FmR , FNO , & la somme des derniers est égale à l'espace renfermé par la branche BNF , & la droite BF pour l'avoir, Mm (Pp étant $=dx$) & $MR = \frac{x dx}{\sqrt{xx+bb}}$, on aura $mR = \sqrt{Mm^2 - MK^2}$
 $= \frac{b dx}{\sqrt{xx+bb}}$, & les secteurs semblables donnent cette analogie $FM (Vxx+bb) . FN (a - \sqrt{xx+bb}) :: mR$
 $(\frac{b dx}{\sqrt{xx+bb}}) . NO = \frac{ab dx - b dx \sqrt{xx+bb}}{xx+bb}$, & $FNO = NO \times \frac{1}{2} FN$
 $= \frac{aab dx - bxx dx + b^3 dx - 2ab dx \sqrt{xx+bb}}{2xx+2bb}$ (en supposant $b = \frac{1}{2} a$)
 $= \frac{9b^3 dx + bxx dx + b^3 dx - 6bb dx \sqrt{xx+bb}}{2xx+2bb}$, l'integrale des deux
termes $\frac{bxx dx + b^3 dx}{2xx+2bb} = \frac{1}{2} bx$ pour avoir celle du premier
 $\frac{9b^3 dx}{2xx+bb}$, on décrira du centre F & du rayon $FN = \frac{1}{2} b$
le quart de cercle LNH , & $4FNO =$ à la quantité différentielle $\frac{9b^3 dx}{2xx+bb}$. Car à cause des secteurs semblables
 FmR , FNO , on aura $FM (Vxx+bb) . FN (\frac{1}{2} b) :: mR$
 $(\frac{b dx}{\sqrt{xx+bb}}) . NO = \frac{3bb dx}{2xx+2bb}$, & le secteur $= NO \times \frac{1}{2} FN$
 $= \frac{9b^3 dx}{8xx+4bb}$. Ainsi quelque portion que FN renferme de
la Courbe, le quadruple du secteur de cercle qu'elle formera sera l'integrale de $\frac{9b^3 dx}{2xx+bb}$, celle du dernier terme
 $-\frac{6bb dx \sqrt{xx+bb}}{2xx+2bb} = \frac{6bb dx}{2\sqrt{xx+bb}}$ dépend de la quadrature d'une
hyperbole équilatère FVZ dont F est le sommet, C le centre, $FC = b$ le demi-axe, & $PF(x)$ l'appliquée; d'où
l'on voit que la quadrature de cette Courbe dépend de celle du cercle & de l'hyperbole, & que l'espace $FNnF =$
 $4FHN - \frac{1}{2} bx - \int \frac{6bb dx}{2\sqrt{xx+bb}} = FMP + 4FNH - 6CFV$;
& si on fait $x = \frac{1}{2} b V 2 = AC$, & qu'on substitue cette
valeur dans l'integrale précédente, on aura l'espace
 $FNnBF$ (qui est le quart de celui que renferme la Cour-

EXEMPLE II.

FIG. III. Soit donnée pour generatrice une parabole AMH , dont A est le sommet, AB l'axe, & dont l'équation $ax = yy$ ($AP, x; PM, y$). Si ayant pris un point fixe quelconque F sur l'axe de la parabole, ou sur cet axe prolongé par delà le sommet A l'on fait courir par l'extrémité A d'une droite donnée AB toujours placée sur le point fixe F la portion de parabole AMH , l'autre extrémité B de la ligne AB décrira pendant ce tems une autre Courbe BNF . Pour avoir l'équation qui en exprime la nature, soit imaginée la ligne AB en MN , & des points M, N soient abaissées les perpendiculaires MP, NQ sur l'axe AB , ayant nommé les données $AB, b; AF, q$, les inconnues $FQ, u; QN, s; FN, z = \sqrt{uu + ss}$, FP sera $= q \pm x (AF \pm AP)$, & par conséquent $FM (r) = \sqrt{ax - + qq \pm 2qx - + xx}$, & l'équation generale $m - r = z$ se changera en $b - \sqrt{ax - + qq \pm 2qx - + xx} = \sqrt{uu + ss}$, qui est aussi une équation generale pour trouver la Courbe engendrée par la parabole en quelque endroit de l'axe que le point F soit donné. Si l'on veut que $AF (q) = \frac{1}{2}a$, c'est à dire que le point F soit le foyer de la parabole donnée, l'équation précédente deviendra en substituant pour q cette valeur $b - x - \frac{1}{2}a = \sqrt{uu + ss}$. Mais les triangles rectangles PMF, FNQ donneront cette analogie $FQ (u). FN (b - x - \frac{1}{2}a) :: PF (\frac{1}{2}a - x). FM (x - + \frac{1}{2}a)$, d'où on tire $x = \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}u \pm \sqrt{\frac{1}{4}au - \frac{1}{4}ab - + \frac{1}{4}aa - + \frac{1}{4}uu - + \frac{1}{4}bu - + \frac{1}{4}bb}$, laquelle substituée dans la dernière équation, on a enfin pour celle de la Courbe $BNTF$ après les réductions ordinaires. $sa - + abss = au^2 - abuu - + \frac{1}{4}aauu$.

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{4}aass \\ & - auss \\ & - bbss \\ & - + uuss \end{aligned}$$

1°. Si dans la 1^{re} équation $b - x - \frac{1}{2}a = \sqrt{uu + ss} = z$,

on fait $x(FN) = 0$, on aura $x = b - \frac{1}{2}a$, c'est à dire AI (FD étant prise $= AB$) $= AB - AF$, mais $AI = AB - BI$, d'où il est évident en comparant ces deux valeurs d' AI que $BI = AF$; & ainsi si du point D le plus éloigné du foyer que la ligne AB puisse toucher on abaisse une perpendiculaire DI à l'axe, le point I sera toujours éloigné du point B où la Courbe va rencontrer son axe du quart du parametre.

2°. Si du centre F & du rayon FN on décrit un arc de cercle qui coupe l'axe AB en L , il sera toujours coupé de manière que $BL = AP$; car $BL = BF - FN = BF - AB + AF = AP$ (en mettant pour FN sa valeur $AB - AF - AP$), & par conséquent $BL = AP$, puisque $BF + AF = AB$. C. Q. F. D.

3°. Si dans l'équation de la Courbe on fait $NQ(s) = 0$, on a $FQ(u) = 0$, & $FQ = FB(b - \frac{1}{2}a)$; & si on fait $u(QF) = 0$, on trouve $s(NQ) = 0$ & $s = b - \frac{1}{2}a(FT)$, ce qui est visible par la generation de la Courbe.

4°. Si dans la même équation on fait $s(NQ)$ negative, elle ne reçoit pour cela aucun changement; ce qui fait voir que la Courbe a une autre branche qui est semblable & égale à la premiere, puisqu'elle seroit engendrée par l'autre portion de la parabole semblable & égale à la donnée.

5°. Si on suppose la ligne donnée $AB =$ à l'axe de la parabole, c'est à dire infinie, tous les termes où b n'a qu'une dimension, ou qui sont multipliés par a s'évanouiront étant nuls par raport aux autres, & l'équation se réduira à $s^4 - bbss + uuss = 0$, ou $bb = uu + ss$, qui est une équation au cercle dont le rayon est infini; ainsi la ligne engendrée seroit alors droite, sa courbure étant infiniment petite.

6°. Si on veut que $AB(b) = a$, on aura en mettant pour b cette valeur $s^4 - \frac{1}{4}aass = au^2 - \frac{1}{4}aauu$.

$$- auss$$

$$+ uuss$$

7°. Si on differentie cette dernière équation, on trou-

vera $ds = \frac{3anu - \frac{1}{2}aanu - 2ssu - assu}{4s^3 - \frac{1}{2}as - 2as - 2us}$; & substituant cette valeur de ds dans la formule generale des soûtangentes $\frac{sdn}{ds}$, on aura pour expression de la soûtangente de cette Courbe $\frac{8s^4 - ass - 4uss + 4uss}{6anu - 3aan - 4ssu + ass}$.

8°. Il est évident que cette Courbe coupe son axe au point B à angles droits, puisque la parabole coupe de même le sien au sommet A . Mais l'angle qu'elle fait avec lui au point F dépend de la grandeur de FI , lorsque $FI = DI$ (D est le point le plus éloigné que la donnée puisse toucher) l'angle est de 45 degrés, lorsqu'elle est moindre que DI l'angle est plus grand que 45 degrés, & enfin lorsqu'elle est $= 0$ l'angle est droit.

9°. Si dans l'équation différentielle $\frac{ds}{du} = \frac{3anu - \frac{1}{2}aan - ass - 2us}{4s^3 - \frac{1}{2}as - 2as - 2us}$ on fait $ds = 0$, on aura $3anu - \frac{1}{2}aan - ass - 2us = 0$, ce qui donne $u = \frac{2s^3}{3a}$, laquelle valeur d' u substituée dans l'équation donnera pour plus grande appliquée $\pm s(GK) = a\sqrt{-\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{3}}$, & $u(FK) = \frac{2s^3}{3a}$ alors $= -\frac{1}{3}a - a/3$. Et si on fait $ds = \infty$, on trouvera $4s^3 - \frac{1}{2}as - 2as - 2us = 0$, ce qui donne $s(NQ) = 0$, laquelle substituée dans l'équation, on a $u = \frac{1}{3}a - (FB)$ pour la plus grande des abscisses.

10°. Pour avoir l'espace renfermé par cette Courbe, si on suppose mn infiniment près de MN , & que du centre F on décrive les arcs MV , nO , ils formeront les secteurs semblables FMV , Fno , & la somme des derniers est égale à l'espace renfermé par la Courbe. Pour l'avoir soient tirées mp parallèle à MP & MR à AP , on aura $MV = Rm = \frac{adx}{2\sqrt{ax}}$. Car les triangles rectangles MRm , mVM , ont l'hypothénuse Mm commune, & de plus les côtés MR , mV égaux, puisque mV différence de MF ($\frac{1}{3}a + x$) $= dx = Pp = MR$, ainsi les deux autres côtés Rm , MV seront aussi égaux. Mais les secteurs FMV , Fno donnent

cette analogie. $FM (\frac{1}{2}a+x)$. $FN (\frac{1}{2}a-x) :: MV$
 $(\frac{adx}{2\sqrt{ax}})$. $nO = \frac{3aadx-4axdx}{a+4x \times 2\sqrt{ax}}$, & $FNO = nO \times \frac{1}{2}FN$
 $= \frac{3aadx-4axdx+16axdx}{a+4x \times 16\sqrt{ax}} = (\text{en divisant par } a+4x)$
 $\frac{axdx}{4\sqrt{ax}} - \frac{7aadx}{16\sqrt{ax}} + \frac{a^2dx}{a+4x\sqrt{ax}}$ l'integrale des deux premiers
termes $= \frac{1}{2}x\sqrt{ax} - \frac{7}{16}a\sqrt{ax}$. Pour avoir celle du dernier
on décrira du centre F & du rayon $Fs = AB (a)$ un arc
de ce cercle $sYyX$, & le secteur $FYy = \frac{a^2dx}{a+4x\sqrt{ax}}$; car à
cause des secteurs semblables FNO , FYy , on a FN
 $(\frac{1}{2}a-x)$. $FY (a) :: nO (\frac{3aadx-4axdx}{a+4x \times 2\sqrt{ax}})$. $Yy = \frac{2aadx}{a+4x \times \sqrt{ax}}$,
& partant $FYy = Yy \times \frac{1}{2}FY = \frac{a^2dx}{a+4x\sqrt{ax}}$; mais la somme
des secteurs semblables FNO , FYy étant nécessairement
renfermée dans l'angle $XF s$ formé par l'axe AB & la
droite FD prolongée, & MN étant en FD , $x(AP)$ de-
venant $= \frac{1}{2}a (AI)$ (cette valeur substituée dans $\frac{1}{2}x - \frac{7}{16}a$
 \sqrt{ax}) l'espace borné par FB & la Courbe $FTGNB$ sera
 $=$ au secteur $FsYyX - \frac{1}{2}AB^2\sqrt{3} (\frac{1}{2}aa\sqrt{3})$; d'où on voit
que la quadrature de cette Courbe dépend de celle du
cercle. Mais l'espace $XFTGNBsYyX$ renfermé par le
rayon FX , la Courbe $FTNB$, la droite Bs , & l'arc
 $sYyX$ est absolument quarrable, & il est $= \frac{1}{2}AB^2\sqrt{3}$
 $(\frac{1}{2}aa\sqrt{3})$; car il est $= XFsYyX - XFsYyX + \frac{1}{2}AB^2\sqrt{3}$
(— l'espace borné par la Courbe) & par consequent $=$
 $\frac{1}{2}AB^2\sqrt{3}$. C. Q. F. D.

EXEMPLE III.

Soit donnée la demi-Ellipse AMB , & un point fixe FIG. IV.
quelconque F sur son grand axe AB prolongé, si l'on
veut; si l'on fait parcourir par l'extrémité A de l'axe AB
la demi-Ellipse AMB dans le même tems, son autre ex-
trémité B décrira une Courbe FNH . Pour en avoir l'é-
quation, si on nomme les données AB , $2b$; le petit axe
 $2c$; BF , q ; les inconnues BP , x ; PM , $y = \frac{c}{b}\sqrt{2bx-xx}$,

$FN, z; FM, r; FP (BP \pm BF) x \pm q$, on aura $FM (r)$

$$= \frac{\sqrt{abccx - ccxx + bbxx + 2bbqx + bbqq}}{b}, \text{ \& l'équation generale}$$

$$m - r = z \text{ se changera } 2b - \frac{\sqrt{abccx - ccxx + bbxx + 2bbqx + bbqq}}{b}$$

$= z$, qui est une autre équation generale pour les Courbes engendrées par des Ellipses, en quelque endroit de leur axe que le point F soit donné. Si l'on veut que $BF (q) = 0$, le point F tombera en B , & elle se réduira à

$$2b - \frac{\sqrt{abccx - ccxx + bbxx}}{b} = z, \text{ \& si on veut avoir la Courbe}$$

engendrée dans ce cas, ayant tiré BH perpendiculaire à

AB ; & de plus la ligne AB étant imaginée en NBM , si

on abaisse les perpendiculaires NQ sur BH , & MP sur

AB , & qu'on nomme BQ, u ; QN, s ; on aura $BN (z)$

$$= \sqrt{uu + ss} (\sqrt{BQ^2 + QN^2}), \text{ \& à cause des triangles sem-}$$

blables $BNQ, BMP, BP (x)$. $PM \left(\frac{c}{b} \sqrt{2bx - xx} \right) ::$

$$NQ (s). BQ (u), \text{ d'où l'on tire } x = \frac{2bccs}{bbuu + ccss}, \text{ lesquelles}$$

valeurs d' x & de z substituées dans l'équation précéden-

te, on aura pour celle de la Courbe $\frac{2b^3uu + 2bccs}{\sqrt{uu + ss}} = bbuu$

$$+ ccss + 2bccs.$$

1°. Si on fait $BQ (u) = 0$, on voit que $NQ (s) = 0$; & si on fait $NQ (s) = 0$, on a $BQ (u) = 0$, & $= 2b = BH$.

2°. Si dans l'équation on fait $BQ (u)$ negative, elle n'en reçoit aucun changement dans les signes; d'où il est visible que la Courbe a encore une autre branche rebroussante de B vers T , qui pourroit être engendrée par la demi-Ellipse qui n'est point décrite.

3°. La Courbe HNB coupe son axe au point B à angles droits; mais au point H elle rencontre sous un angle dont le sinus est au sinus de son complément à l'angle droit, comme le double du quarré du grand axe de l'Ellipse, est au quarré du petit axe.

4°. Si on differentie l'équation de la Courbe, on a

$$ds = \frac{2b^3ssu - 2bccssu - 2bbu \times uu + ss \sqrt{uu + ss} \times du}{2b^3uus - 2bccuus + 2ccs + 2bcc \times uu + ss \sqrt{uu + ss}}; \text{ \& mettant}$$

cette valeur dans $\frac{s du}{ds}$, on a pour expression de la soûtran-

gente $\frac{2b^3 s^3 u - 2b c c s^3 u - 2b b s u \times u u + s s \sqrt{u u + s s}}{2b^3 u u s - 2b c c u u s + 2 c c s + 2b c c \times u u + s s \sqrt{u u + s s}}$.

5°. Si on cherche la quadrature de cette Courbe, on trouvera qu'elle dépend de celle du cercle. Car si MN étant posée infiniment près en mn , on décrit du centre B les arcs mV , NO , & qu'on tire les paralleles mP à MP , mR à AB , on aura mR , dx ; $RM(dy) = \frac{b c dx - c x dx}{b \sqrt{2bx - xx}}$,

$$MV = \frac{b c c dx + b b x dx - c c x dx}{b \sqrt{2b c c x + b b x x - c c x x}}, \text{ \& } mV = \sqrt{Mm^2 - MV^2} \\ = \frac{b c x dx}{\sqrt{2bx + xx} \sqrt{2b c c x + b b x x - c c x x}}. \text{ Mais les secteurs semblables }$$

BNO , BmV donnent cette analogie $BM \left(\frac{\sqrt{2b c c x + b b x x - c c x x}}{b} \right)$.

$$BN, 2b - \frac{\sqrt{2b c c x + b b x x - c c x x}}{b} :: mV \left(\frac{c b x dx}{\sqrt{2bx - xx} \sqrt{2b c c x + b b x x - c c x x}} \right),$$

$$NO = \frac{b c x dx \times 2bb - \sqrt{2b c c x + b b x x - c c x x} \sqrt{2bx - xx} \sqrt{2b c c x + b b x x - c c x x}}{2b c c x + b b x x - c c x x \times \sqrt{2bx - xx}},$$

$$\text{\& partant } BNO = NO \times \frac{1}{2} BN = \frac{c x dx \times 4b^4 - 4bb \sqrt{2b c c x + b b x x - c c x x} + 2b c c x + b b x x - c c x x}{2b c c x + b b x x - c c x x}, \text{ les trois derniers termes}$$

$$\frac{c x dx \times 2b c c x + b b x x - c c x x}{2b c c x + b b x x - c c x x \sqrt{2bx - xx}} = \frac{c x dx}{2 \sqrt{2bx - xx}} = BmV, \text{ dont la}$$

somme, lorsque $x = 2b = AB$ (si l'on conçoit que ce soit le point B qui parcourt l'Ellipse, & que H décrive la Courbe) est la demi-Ellipse $BMA B$, le second

$$\frac{2b^4 c x dx}{2b c c x + b b x x - c c x x \times \sqrt{2bx - xx}} = \text{au secteur de cercle } BKK$$

decrit du centre B & du rayon BH ($2b$); car les secteurs semblables BNO , BKK donnent $BN \left(\frac{2b - \sqrt{2b c c x + b b x x - c c x x}}{b} \right)$

$$BK (2b) :: NO \left(\frac{b c x dx \times 2bb - \sqrt{2b c c x + b b x x - c c x x}}{2b c c x + b b x x - c c x x \times \sqrt{2bx - xx}} \right).$$

$$KK = \frac{2b^3 c x dx}{2b c c x + b b x x - c c x x \times \sqrt{2bx - xx}}, \text{ \& partant le secteur}$$

$$BKK = \frac{2b^4 c x dx}{2b c c x + b b x x - c c x x \times \sqrt{2bx - xx}}, \text{ dont la somme, lors-$$

que $x(BP) = 2b = AB$, est le quart de cercle $BHKKL$.

Le dernier terme
$$\frac{-4bb\sqrt{2bccx+bbxx-cxx+cx}dx}{2bccx+bbxx-cxx+2\sqrt{2bx-xx}} =$$

$$= \frac{2bbcdx}{\sqrt{2bccx+bbxx-cxx+2\sqrt{2bx-xx}}} = -mV \times AB; \text{ de}$$

 sorte que l'espace renfermé par la Courbe BNH , & la droite $BH = BMAB + BHKKL - \int mV \times AB$.

6°. Si dans l'équation $\frac{2b^3uu+2bccs}{\sqrt{uu+ss}} = bbuu + bcss + 2bccs$ on fait $c=b$, & qu'on substituë cette valeur de c dans l'équation, comme on changera l'Ellipse en cercle, aussi changera-t-on la Courbe BNF en celle qu'a donné M. Carré, & on aura pour son équation $2b \times \sqrt{uu+ss} = uu + ss + 2bs$, & quarrant chaque membre & transposant $s^4 + 4bs^3 + 2uuss + 4bsuu - 4bbuu + u^4 = 0$, qui est l'équation qui exprime la nature de la Cycloïde geometrique engendrée par deux cercles égaux dont le diametre $= 2b$. D'où il est aisé de voir que la Courbe BNH n'est point nouvelle comme on l'a crû, puisqu'elle est seulement un arc de celle-ci. Ce qui apprend une maniere bien simple de décrire cette portion de Cycloïde geometrique lorsqu'on en aura besoin.

EXEMPLE IV.

Soit donnée pour generatrice l'hyperbole MAM , & le point C sommet de l'angle droit de ses asymptotes CH , CH , le point fixe donné, & que la ligne donnée soit AB . Lorsqu'on aura fait parcourir à l'extremité A , AM , l'extremité B aura décrit BN , desquels points M & N si on abaisse les perpendiculaires MP , NQ sur CH prolongée (que l'on regarde ici comme l'axe de la Courbe donnée) on formera les triangles semblables PMC , CNQ ; & nommant la donnée AB , b , les inconnuës CP , x , PM , $y = \frac{a^2}{x}$ (l'équation de la Courbe étant $xy = aa$) CN , $z = \sqrt{uu+ss}$, CM , $r = \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{x}$, l'équation generale $m-r=z$ deviendra $b - \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{x} = \sqrt{uu+ss}$. Mais CP
 (x).

(x). $PM \left(\frac{xx}{x} \right) :: CQ(u). QN(s)$, d'où on tire $xx = \frac{aa u}{s}$ (d'où on peut remarquer que $s.u :: aa.xx$); & substituant cette valeur d' xx dans l'équation précédente, on aura celle de la Courbe BNC qui ne contiendra que ses abscisses & ses appliquées $b - a \sqrt{\frac{xx - ss}{us}} = \sqrt{uu - ss}$.

1°. Si on fait $NQ(s) = 0$, on a aussi $CQ(u) = 0$; & si on fait $CQ(u) = 0$, on trouve de même $NQ(s) = 0$.

2°. Il est évident que cette Courbe est divisée en deux parties égales & semblables lorsque AB divise également l'angle des asymptotes, & qu'alors CB est la plus grande des CN , AC étant la moindre des CM .

3°. Si on veut que la ligne mobile donnée soit l'asymptote, c'est à dire si on fait $b(AB) = \infty$, on aura pour équation de la Courbe, effaçant les termes multipliés par a , $b = \sqrt{uu - ss}$ qui est une équation au cercle dont le rayon est infini, ou une ligne droite qui sera l'asymptote Ch de l'hyperbole opposée, puisque HC passe nécessairement par le point C .

4°. Il est évident que la Courbe $CNBmC$ coupe son axe PCQ au point C , de manière que BNC fait avec lui un angle dont le sinus est au sinus de son complément à l'angle droit :: Hf (f est le dernier point que l'extrémité A de la donnée AB puisse toucher) est à CH , & BmC fait un angle égal au complément à l'angle droit de celui que fait BNC .

5°. Il est clair que si on avoit donné de plus l'hyperbole mam opposée à la première, elle auroit engendré la Courbe $CnnC$ opposée aussi à $CNBC$, & que si on eût donné encore les deux hyperboles LL , II conjuguées aux deux premières, elles eussent produit les Courbes $CIIC$, $CLLC$ conjuguées aussi aux premières. Il n'est pas moins clair que si les hyperboles opposées II , LL sont égales aux hyperboles MAM , mam , qu'aussi les différentes branches de Courbes seront égales; mais lorsqu'elles seront plus grandes ou moindres, les rameaux $CLLC$, $CIIC$ seront plus grands, ou moindres que $CNBO$, CmC .

6°. Si on veut differentier l'équation on aura l'égalité

$$ds = \frac{as^2 du - as^2 du + 2s du dx \sqrt{us}}{as^3 - as^2 s - 2usx \sqrt{us}}, \text{ \& la formule des soûrangen-}$$

$$\text{tes } \frac{s du}{ds} = \frac{as^3 - as^2 s - 2usx \sqrt{us}}{as^3 - as^2 s + 2usx \sqrt{us}}.$$

7°. Pour avoir l'espace borné par cette Courbe, on regardera MN comme infiniment près d' AB ; & ayant décrit du centre C les petits arcs AV , NO , & tiré les paralleles AP à MP & MR à CP , on aura $RM = dx$,

$$AR = -dy = \frac{as dx}{xx}, MV = \frac{x^2 dx - a^2 dx}{xx \sqrt{x^2 + a^2}}, AV = \sqrt{AM^2 - MV^2} = \frac{2as dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}, \text{ \& les secteurs semblables}$$

$$CAV, CNO \text{ donnent } CM \left(\frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x} \right). CN \left(b - \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x} \right)$$

$$:: AV \left(\frac{2as dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right). NO = \frac{2asb dx}{x^2 + a^2} - \frac{2as dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}, \text{ \& enfin}$$

$$CNO = NO \times \frac{1}{2} CN = \frac{as dx}{x} + \frac{asb b dx}{x^2 + a^2} - \frac{2asb dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}.$$

D'où il est aisé de voir que la quadrature de cette Courbe dépend de celle du cercle & de l'hyperbole donnée;

$$\text{car } \frac{as dx}{x} = \text{au secteur hyperbolique } CAM, \text{ \& } -\frac{2asb dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$= -AV \times AB, \text{ \& } \frac{asb b dx}{x^2 + a^2} = \text{à un secteur du cercle}$$

CKk décrit du centre C & du rayon $CK = AB$ (b); car les secteurs semblables CAV , CKk donnent CV (CM)

$$\left(\frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x} \right). CK (b) :: AV \left(\frac{2as dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right). Kk = \frac{2asb dx}{x^2 + a^2},$$

$$\text{\& partant } CKk = \frac{asb b dx}{x^2 + a^2}; \text{ mais } CP (x) \text{ devenant} =$$

CH , ce qui arrive lorsque AB est en CS , la somme des secteurs CAV (CAM) & celle de leurs semblables CKk est necessairement renfermée dans l'angle ACS ; d'où il est clair que l'espace renfermé par $CBNmc$ (moitié de celui que borne $CmBNmC$) est égal $KACSK + ACSA - \int AV \times AB$.

EXEMPLE V.

Soit donnée pour Courbe generatrice le premier tour d'une Spirale quelconque $ANMB$ dont l'équation soit

$$c^m y^n = a^m x^m \text{ (} BQDPB, c; BQDP, x; AB, a; AM, y \text{)}.$$

Si l'on conçoit que l'extrémité B du rayon AB du cercle generateur parcourt la Spirale $BMNA$, la ligne AB restant toujours placée sur le centre A , l'autre extrémité A du rayon décrira aussi pendant ce tems une Courbe. Pour en avoir l'équation, soit imaginée AB dans une position quelconque MN , & soient nommées les inconnues AM, r ; AN, x ; l'équation generale $m - r = x$ se changera en $a - y = x$, puisque $r = y$; mais à cause de la

Spirale donnée $y = \frac{a x^{\frac{m}{n}}}{c^{\frac{m}{n}}}$, laquelle valeur d' y substituée

dans l'équation, on aura $\frac{a - a x^{\frac{m}{n}}}{c^{\frac{m}{n}}} = x$, & mettant en la

place de x , $a - y$, on aura $-a^m x^m = -c^m y^m$, ou $a^m x^m = c^m y^m$, qui est l'équation de la Spirale donnée; d'où il est clair que toutes les Spirales quelque nombre pair ou impair que m & n expriment se reproduisent. Il arrive seulement qu'elles sont placées dans une situation opposée à la première.

Pour ne pas trop grossir ce Memoire, on se borne au petit nombre d'exemples que l'on vient de donner. Il suffit pour faire connoître la facilité avec laquelle on peut par cette methode trouver une infinité de Courbes. Ceux qui le jugeront à propos en pourront faire une plus ample application. On les avertit seulement qu'ils ne doivent point craindre que des Courbes dont les équations sont déjà composées leur en donnent de plus composées, il arrive souvent que l'équation de la Courbe engendrée est plus simple que celle de la generatrice. Il suffit pour les en convaincre de leur faire remarquer que si on cherchoit la Courbe décrite par l'extrémité A , de FIG. III. la ligne AB posée sur le point fixe F , pendant que l'autre extrémité B parcourt la Courbe $BNTF$, dont l'équation est du quatrième degré, comme on la vû dans l'Exemple second, la Courbe décrite par le point B seroit un arc de parabole.

D E M O N S T R A T I O N

De ce que M. Hugbens s'est contenté d'énoncer à la fin de son discours de la cause de la pesanteur, touchant le mouvement des corps graves dans un milieu qui leur résisteroit à chaque instant en raison de leurs vitesses.

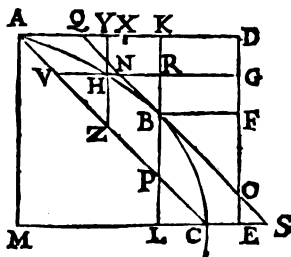
PAR M. V A R I G N O N.

1708.
13. Juin.

Monsieur Hugbens à la fin de son *discours de la cause de la pesanteur*, fait mention des découvertes qu'il a faites sur le mouvement des corps graves à la manière de Galilée, dans un milieu qui leur résisteroit en raison de leurs vitesses actuelles, lesquelles dans un milieu sans résistance, tel qu'on suppose d'ordinaire le vuide, auroient été comme les tems écoulés des chûtes de ces corps en lignes droites, & comme les tems à écouler jusqu'à la fin de leur ascension forcée suivant les mêmes lignes, ainsi que la pesanteur constante qu'on suppose causer ces vitesses, l'auroit alors exigé. Mais M. Hugbens s'étant contenté d'énoncer simplement ces découvertes sans se mettre en peine d'en donner la démonstration, j'ay crû qu'on seroit bien aise de voir ici celle que j'en ay promise à la fin du Mémoire du 7. Mars dernier, pag. 154. La voici déduite du premier & du dernier des trois Problèmes contenus dans ce Mémoire, * lesquels (pour abréger les citations qu'on en fera dans la suite) seront simplement appellés *Probl. 1. & 3.* Et pour ne rien omettre des Propositions de M. Hugbens, nous allons suivre la liste qu'il nous en a donnée, en nous servant de sa Figure, qui est la première des deux suivantes, & de ses propres termes, qui seront en Italique pour les distinguer des nôtres : les voici tirés des pag. 169. 170. & 171. de son *discours de la cause de la pesanteur*.

* pag. 118.
6 136.

I. Dans la première supposition, où les résistances sont comme les vitesses, je remarquay que pour trouver les espaces passés en de certains tems, lorsque les corps tombent ou montent perpendiculairement, & pour connoître les vitesses au bout de ces tems, il y avoit une ligne courbe, que j'avois examinée long-tems auparavant, qui étoit de grand usage en cette recherche. On la peut appeller la Logarithmique ou la Logistique, car je ne vois pas qu'on lui ait encore donné de nom, quoique d'autres l'ayent encore considérée ci-devant. Cette ligne infinie étant ABC , elle a une ligne droite pour asymptote, comme DE ; dans laquelle si on prend des parties égales quelconques qui se suivent, comme DG , GF , & que l'on tire des points D , G , F , des perpendiculaires jusqu'à la Courbe, sçavoir DA , GH , FB , ces lignes seront proportionnelles continues.



1°. On voit dans la Solut. du Probl. 1. * que si après avoir pris KD égale à la soûtangente de la logarithmique ABC , laquelle soit rencontrée en B par KZ parallèle à son asymptote DE , on prend ici BZ pour le tems écoulé depuis le commencement de la chute verticale du corps en question; la logarithmique ABC (touchée en B par QO qui rencontre AD , DE , en Q , O), dont la soûtangente FO soit égale à l'ordonnée correspondante BF , donnera son ordonnée intérieure LC parallèle à AD , pour la vitesse de la chute à la fin de ce tems BZ , malgré les résistances supposées, c'est à dire, les LC comme les vitesses acquises à la fin des tems BZ malgré ces résistances. Et en prolongeant QO , LC , jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en S , le Corol. 5. du Probl. 1. * donnera aussi CS pour la hauteur parcourue de haut en bas pendant le tems BZ malgré les mêmes résistances, c'est à dire que ces hauteurs seront entr'elles comme les CS correspondantes.

2°. On voit pareillement dans la Solut. du Probl. 3. *

* pag. 140.
 § 141.

qu'en prenant de même KR pour le tems écoulé depuis le commencement de l'ascension du corps jetté verticalement de bas en haut d'une vitesse AK , laquelle dans un milieu sans résistance eût duré sans s'éteindre jusqu'à la fin d'un tems exprimé par $KP = AK$; la même logarithmique ABC donnera aussi HR pour la vitesse restante à la fin de ce tems KR . Et si l'on fait YZ par H , laquelle soit parallèle à KP , & qui rencontre AD , AC , en Y , Z ; le Corol. 7. de ce Probl. 3. * donnera aussi HZ pour la hauteur parcourüe de bas en haut pendant ce tems KR , malgré l'opposition des résistances du milieu supposé & de la pesanteur du corps ainsi jetté : c'est à dire que les hauteurs ainsi parcourües pendant les tems KR , seront ici entr'elles comme les HZ correspondantes; & à la parcourüe pendant tout le tems KB , à la fin duquel s'éteignent les vitesses HR restantes de la premiere AK de projection :: HZ . BP (à cause des parallèles AC , QS , inclinées de 45. deg. sur AD , SM , KL ,) :: HZ . AQ :: HZ . CS .

* pag. 118.
 § 136. &c.

Cela seul suffiroit pour faire voir combien M. Hugheens a eu raison de dire ci-dessus que la logarithmique étoit de grand usage dans cette recherche : On le verra encore dans la suite, & dans plusieurs autres Corollaires des Problèmes 1. & 3. * Voici comment il continuë.

II. Pour expliquer ce qui est des chûtes des corps, je repete ici premierement ce que j'ay écrit à la fin du Traité du centre d'agitation : sçavoir qu'un corps, en tombant à travers l'air, augmente continuellement sa vitesse, mais toutesfois en sorte qu'il n'en peut jamais excéder, ni même atteindre un certain degré.

* pag. 113.

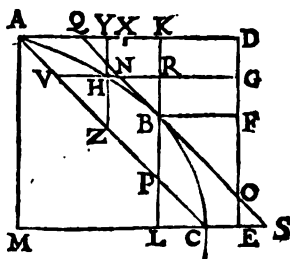
Cela se voit dans le Corol. 9. du Probl. 1. * On y voit, dis-je, que BF ou LE , c'est à dire que la vitesse qui seroit à l'acquise LC à la fin du tems BZ , comme BF ou LE est à LC , est ce degré que le corps en tombant à travers l'air, ne sçauroit jamais atteindre, quoique ce degré ne soit que fini, & que les vitesses LC de ce corps, augmentant toujours avec les tems BZ , approchent continuellement

de cette plus grande ZE , ne pouvant jamais arriver jusqu'à lui être égales qu'après un tems infini, à cause de l'asymptote DE . Cela suit aussi du nomb. 1. de l'art. 1. Cette plus grande vitesse ZE dans chaque corps, est appelée *vitesse terminale* par M. Hughsens.

III. Il ajoûte que cette vitesse est celle qu'il faudroit à l'air à souffler de bas en haut, pour tenir le corps suspendu sans pouvoir descendre; car alors (dit-il) la force de l'air-contre ce corps égale sa pesanteur.

Cet endroit a besoin d'explication. Il est vrai qu'une force de bas en haut dans l'air, laquelle seroit égale à la pesanteur d'un autre corps au commencement de sa chute, l'y tiendrait suspendu sans pouvoir descendre, cette force & cette pesanteur se trouvant alors en équilibre. Mais cette force de la quantité ou masse d'air qui agiroit contre ce corps, & la pesanteur de ce même corps, ne pouvant leur donner à chaque instant que des vitesses en raison réciproque de leurs masses, il faudroit que cette quantité ou masse d'air fût alors infiniment petite par rapport à celle de ce corps pour que la vitesse de cet air fût égale à la terminale de ce même corps, puisque cette vitesse terminale seroit infinie par rapport à ce que la pesanteur sans obstacle en pourroit donner à chaque instant à ce corps. Qu'on prenne sur cela tel parti qu'on voudra, & l'on verra presently sans peine ce qu'on doit penser de cette proposition de M. Hughsens. Voici comment il continuë.

IV. Si donc un corps pesant est jeté perpendiculairement en haut, avec une vitesse dont la raison à la vitesse terminale soit donnée, par exemple, comme de la partie AK à KD dans l'ordonnée AD , perpendiculaire à l'asymptote DE ; soit menée KB parallèle à cette asymptote, & qu'au point B la Courbe soit touchée par la droite BO , qui rencontre DE en O , & DA en Q . Laquelle tangente se trouve en



prenant FO , depuis l'ordonnée BF , égale à une certaine longueur, qui pour toutes les tangentes est la même, & que je définiray dans la suite. Puis soit AC parallèle à cette tangente, coupant KB prolongée en P ; & du point C , où elle rencontre la Courbe, soit tirée CLM parallèle à AD , & coupant KB prolongée, & AM parallèle à l'asymptote, aux points L & M .

* pag. 118.
119. & 123. 1°. La Solut. du Probl. 1. & son Corol. 9.* font voir que KD égale à la soûtangente FO , y exprimeroit la plus grande vitesse que le corps pût aquerir en tombant malgré les résistances supposées. Ainsi pour y avoir AK à KD , comme la plus grande vitesse de projection de bas en haut, seroit à cette vitesse terminale, il faudroit les y prendre sur une ordonnée AD qui y pût fournir, c'est à dire, sur une ordonnée AD égale à la somme des lignes AK , KD , prises pour les expressions de ces vitesses; ce qui est toujours aisé, quel que doive être le rapport de chaque AK à la même KD , la logarithmique ayant des ordonnées de toutes les longueurs imaginables.

2°. Puisque (nomb. 1.) $FO = KD = BF$, il est manifeste que AC parallèle à BO , donnera aussi $KP = AK$; & qu'ainsi cette parallèle AC passera par l'extrémité P de la droite KP prise ci-dessus (art. 1. nomb. 2.) pour l'expression du tems que la vitesse AK de projection de bas en haut, eût duré sans s'éteindre dans un milieu sans résistance.

V. Maintenant le tems que le corps met à monter à la hauteur où il peut arriver, est au tems de sa descente de cette même hauteur, comme la ligne KB à BL .

* pag. 148.
149. On voit dans le Corol. 18. du Probl. 3.* que la hauteur parcourue malgré les résistances supposées du milieu & de la pesanteur, en montant pendant le tems KB , c'est à dire, jusqu'à l'entière extinction de la vitesse AK de projection de bas en haut, est à ce que le même corps en doit parcourir malgré les résistances du milieu, en tombant en vertu de sa pesanteur pendant le tems BL : $B P$. CS . Mais les triangles rectangles BLS , PLC , étant (Constr.) isoscèles

isofcelles & semblables, rendent $BP = CS$. Donc les espaces ainsi parcourus en montant pendant le tems KB jusqu'à l'entière extinction de la vitesse AK de projection, & en descendant pendant le tems BZ , doivent être égaux entr'eux ; & réciproquement si ces espaces sont égaux, les tems employés à les parcourir doivent être entr'eux : : $KB. BZ$. Ainsi qu'il le falloit démontrer. Cela suit encore des nomb. 1. & 2. de l'art. 1.

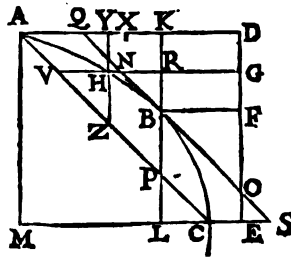
VI. Et le tems qu'il employe à monter à travers l'air, étant jetté comme il a été dit, est au tems qu'il emploieroit sans rencontrer de résistance, comme KB à KP .

Cela se voit démontré dans le Corol. 5. * du Probl. 3. Il suit encore du nomb. 2. de l'art. 1. dans lequel KP a été prise pour le tems que dureroit dans un milieu sans résistance l'ascension droite du corps jetté verticalement en haut de la vitesse AK jusqu'à son entière extinction ; & où KB est aussi le tems que cette même vitesse dureroit jusqu'à son entière extinction dans un milieu résistant de la manière qu'on le suppose ici.

VII. Et la hauteur à laquelle il montera dans l'air, à celle où il monteroit sans résistance, comme l'espace ABK au triangle APK .

On voit dans le Corol. 11. * du Probl. 3. que le premier de ces espaces seroit au second : : $FO \times BP. \frac{KP \times KP}{2}$ (Cor. 7. * du Probl. 3.) : : $ABK. APK$. Ce qu'il falloit démontrer.

Mais sans se mettre en peine des valeurs $FO \times BP, \frac{KP \times KP}{2}$, des aires ABK, APK , il suffit de considérer que leurs ordonnées RH, RV , expriment les vitesses restantes à la fin des tems KR : savoir RH , les restantes * jusqu'à zero en B dans le milieu résistant ; & RV , les restantes * jusqu'à zero en P dans le milieu non résistant. Car alors voyant la somme des RH à la somme des RV , comme la somme des vitesses restantes



E e

* Corol. 5.
pag. 140.

* hyp.

jusqu'à zero en B , à la somme des restantes jusqu'à zero en P ; on verra conséquemment aussi que l'aire logarithmique ABK doit être au triangle APK , comme la première de ces sommes de vitesses à la seconde, c'est à dire, comme la hauteur à laquelle le corps jetté montera dans l'air, est à celle où il monteroit dans un milieu sans résistance; puisque suivant le Lem. 2. qui (*pag. 117. du Mem. du 7. Mars dernier*) précède les deux Problèmes cités jusqu'ici, les espaces parcourus sont toujours en général comme les sommes des vitesses en vertu desquelles ils ont été parcourus.

VIII. Ou comme QA à AX , que je suppose être la moitié d'une troisième proportionnelle aux lignes DK , KA .

* *pag. 142.*

¶ 143.

Cela se trouve encore démontré dans le Corol. 11.* du Probl. 3. ce Corollaire faisant aussi voir que la première des hauteurs en question seroit ici à la seconde :: BP . AX (à cause de $QA = BP$) :: QA . AX .

Ce raport se tire de celui du précédent art. 7. où la première de ces hauteurs se trouve à la seconde :: $FO \times BP$. $\frac{KP \times KP}{2}$:: BP . $\frac{KP \times KP}{2FO}$:: QA . $\frac{AK \times AK}{2KD}$ (à cause de l'hypothèse qu'on fait ici de $AX = \frac{AK \times AK}{2KD}$) :: QA . AX .

IX. Et sa vitesse en commençant de monter, à celle qu'il a en retombant à terre, comme ML à LC .

Suivant les nomb. 1. & 2. de l'art. 1. l'un & l'autre de ces deux mouvemens se faisant dans un milieu résistant en raison des vitesses, dont la première d'ascension est $AK = ML$, & la dernière de chute est LC ; ces deux vitesses seront effectivement entr'elles :: ML . LC .

AVERTISSEMENT.

De tout ce que M. Hughens a ici avancé sans démonstration, il ne reste plus que la Courbe de projection faire dans un milieu résistant comme ci-dessus : Nous démontrerons aussi la construction qu'il en a donnée lorsque nous la construirons à notre manière. Mais auparavant voici comment les Propositions précédentes de cet Au-

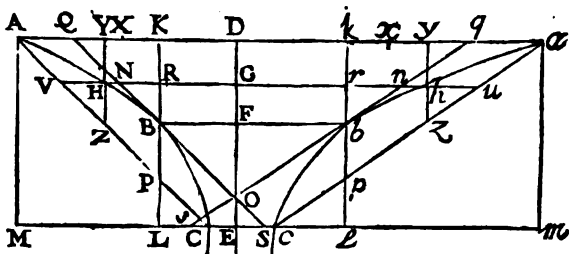
teur, pourroient encore se démontrer par le moyen d'arcs tous differens d'une même logarithmique.

REMARQUE.

Pour démontrer encore les précédentes Propositions de M. Haghens par le moyen d'un arc quelconque, autre que le précédent, de la même logarithmique aussi quelconque.

L'usage immédiat qu'on vient de faire des Probl. 1. & 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 136. nous a fait employer ici un arc logarithmique ABC d'une soûtangente $FO = FB = DK$. Mais cela n'est pas nécessaire, tout autre rapport de la soûtangente FO à l'ordonnée correspondante BF de la logarithmique, pouvant servir de même à démontrer les Propositions précédentes de M. Haghens.

X. Pour le voir soit presentement cette soûtangente FO en telle raison qu'on voudra à Fb ou à Dk , & le reste



en petites lettres à droite de DE , comme il est à gauche en grandes lettres de même nom dans la Figure précédente, dont les ordonnées HG , BF , CE , soient prolongées par-delà DE , & que voici repetée avec tel autre arc abc de la même logarithmique que ABC , sur la même asymptote DE , & qui rencontre en a , b , c , les droites AD , HG , BF , CE , prolongées jusqu'à lui. Soient par a , b , les droites am , kl , parallèles à DE , & qui rencontrent en m , l , l'ordonnée MC prolongée de ce côté-là, la seconde kl rencontrant aussi HG prolongée en r . Après avoir fait qO tangente en b de l'arc logarithmique abc , & qui rencontre AD , HG , DE , ME , en q , n , O , s ; soit ac parallèle à cette touchante qO , & qui rencontre les droites AD , yx , kp , en a , x , p .

Ee ij

XI. Cela fait, l'abscisse DF commune aux deux ordonnées FB , Fb , rendra $AD. aD :: BF. bF :: KD. kD$. ou $AD. KD :: aD. kD$. ou bien aussi $AK. KD :: ak. kD$. Ainsi aD sera ici divisée au point k en raison de la vitesse de projection (de bas en haut) à la vitesse terminale du corps jetté, comme AD l'est (*art. 4.*) au point K .

La penultième Analogie donnera aussi $AD. AK :: aD. ak$. ou $AD. aD :: AK. ak$.

XII. L'on aura de même $AD. aD :: HG. bG :: YD. yD$. ou $AD. YD :: aD. yD$. ou bien aussi $AD. AY :: aD. ay$. & delà $AD. aD :: AY. ay$. Donc (*art. 11.*) $AK. ak :: AY. ay$. ou $AK. AY :: ak. ay$. Mais les triangles semblables AKP , AYZ , rendent $AK. AY :: KP. YZ$. Et les semblables akp , ayz , rendent de même $ak. ay :: kp. yz$. Donc $KP. YZ :: kp. yz$. ou $KP. kp :: YZ. yz$.

XIII. Or les triangles (*Constr.*) semblables akp , bFO , donnant $kp. ak :: FO. bF$ (*art. 1. nomb. 1.*) :: $BF. bF :: AD. aD$ (*art. 11.*) :: $AK. ak$ (*art. 1. nomb. 1.*) :: $KP. ak$. l'on aura $KP = kp$. Donc aussi (*art. 12.*) $YZ = yz$. Par conséquent ayant (*Constr.*) $KB = kb$, & $YH = yh$; l'on aura non-seulement $BP = bp$; mais aussi par tout $HZ = bz$ correspondante: c'est à dire que les HZ , bz , correspondantes, comprises entre les arcs logarithmiques ABC , abc , & les droites AC , ac , prolongées à l'infini du côté de C , c , & parallèles aux tangentes QO , qO , aux points B , b , de ces arcs, seront pareillement ici égales entr'elles. D'où l'on voit que l'aneantissement de HZ se faisant en C sur ME , celui de bz se doit aussi faire sur ME prolongée du côté de m ; ainsi le point c de rencontre de la droite ac avec l'arc logarithmique abc , doit pareillement être sur ME prolongée de ce côté-là.

Il est visible que par-delà C , c , les HZ , bz , correspondantes seroient extérieures d'intérieures qu'elles sont ici par rapport aux arcs logarithmiques ABC , abc ; il n'y a qu'à les tracer, & à y appliquer le raisonnement précédent, pour en avoir aussi l'égalité entr'elles: on ne les a point marquées ici de peur de multiplier inutilement le

nombre des Figures, ou de trop charger celle-ci.

XIV. Puisque (*art. 12.*) $AK. AY :: ak. ay$, l'on aura aussi $AK. YK :: ak. yk$, ou $AK. ak :: YK. yk :: HR. hr$. Mais les triangles semblables AKP, VRP , & akp, vrp , donnent $AK. VR :: KP. RP$ (*art. 13.*) :: $kp. rp :: ak. vr$, ou $AK. ak :: VR. vr$. Donc $HR. hr :: VR. vr$. Et par tout de même sur les abscisses égales KR, kr , des longueurs (*art. 13.*) égales KB, kb , & KP, kp . Donc aussi les sommes correspondantes de ces ordonnées seront proportionnelles entr'elles: c'est à dire, les aires $AHRK. ahrk :: AVRK. aurk$, ou $AHRK. AVRK :: ahrk. aurk$. Et conséquemment aussi les aires $ABK. APK :: abk. apk$.

XV. Il est pareillement visible que $LE. lE :: BF. bF$ (à cause de l'abscisse commune FE)

$CE. cE$, ou $LE. CE :: lE. cE$.

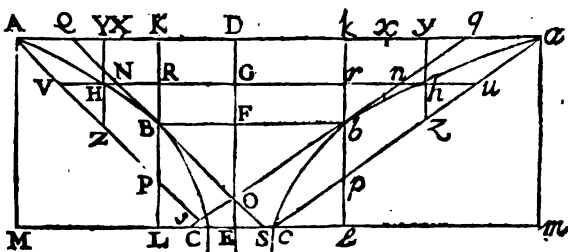
Donc $LC. CE :: lc. cE$, ou $LC. lc :: CE. cE$ (à cause de l'abscisse commune DE) :: $AD. aD$ (*art. 13.*) :: $AK. ak$ (*art. 14.*) :: $HR. hr$. Par conséquent la raison des ordonnées correspondantes $LC. lc :: HR. hr$ sera par tout ici la même.

XVI. Puisque (*art. 11.*) $AD. AK :: aD. ak$, l'on aura pareillement $KD. AK :: kD. ak$, ou $\frac{AK}{KD} = \frac{ak}{kD}$, ou bien

aussi $\frac{AK}{KD} = \frac{ak}{kD}$. Mais le parallélisme supposé de AP avec QB , & de ap avec qb , donne $AQ. AK :: BP. KP$ (*art. 13.*) :: $bp. kp :: aq. ak$, c'est à dire, $AQ. AK :: aq. ak$. Donc en multipliant les deux conséquens de cette analogie par les termes correspondans de la seconde des deux égalités précédentes, l'on aura $AQ. \frac{AK \times AK}{KD} :: aq.$

$\frac{ak \times ak}{kD}$. Par conséquent en prenant ici $ax = \frac{ak \times ak}{kD}$, com-

E c iij



me l'on a pris $AX = \frac{AK \times AK}{KD}$ dans l'art. 8. l'on aura ici
 $AQ. AX :: aq. ax.$

U S A G E

De la Remarque précédente pour démontrer encore les Propositions de M. Hugheens par le moyen de tout autre arc de la même logarithmique que celui qui y a servi avant cette Remarque.

XVII. Puisque (art. 11.) $ak. kD :: AK. KD.$ c'est à dire (art. 4.) comme la vitesse de projection de bas en haut, est à la vitesse terminale du corps jetté ; si l'on prend ak pour cette vitesse de projection de bas en haut, l'on aura aussi kD pour la vitesse terminale de ce corps, de même qu'en prenant (art. 4.) AK pour la premiere de ces vitesses, l'on a eu KD pour la seconde.

XVIII. Puisque (art. 15.) $LC. lc :: CE. cE :: LE. lE.$ ou $LC. LE :: lc. lE.$ Et que (art. 2.) suivant le Cor. 9. du Prob. 1. pag. 123. ci-devant, LC est à LE comme la vitesse acquise pendant le tems BL en vertu de la pesanteur constante du mobile, malgré les résistances supposées, est à sa vitesse terminale ; l'on aura aussi lc à lE , comme cette vitesse acquise pendant le tems bl , est à cette terminale. D'où l'on voit encore par le moyen de l'arc logarithmique abc ce que l'on a déjà vû (art. 2.) par le moyen de l'autre ABC , qu'un corps en tombant à travers l'air (qu'on suppose lui résister en raison de ses vitesses) augmente continuellement sa vitesse (lc), mais toutefois en sorte qu'il n'en peut jamais excéder, ni même atteindre un certain degré (lE). Ce qui est la Proposition de M. Hugheens, déjà démontrée dans l'art. 2.

XIX. En supposant (comme l'on fait par tout ici) le mobile de pesanteur constante, & les résistances du milieu qu'il traverse, en raison de ses vitesses, on a vû dans l'art. 5. que le tems que le corps met à monter à la hauteur où il peut arriver, est au tems de sa descente de cette même hauteur, comme la ligne KB à BL . C'est donc aussi (Constr.) comme kb à bl .

XX. On a pareillement vû dans l'art. 6. que le tems qu'il emploie à monter à travers l'air, étant jetté (en ligne droite de bas en haut) comme il a été dit, est au tems qu'il emploieroit sans rencontrer de résistance, comme KB à KP . Mais (Constr.) $KB = kb$, & (art. 13.) $KP = kp$. Donc le premier de ces tems est aussi au second, comme kb à kp .

XXI. Suivant l'art. 7. la hauteur à laquelle ce corps montera dans l'air, est à celle où il monteroit sans résistance, comme l'espace ABK au triangle APK . Mais (art. 14.) les aires abk , apk :: ABK , APK . Donc aussi la premiere de ces hauteurs est à la seconde, comme l'espace abk au triangle apk .

XXII. L'art. 8. fait voir que la premiere de ces hauteurs seroit aussi à la seconde, comme QA à AX supposée être la moitié d'une troisième proportionnelle aux lignes DK , KA . Mais en supposant de même ax moitié d'une troisième proportionnelle aux lignes Dk , ka , l'art. 16. donne qa , ax :: QA , AX . Donc la premiere des hauteurs en question, seroit pareillement à la seconde, comme qa à ax .

XXIII. Enfin dans l'art. 9. on a vû que la vitesse du mobile en commençant de monter, est à celle qu'il a en retombant à terre, comme ML à LC . Mais à cause de ml , lE :: ak , kD (art. 16.) :: AK , KD :: ML , LE . ou ml , ML :: El , LE (art. 15.) :: lc , LC . l'on aura ml , lc :: ML , LC . Donc la premiere de ces vitesses sera de même à la seconde, comme ml à lc .

Voilà donc encore les Propositions de M. Hughens, rapportées avant la Remarque précédente, démontrées par le moyen de l'arc logarithmique abc , comme elles l'ont été là par le moyen de l'autre arc ABC de la même logarithmique, quelque rapport qu'il y ait de Fb à FO , ainsi qu'il le falloit encore démontrer.

AVIS.

De la manière dont on voit ici qu'un arc quelconque abc de la même logarithmique que ABC , peut servir à la

place de celui-ci pour démontrer les Propositions précédentes de M. Hugghens; il est aisé de voir aussi que tout ce que nous avons démontré dans ces Mémoires par le moyen d'un arc logarithmique pareil à ce dernier ABC , dont les abscisses BZ qui expriment les tems ou les durées des chûtes, commencent à une ordonnée BF égale à la soutangente correspondante FO ; se pourra démontrer de même par le moyen de tout autre arc de la même logarithmique.

D U P L A N

Sur lequel un corps descendant fait sur chaque partie des impressions qui sont en raison réciproque des tems qu'il employe à les parcourir.

PAR M. PARENT.

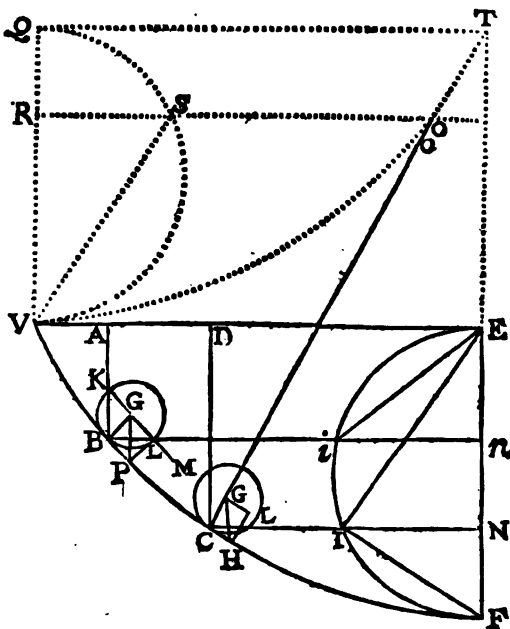
1708.
12. May.

SOit le corps G posé sur la partie B ou BP du plan BCF , & supposé qu'une force K le choque selon la direction KGM parallèle à la tangente en B , & que la vitesse qu'elle lui fait prendre soit, si l'on veut, la même que celle qu'il auroit acquise en tombant de la hauteur verticale AB ; il est manifeste par les propriétés connues de la vertu centrifuge que cette vitesse acquise en B selon KM , jointe à celle que sa pesanteur lui fera encore acquérir en parcourant la Courbe BCF , lui donnera une force pour s'en approcher davantage, c'est à dire pour la presser selon les différentes perpendiculaires GC &c. & qu'à cause de cela je nomme force Curvipete. Mais de plus la cause de la pesanteur du corps G le pressant continuellement selon des verticales comme selon GH , & cette impression que je marque par GH étant divisée dans les deux GC , GL , dont la première est perpendiculaire, & la seconde parallèle à la tangente au point C de cette

cette Courbe ; il est évident que la partie d'impression marquée par GC se joindra continuellement à la vertu curvipete pour presser la Courbe en C . De sorte que la partie C sera pressée de la somme de ces deux forces, sçavoir de la vertu curvipete en C , & de la partie GC de la pesanteur relative du corps G . Il s'agit donc de trouver la

nature du plan BCF sur lequel ces deux forces conjointes doivent faire des impressions qui soient entr'elles en raison réciproque des tems pendant lesquels le corps G parcourt les différentes parties.

Mais auparavant il faut considérer que puisque dans le Système de Galilée de la chute des corps dont nous nous servirons dans la suite, le corps G est supposé choqué par instants, & recevoir à chaque instant un nouveau degré de force ; si l'on prend sur le plan BCF deux parties égales & indéfiniment petites BP , CH , le corps G séjournera d'autant plus long-tems sur BP que sur CH , que sa vitesse selon BP est moindre que selon CH . Il recevra donc d'autant plus de choqs de la cause de sa pesanteur en parcourant BP qu'en passant par CH , que la vitesse par BP est moindre que par CH ; ou menant la verticale CD sur l'horizontale AE , d'autant que la racine de BA est moindre que la racine de CD . Le plan BCF doit donc être tel que l'impression totale faite sur



BP soit d'autant moindre que l'impression totale faite sur CH , que AB est moindre que CD .

Mais si l'on suppose que le plan BCF est une cycloïde ordinaire qui rencontre l'horizontale AE en V , & dont F soit le sommet, la verticale EF le diamètre de son cercle generateur EIF , que CIN soit une ordonnée quelconque à cette cycloïde rencontrant le cercle en I , & l'axe EF en N , & que l'on ait mené la corde EI , que VOT soit une autre cycloïde toute égale à la première rencontrant son axe FE prolongé en T , & dont la verticale VRQ égale à EF soit aussi le diamètre de son cercle generateur VSQ égal à EIF , & qu'enfin ayant pris l'arc VS sur le second cercle égal à l'arc IE du premier, on mène la perpendiculaire RSO sur VQ en R rencontrant en O la cycloïde VOT , & que l'on prolonge indéfiniment la perpendiculaire CG à la Courbe VCF , laquelle sera tangente à la seconde cycloïde VOT , comme en o , (ce que M. Hugghens a démontré le premier dans son *Horologium oscillatorium*), & parallèle à IE . Mais les arcs VS , EI , ayant été faits égaux, les cordes VS & EI seront parallèles, à cause des cercles égaux VSQ , EIF ; donc aussi Co , VS , seront parallèles. Donc O & o ne seront qu'un même point. Or CO est toujours égale à l'arc VO , & celui-ci toujours double de la corde VS , selon le même Auteur ci-dessus. Donc CO est toujours double de VS ou de EI . Or, selon le même Auteur à la fin du même Livre, on a toujours l'analogie (comme CO est au double de CD ou de EN); ainsi le poids G (considéré comme attaché un instant en O par un fil GO , & tournant à l'entour de O comme centre) a sa vertu centrifuge en C ; ce qu'on trouve démontré dans le Journal des Sçavans du 23 May 1701, & dans nôtre second Journal. On aura donc aussi l'analogie (comme le double de EI est au double de EN , ou comme EI est à EN , ou encore comme FE est à EI); ainsi le poids G a sa vertu centrifuge en C . Donc EF marquant le poids G , les cordes EI perpendiculaires aux touchantes CH dans tous les points

C de la cycloïde, exprimeront ses vertus curvipetes dans tous ces mêmes points.

Menant encore les cordes IF , on aura continuellement les triangles GCH , EIF , rectangles en C & I semblables à cause de leurs côtés parallèles, ce qui donnera encore l'analogie (comme GH est à GC , c'est à dire comme le poids G est à son effort relatif en C contre la partie CH de la Courbe), ainsi EF est à EI . Donc EF exprimant encore le poids G , les cordes EI marqueront aussi ses efforts relatifs sur toutes les parties de cette Courbe BCF , lesquels efforts dérivent immédiatement de son poids; d'où il est évident que quand un corps tombe le long d'une cycloïde, sa vertu curvipete & sa pesanteur relative sont égales pour tous les points de cette Courbe. Donc EF exprimant le poids G , le double de EI marquera tout son effort contre la partie CH .

Enfin si l'on mène encore la perpendiculaire Bn sur l'axe EF , rencontrant le cercle EIF en i , avec la corde Ei , on aura donc tout l'effort de G sur BP marqué par le double de sa corde Ei . Donc tout l'effort sur BP sera à tout l'effort sur CH , comme Ei à EI , c'est à dire comme la racine du rectangle nEF à la racine du rectangle NEF , ou tout d'un coup comme la racine de nE à la racine de NE , ou plutôt comme la racine de AB à celle de DC , c'est à dire comme la vitesse en B est à la vitesse en C . Donc enfin tout l'effort de G sur BP sera d'autant plus petit, que sur CH du côté de la vertu curvipete & de sa pesanteur relative ensemble, que le séjour sur BP sera plus grand que sur CH ; ce qui étoit proposé.

A l'égard de la methode par laquelle nous sommes parvenus à cette découverte, qui est celle du calcul integral; comme elle est maintenant dans les mains de tout le monde, nous avons négligé de la donner.



OBSERVATIONS

SUR LE NOSTOCH,

Qui prouvent que c'est véritablement une Plante.

PAR M. GEOFFROY le jeune.

1708.
6. Juin.

LE Nostoch de Paracelse qu'il nomme aussi quelquefois *Cærefolium*, & que d'autres nomment *Cali flos*, *Cælisfolium*, *flos terre*, paroît être une espece de gelée, quelquefois claire, quelquefois verdâtre, tremblante lorsqu'elle est fraîche, qu'on trouve souvent après les pluies dans les prez & dans les terres seches, arides & sablonneuses. Cette matiere ne paroît ordinairement que depuis l'Equinoxe du Printemps jusqu'à celui de l'Automne. Il faut la ramasser avant le lever du Soleil; car la chaleur de ses rayons la desseche, de maniere qu'il n'en reste que des membranes de couleur brune.

On est en doute sur son origine: Quelques uns veulent qu'elle tombe du Ciel comme une rosée, & que ce soit l'excrement de quelques étoiles. D'autres la regardent comme une production de la terre, ou comme une sorte de Plante.

M. Magnol dans son *Botanicum Monspelienſe* l'a nommée *Muscus fugax membranaceus pinguis*. M. Tournefort dans son *Traité des Plantes des environs de Paris* la nomme *Nostoch Ciniflonum*. Je crois qu'ils sont les seuls Botanistes qui l'ayent mis au rang des Plantes.

J'ay crû qu'il seroit bon de la faire voir à la Compagnie dans ses differens âges, afin de l'assurer que cette matiere est produite de la terre; qu'elle y tient même par une ou plusieurs racines fort déliées. L'embrion de cette Plante ne paroît d'abord que comme un petit tubercule charnu, molasse, garni de petites inégalitez, comme cel-

les qu'on remarque sur les fraises. Sa couleur est verte-brune, elle s'éclaircit à mesure que la membrane s'étend, & enfin cette membrane paroît tout à fait développée sur la Terre, qu'elle laisse quelquefois moulée de ses creux.

Lorsque cette Plante est venue en cet état, elle s'y conserve tant que le temps est humide, & ne se fane que lorsque le vent & le Soleil viennent à dessécher la terre, & à la priver par conséquent de sa nourriture.

Dans son état naturel je l'ay trouvée ordinairement pliée en deux dans sa longueur, & il m'a paru que ses deux bouts venant ensuite à se rejoindre, formoient un paquet membraneux.

M. Duclos apporta à l'Académie en 1667, une eau claire & insipide distillée du Nostoch, qui blanchissoit la solution du Sublimé corrosif.

En 1678 M. Bourdelin en fit une analyse plus exacte, & il en tira outre beaucoup de flegme, une assez grande quantité de Sel volatil concret ou dissous dans la liqueur, & de l'huile fétide.

L'analyse que j'en ay faite s'accorde fort bien avec celle de ces Messieurs, puisque j'en ay tiré d'abord une liqueur fort claire, sans goût, qui a blanchi la solution du Sublimé corrosif, & verdi le Syrop violat.

Les autres liqueurs que j'en ay retirées n'ont fait que confirmer ce que j'avois déjà remarqué dans la première.

Enfin j'en ay retiré un beau Sel volatil concret bien cristallisé aux parois du récipient, un esprit volatil urinaire, & une huile fétide. Le *Caput mortuum* étant calciné & lessivé, m'a fourni très-peu de Sel fixe, encore étoit-il chargé de terre. Il a jauni légèrement la solution du Sublimé corrosif. Il a altéré le Syrop violat, & l'a rendu de couleur verdâtre.

Si on laisse fermenter cette Plante sur elle-même dans un vaisseau fermé, elle se pourrit & se résout en liqueur assez puante, qui au bout de 20 jours est de couleur rouge, & dix autres jours après de couleur bleue.

J'ay observé que ces deux sortes de liqueurs, même après un temps assez considerable, étoient l'une acide & l'autre alcaline. La liqueur rouge n'a fait aucun effet sur la solution du Sublimé corrosif, & a rougi tant soit peu le Syrop violat. La liqueur bleue a blanchi la solution du Sublimé, & a verdi le Syrop violat.

On attribue au Nostoch de grandes vertus. Les Payfans en Allemagne s'en servent pour faire croître les cheveux. On le croit excellent pour les cancers, & les fistules. Un Medecin Suisse le réduisoit en poudre, & en donnoit deux ou trois grains pour calmer les douleurs intérieures, & il s'en servoit extérieurement pour les ulcères.

Il entre dans le *Spermatolum compositum Cnæsseli pro principe Van Eggenberg*, dont on peut voir la description dans les Ephemerides d'Allemagne année 1676, parmi les secrets de Cnæsselius.

Les Chimistes s'imaginent que le Nostoch contient l'Esprit universel. Ils en tirent un Esprit doux, auquel ils attribuent de grandes vertus, & qu'ils croient être le dissolvant radical de l'or.

On en distille l'eau à la seule chaleur du Soleil, ou à un feu tres-lent, sans quoy elle monte tres-vîte. Cette eau passe pour être un dissolvant fort doux. On dit qu'elle calme admirablement les douleurs, & qu'elle guerit les ulcères quelque rebelles qu'ils puissent être.

EXPLICATION PHYSIQUE

*De la direction verticale & naturelle des tiges des
Plantes & des branches des arbres, & de
leurs racines.*

PAR M. DE LA HIRE.

DAns tous les Embrions des graines des vegetaux il y a deux parties, dont l'une contient les racines, & l'autre les branches, au moins celles qui peuvent former une seule pousse, qui dure ordinairement trois mois ou six mois. 1708.
13. Juin.

Mais il faut supposer que ces deux parties sont disposées naturellement à transmettre le suc nourrisier vers les extremités de ces parties, depuis l'endroit où la plantule est attachée à son *placenta*, qui est ce qu'on peut appeller le *ombilic* de la Plante; & ces parties sont des tuyaux par où le suc nourrisier peut couler, en lui donnant un libre passage d'un côté & d'autre.

Or il est certain que le suc nourrisier étant une liqueur, descendra verticalement ou perpendiculairement vers le centre de la terre par son propre poids, & donnera cette même direction à toutes les parties de la racine; mais une partie de ce suc nourrisier qui ne peut s'élever qu'étant réduit en vapeur, tendra à s'élever perpendiculairement en haut, suivant la direction naturelle des vapeurs qui s'élèvent par la pesanteur des parties de l'air ou de l'atmosphère où elles sont répandues; & par conséquent ces parties du suc nourrisier donneront la même direction à toutes les branches qu'elles formeront, ou qu'elles augmenteront en les développant.

Il n'est pas nécessaire de rechercher d'autre mécanique de cet effet de la nature, l'expérience la confirme assez dans toutes les rencontres, & je n'en ay point trouvé

qui fût plus convaincante que ce qui se passe chez les Brasseurs. Ils font tremper de l'orge pendant quelque tems dans de grandes cuves, & ensuite ils la transportent dans des caves où ils l'étendent sur l'aire de deux ou trois doits d'épaisseur, où elle germe fort promptement; & comme ces caves n'ont pour toute ouverture quand la porte est fermée qu'un soupirail vers le haut de la voute ou du plancher & dans l'un des côtez, on observe que la première feuille du germe qui devient fort longue, tend de tous les endroits de la cave vers le soupirail qui est ouvert, & c'est aussi vers cette ouverture que tend l'eau ou l'humidité réduite en vapeur, laquelle avoit imbibé le grain. Cependant si cette orge avoit germé dans un lieu tout découvert & à l'abri du vent, son germe ou sa première feuille se seroit élevée perpendiculairement en haut suivant la direction de la vapeur nourrière. Pour toutes les racines elles tendent perpendiculairement en bas suivant la pente de l'eau.

Je ne parle pas des accidens particuliers qui arrivent aux Plantes & aux Arbres, & qui peuvent détourner cette direction naturelle, comme celle de la pesanteur des feuilles & des branches qui les font pendre embas, & des vents ou de quelque obstacle qui leur font prendre par force une figure différente de celle qu'ils auroient & qu'ils ont ordinairement.

On remarque aussi dans plusieurs Plantes & dans quelques Arbrisseaux que l'extrémité de leur tige ou branche est recourbée vers la terre en poussant, mais ce n'est encore qu'un cas particulier & une précaution de la nature, qui fait que ces extrémités qui sont trop tendres, ou pour percer la terre, ou pour résister à la rencontre des pierres contre lesquelles elles croissent, présentent d'abord en haut la courbure de la tige qui se fait passage bien plus facilement que quelques feuilles très-déliques, mais cela n'empêche pas que la tige en croissant ne s'élève toujours directement en haut à mesure que l'extrémité se développe.

Il devrait sembler par cette explication que toutes les Plantes & les Arbres devroient avoir une figure pyramidale fort pointuë, & les racines une autre toute opposée ; cependant il y a quantité d'arbres qui s'étendent beaucoup en largeur, & plusieurs racines qui tracent & qui ne piquent pas : mais je rapporte cet effet à la disposition naturelle de la Plante ou de l'Arbre. Car je suis persuadé que chaque branche qui sort d'une autre à son extrémité ou de l'aisselle d'une feuille, est une nouvelle Plante semblable & de même espece que celle où elle est, laquelle est produite par un œuf qui y est attaché, & dont le germe à une certaine disposition ou à suivre la direction de la branche, ou à s'en écarter beaucoup ; mais si elle s'en écarte d'abord, elle sera bien-tôt obligée de reprendre la direction perpendiculaire & verticale de la vapeur nourriciere, ce qui ne laissera pas de donner à toute la Plante ou à l'Arbre une figure fort large & étenduë.

Ce système de l'accroissement des Arbres & des Plantes par des generations toujours nouvelles, lequel a été avancé par de tres-sçavans Philosophes, paroît bien confirmé dans les greffes en *écusson*, qui ne contiennent qu'un œuf de la Plante ou de l'Arbre. Et lorsque le germe de cet œuf est attaché à une tige, il n'y a que la branche qui pousse en dehors ; car pour la racine elle se confond avec la branche en poussant entre son bois & son écorce, ce qu'on remarque assez distinctement dans quelques Arbres en les coupant. Mais au contraire le même œuf qui auroit formé une branche s'il eût été attaché à une branche, formera une tige de racine s'il se trouve appliqué à la racine ; car il n'y aura que la partie du germe qui doit produire la racine qui puisse croître, l'autre partie qui doit produire la branche étant étouffée par la terre qui la couvre, ou ne pouvant pas percer l'écorce de la racine, au moins dans les Plantes & dans les Arbres qui ne poussent pas de bouture.

On doit aussi remarquer que ces germes ou embrions n'ont pas besoin de placenta dans les branches ou dans

les racines comme dans les graines, ou que le placenta qui se trouve naturellement dans leur œuf, ne leur sert de rien ou de peu de chose, puisqu'ils trouvent au lieu où ils sont placés, un suc tout digéré & préparé pour les faire croître; ce qui n'arrive pas aux graines qui en ont besoin d'un pour digérer l'humidité de la terre qui doit leur servir d'aliment, aussi dans cet état la nature leur en a-t-elle donné un qui est fort considerable.

Ce qu'on rapporte de certains Arbres qui croissent dans l'Amerique meridionale, peut servir encore à confirmer ce système. On dit que ces Arbres jettent des branches comme de grands filets qui tendent vers la terre jusqu'à ce qu'ils y soient arrivés, & qu'alors ils jettent des racines & forment de nouveaux Arbres de la même espece de celui qui les a produits, enforte qu'un seul Arbre produit une forest sans le secours des graines. Mais on pourroit dire plutôt que ces filets qui sortent du premier arbre, ne sont pas des branches qui tendent vers la terre, mais seulement des racines qui sortent des branches, & qui par leur direction doivent toujours tendre embas, & qu'enfin ayant rencontré la terre elles s'y attachent & y croissent, & que la partie qui est hors de terre pousse des branches, comme nous venons de l'expliquer.

Il sera enfin tres-facile à expliquer par ce système, pourquoy un Arbre qu'on a étêté, pousse une nouvelle tête composée d'une grande quantité de branches. Car si l'on suppose qu'il y a une infinité de petits œufs de la nature de l'Arbre, lesquels sont dispersés de tous côtés entre l'écorce & le bois, & qui ne peuvent pousser ni éclore que lorsqu'ils auront une quantité suffisante de nourriture; il sera facile à juger que le suc qui couloit avec rapidité vers les extremités des branches avant que l'Arbre fût coupé, étant contraint de s'arrêter à l'endroit de la taille & d'y séjourner, & peut-être de s'y fermenter, fera éclore & pousser avec assez de vigueur, tous les petits germes qui y étoient répandus, pour se faire jour au travers de l'écorce qui est épaisse & fort dure en cet endroit.

Comme on imprimoit ce Memoire on m'a fait une objection, qui est, comment il se peut faire qu'une graine qui est mise en terre en sorte que sa racicule qui est tournée vers le haut & sa petite tige vers le bas, changent l'une & l'autre de direction en se développant pour prendre la naturelle. Voicy comme je l'explique par mon hypothese. La liqueur qui entre dans la racine à la sortie du *placenta*, la fait croître; & comme cette liqueur est pesante elle entraîne embas la pointe de la racine à mesure qu'elle se développe, car cette racine est attachée fixe à son autre extremité qui est le *nombril* de la Plante, & par ce moyen cette racicule se courbe peu à peu jusqu'à ce que la pointe soit tournée tout à fait vers le bas, ce qui est encore aidé par l'eau dont la terre est imbibée qui l'emporte aussi en descendant. Ce sera tout le contraire pour la petite tige qui est nourrie par la vapeur qui s'élève toujours en haut, tant celle qui est dans la tige que celle qui sort continuellement de la terre.

OBSERVATIONS

Du retour de la Tache ancienne de Jupiter.

PAR M. MARALDI.

ON voit depuis plus de deux mois avec de grandes Lunetes une Tache dans Jupiter qui se distingue aisément des autres parties de son disque. Elle est obscure à peu près comme les bandes de Jupiter, & se voit située dans l'espace clair qui est entre les deux bandes meridionales, étant presque adherante à la bande meridionale du côté du centre de Jupiter, dont elle est éloignée environ la troisième partie du demi-diametre de cet astre.

Nous commençâmes de la voir avec M. Cassini le fils le 6 jour d'Avril dans l'Emisphere oriental de Jupiter, éloignée à peu près le quart de son diametre du milieu où

1708.
16. Juin.

G g ij

elle arriva à 8^h 52' environ une heure après la premiere observation.

Elle continua sa course vers l'Occident par un mouvement inégal plus vite vers le milieu, & plus lent à mesure qu'elle s'en éloignoit, & qu'elle approchoit de la circonference. Au milieu de Jupiter où la Tache est exposée directement à nôtre vûë, elle parut ronde, & occupoit plusieurs degres de la circonference de Jupiter. Elle paroissoit plus petite & plus étroite à mesure qu'elle s'éloignoit du milieu, & que son mouvement apparent diminuoit.

Ces apparences font assez connoître qu'elle est tres-proche ou adherante à la surface de Jupiter, & qu'elle est bien différente de ces Taches que nous observâmes dans la même Planete l'année dernière, & des ombres que les Satellites jettent sur son disque.

Ces ombres, ainsi que M. Cassini a expliqué au long dans ses Lettres Astronomiques, parcourent en temps égaux des parties sensiblement égales du parallele qu'elles semblent décrire dans Jupiter, & elles paroissent également grandes tant au milieu que vers la circonference; ce que nous avons eu le plaisir de verifier par des observations faites le 25 Avril & le 7 Juin, lorsqu'en même temps on voyoit dans Jupiter l'ombre du troisieme Satellite & la Tache. Cette ombre qui est plus grande que celle des trois autres Satellites, parut beaucoup plus noire dans ces deux Observations que la Tache. Elle parcourut aussi en temps égaux des parties égales d'un parallele plus éloigné vers le Septentrion du centre de Jupiter, que le parallele de la Tache ne l'est vers le midy à l'égard du même centre; de sorte qu'entre l'ombre & la Tache il y avoit une difference de latitude qui étoit plus de deux tiers du diametre de cette Planete.

Nous ne vîmes pas plutôt cette Tache, que sa figure, sa grandeur & sa situation à l'égard de la bande meridionale nous la fit prendre pour celle qui depuis 43 ans est revenue plusieurs fois au même endroit de Jupiter.

M. Cassini commença de l'observer l'an 1665, & elle lui servit à découvrir la révolution autour de son axe en $9^h\ 56'$. Il continua de la voir jusqu'à la sortie de Jupiter des rayons du Soleil l'an 1667, de sorte qu'après avoir été visible environ deux années elle disparut entièrement. Depuis l'an 1667 il ne la pût voir qu'au commencement de l'année 1672 qu'elle parut nouvellement au même endroit de la bande, & au milieu de Jupiter aux jours & aux heures qui étoient marquées par la Table fondée sur les Observations des années précédentes. On continua de la voir presque trois années de suite, & elle cessa de paroître vers la fin de l'année 1674 lorsque Jupiter entra dans les rayons du Soleil. Elle resta ensuite cachée jusqu'à l'an 1677 qu'elle parut de nouveau au même endroit; & ayant paru quelque tems, elle disparut pour la troisième fois. Après avoir été invisible pendant 8 années, elle se fit voir le mois de Mars de l'année 1685, & M. Cassini continua de l'observer presque l'espace de trois ans, c'est à dire jusqu'au commencement d'Octobre de l'an 1687. Elle resta ensuite trois ans invisible, & ne parut qu'en 1690; mais elle s'effaça bien-tôt, peut-être à cause des grands changemens qui arriverent dans Jupiter en 1690 & 1691, dont M. Cassini a donné la relation. La Tache parut de nouveau en 1692 & au commencement de 1693; mais vers la fin de la même année la bande meridionale, à laquelle la Tache est presque adherante s'étant en partie effacée, la Tache disparut entièrement. Elle revint encore avec la même bande au commencement de l'année 1694, & on l'observa jusqu'à ce que Jupiter étoit proche d'entrer dans les rayons du Soleil. Depuis 1694 elle a été invisible l'espace de quatorze ans, n'ayant paru que cette année 1708, quoique toutes les fois qu'on observoit Jupiter on ait été attentif à regarder si elle retournoit.

Dans la plupart de ces rétors la Tache s'est trouvée au milieu de Jupiter aux jours & aux heures qui étoient marquées par la Table fondée sur les Observations de

plusieurs années. Elle en a paru aussi quelquefois éloignée d'environ deux heures, comme il est arrivé dans la première observation que nous en fîmes le 6 d'Avril de cette année, dans laquelle le calcul fondé sur les mêmes hypothèses & sur l'ancienne Epoque de 1665 anticipa l'Observation de deux heures & quelques minutes. On pourra examiner si cette différence ne vient point de quelque petite erreur qu'il est difficile d'éviter dans chaque révolution, & qui se multipliant dans un grand nombre d'années peut monter à plusieurs heures. Nous avons calculé qu'un quart de seconde dans chaque révolution, dont il est extrêmement difficile de s'assurer, peut monter à plus de deux heures & demi dans l'intervalle de 43 années échues depuis l'Epoque de 1665 que nous avons prise, jusqu'à l'Observation de cette année 1708.

On peut aussi attribuer cette différence à quelque petit mouvement d'Orient en Occident dans les parties qui forment cette Tache, ou à la situation un peu différente où elle peut s'être formée, ou enfin à un concours de toutes ces différentes causes ensemble.

Quoique les intervalles qu'on a observé jusqu'à présent entre une apparition de la Tache & l'autre soient fort irréguliers, il y a pourtant de ses retours qui ont paru lorsque Jupiter étoit vers le même endroit de son orbite. Elle fut visible en 1665 & 1677, lorsque dans l'une & dans l'autre apparition, Jupiter allant à son Aphelie, en étoit éloigné de près de deux signes; mais elle n'a point paru aux deux autres passages de Jupiter par le même endroit qui sont arrivez depuis. Elle a paru aussi aux années 1672 & 1708, lorsque dans ces deux temps Jupiter étoit à peu de degrés de distance de son Aphelie; elle a été invisible lorsque cet Astre a passé par le même endroit de son orbite en 1684 & 1696; ce qui fait voir que ces retours ne sont point attachés à certaines distances de Jupiter au Soleil, comme il arrive à differens changemens qui se font sur la terre par la variation des saisons.

L'apparition de cette Tache a plutôt un grand rapport

avec la bande meridionale de Jupiter qui lui est proche. Les bandes, comme l'on sçait, changent souvent de situation & de grandeur ; quelquefois on en voit jusqu'à cinq, & quelquefois il n'y en a qu'une. Le plus souvent on en voit trois situées à l'égard du centre apparent, une du côté du Septentrion, & deux du côté du Midy. La bande plus meridionale paroît quelquefois un peu interrompue, & cette interruption augmente jusqu'à ce que la bande s'efface entierement & reste invisible pendant quelques années. Jusqu'à present on n'a point vû la Tache, quand la bande adherante ne paroissoit point, & cette bande a toujours paru lorsque la Tache a été visible, quoique la Tache n'ait pas paru toutes les fois que la bande se voyoit. On a vû quelquefois que la Tache s'est effacée dans le temps qu'il est arrivé quelque changement à la bande, ce qui fait croire que la Tache a une grande dépendance de la bande dont elle pourroit être quelque effusion, ainsi que M. Cassini l'a indiqué autrefois.

De quelque maniere que cela se fasse, il faut supposer qu'elle s'est formée plusieurs fois au même endroit de Jupiter déterminé non-seulement en latitude du Septentrion au Midy, comme l'on voit en la comparant avec les bandes & avec le centre, mais aussi en longitude d'Orient en Occident, puisque, comme nous avons déjà dit, elle est revenue plusieurs fois au milieu de Jupiter aux jours & heures marquées par la Table qui represente les observations faites plusieurs années auparavant, comme il doit arriver si elle se forme dans le même endroit de la surface de Jupiter.

Il y a donc dans cette Planete des lieux propres où se forment des Taches, comme il y en a aussi dans le Soleil, ainsi que M. Cassini l'a prouvé par le retour de plusieurs Taches qui se sont trouvées au même endroit du parallele du Soleil dans des intervalles de temps mesurés par un nombre entier de révolutions du Soleil autour de son axe. *Voyez le XII Journal des Sçavans du 23 Aoust 1688 page 198.*

Cette Tache & différentes autres qui ont paru depuis plus de 40 ans dans Jupiter sont comprises dans un espace d'une largeur déterminée, qui à l'égard de son équinoxial s'étend beaucoup davantage vers l'Emisphere meridional que vers le septentrional, & il a paru un nombre de Taches beaucoup plus grand dans la partie meridionale que dans la partie septentrionale. La même chose est arrivée aussi aux Taches du Soleil qu'on a observées depuis 50 ans.

Parmi les différentes Taches qu'on a vû dans Jupiter, il n'y en a point qui ait duré plus long-temps que celle qui parut en 1685, & qui fut observée par M. Cassini l'espace presque de trois ans, sans s'être perdue que dans le temps qu'on ne pouvoit point observer Jupiter lorsqu'il étoit dans les rayons du Soleil; de sorte qu'on peut supposer qu'elle a fait plus de 2500 révolutions sans s'être effacée. Une si longue durée marque qu'il y a quelque lieu propre à conserver & à tenir jointes les parties qui composent la Tache. Dans le Soleil on n'a point vû depuis 40 ans de Taches qui ayent duré plus de trois de ses révolutions. Les autres Taches qui ont paru en differens temps dans les parties moins meridionales de Jupiter n'ont duré que quelques mois, s'étant ensuite effacées quoiqu'elles fussent assez grandes.

Ayant comparé ensemble divers retours de cette nouvelle Tache observée au milieu de Jupiter depuis plus de deux mois, après avoir tenu compte des inégalités auxquelles ces retours sont sujets, à cause de la premiere & de la seconde inégalité de Jupiter & de l'équation du temps, nous avons trouvé sa revolution de $9^{\text{h}} 55' 48''$, de quatre secondes plus courte que la moyenne déterminée par la comparaison des Observations éloignées d'un grand intervalle.

L'an 1672 lorsque Jupiter étoit à pareille distance de son Aphélie à laquelle il se trouve cette année, les révolutions de la Tache furent trouvées plus courtes de 2 secondes que les moyennes. Puisque donc à la même distan-

ce de Jupiter au Soleil les révolutions de la Tache sont tantôt plus longues tantôt plus courtes de quelques secondes, il sera difficile de déterminer si ces petites inégalités peuvent avoir rapport aux inégalités que quelques Coperniciens attribuent aux révolutions de la terre autour de son axe, à cause de ses différentes distances au Soleil.

DE LA CATARACTE ET DU GLAUCOMA.

PAR M. MERY.

LE 23 Aoust 1707 je donnay à l'Academie les Reflexions que j'avois faites sur le Systême de M^r Anthoine & Brisseau, qui prétendent qu'il n'y a point de Cataracte membraneuse, que toutes ne sont autre chose que des cristallins obscurcis, & que ce corps étant abatu les malades recouvrent la vûë.

1708.
27. Juin.

Pour refuter ce Systême je me servis de trois Observations, dans lesquelles je ne pouvois croire alors m'être trompé.

J'avois vû tirer hors du globe de l'œil d'un homme de Sedan un cristalin plâtreux, & ce malade n'avoit point recouvert la vûë après l'operation.

1. Observation.

Appuyé du sentiment des plus fameux Oculistes & Opticiens de Paris, qui croyoient dans ce tems-là qu'on ne pouvoit voir sans cristalin, je tiray de cette premiere Observation ces consequences, que le cristalin étant absolument nécessaire à la vision, c'étoit toujours une Cataracte membraneuse qu'on abattoit toutes les fois que les malades recouvroient la vûë, & que puisqu'on ne pouvoit la leur rendre en déplaçant le cristalin, il étoit absolument inutile de l'abatre. L'experience m'a appris depuis peu que ces deux consequences sont fausses, & que

1708.

Hh

M^{rs} Brisseau & Anthoine ont raison de soutenir qu'on peut voir sans le secours du cristalin, quoique moins bien qu'auparavant.

II. Obser-
vation.

Mais M. Littre ayant montré à l'Academie une Cataracte membraneuse adherante à l'iris, & bouchant entierement le trou de la prunelle, il est évident que cette seconde Observation ruïne absolument le Systême de ces Messieurs, qui croient le Glaucoma & la Cataracte ne sont point deux maladies essentiellement differentes, la troisième Observation que j'ay rapportée pour vraie, parceque je l'ay cruë telle alors, s'est trouvée fausse par la suite.

III. Obser-
vation.

J'ay dit qu'un Prêtre m'étant venu consulter pour un ophthalmie, j'avois remarqué dans son œil affligé de cette maladie, entre l'iris & la cornée transparente, une Cataracte membraneuse de trois lignes de diametre ou environ, exactement ronde, mais plate en apparence, & de couleur blanche; que cette Cataracte lui avoit été abattue autrefois, & n'avoit reparu & passé par le trou de la prunelle que deux ans après l'operation. Voilà en abrégé ce que porte mon Memoire. Voici ce que j'ay vû depuis.

Ce même Prêtre étant venu une seconde fois me demander mon avis, je lui conseillay, pour se délivrer de son inflammation, de se faire tirer hors de l'œil sa Cataracte par une incision faite à la cornée transparente, & je l'assuray qu'il recouvreroit la vûë, comme il avoit fait la premiere fois. Il m'a crû, & s'est adressé à M. Petit Maître Chirurgien de Paris & fameux Anatomiste le 17 d'Avril dernier pour lui faire cette operation. J'y assistay avec Frere Charles de S. Yves Chirurgien & Apotiquaire de S. Lazare, qui dans ce seul Printemps a abattu cinquante-sept Cataractes. Voici comme M. Petit s'y prit pour l'ôter.

Il traversa d'abord la cornée transparente avec une aiguille renée au dessous de la prunelle, conduisant ensuite une lancette dans sa renure; il coupa la cornée depuis

le trou de l'entrée de l'éguille jusqu'au trou de sa sortie, & tira enfin avec une petite curette d'argent cette prétendue Cataracte par l'incision, ce qu'il fit avec beaucoup d'adresse. Mais à peine fut-elle dans la main de cet habile Operateur, que nous reconnûmes tous trois que c'étoit véritablement le cristalin devenu glaucomatique; qu'ainsi nous nous étions trompez, en jugeant avec tous ceux qui par curiosité ou par quelque autre motif avoient vû ce Prêtre, que c'étoit une Cataracte membraneuse. D'où je tire cette conséquence, qu'il est fort difficile de distinguer le Glaucoma d'avec la Cataracte pendant la vie des malades, sans tirer ces deux corps hors de l'œil; sans cela point de démonstration, il faut attendre après leur mort pour ne s'y pas méprendre. Alors la dissection de l'œil nous met hors d'état d'en porter un faux jugement.

Ce qui en a imposé à tous ceux qui ont vû cette prétendue Cataracte, c'est que le Glaucoma de ce Prêtre vû dans l'humeur aqueuse entre l'iris & la cornée transparente, situation où il semble qu'on ne pouvoit pas le méconnoître, paroissoit effectivement d'une figure ronde, mais plate, blanc en couleur, opaque & d'environ trois lignes de diamètre, & que vû dans l'air hors de l'œil, nous remarquâmes que sa figure étoit véritablement lenticulaire, sa couleur verte tirant sur le jaune & un peu transparente, & qu'il n'avoit qu'une ligne & demie de diamètre ou environ. Après cela qui peut n'y être pas trompé?

Ce Prêtre est aujourd'hui bien guéri, il discerne les objets, & il voit assez bien pour se conduire.

Un habile Oculiste Anglois, qui avoit été consulté sur cette maladie, crut que l'opération que j'avois conseillée ne réussiroit pas; il assura que nous avions pris pour un Glaucoma ce qui n'étoit qu'une Cataracte membraneuse, & il s'engagea de nous en donner en présence de l'Académie des démonstrations Physiques & Mathématiques. On accepta la proposition, le jour fut marqué: mais les

grandes occupations ne lui permirent pas de nous en donner les démonstrations qu'il nous avoit fait espérer. Ce Prêtre sur qui l'on avoit fait l'operation se rendit à l'Academie, comme ce celebre Oculiste l'avoit souhaité; on examina son œil, & l'on reconnut qu'avec des Lunetes fort convexes il distinguoit & lisoit de gros caracteres. M. Petit fit voir ce qu'on avoit tiré de l'œil de ce Prêtre, & tout le monde reconnut que c'étoit un cristalin diminué par la maladie, & fort desséché depuis l'operation.

Après avoir satisfait à tout ce que pouvoit souhaiter de nous la Compagnie pour s'assurer d'une verité de fait, qu'elle n'avoit cherché à connoître que pour le bien de ceux qui perdent la vûe par la Cataracte ou le Glaucoma; je presentay à l'Academie le même jour le globe de l'œil d'un homme mort à l'Hôtel-Dieu le 22 de ce mois; mais à qui j'avois fait abattre sur la fin de May dernier une Cataracte, que je crus membraneuse aussi-bien que M. Tibault qui en fit l'operation.

Ce qui nous confirma l'un & l'autre dans ce sentiment, c'est qu'outre l'apparence de membrane blanche & opaque qu'elle avoit, le malade distingua immédiatement après qu'elle fut abattue tous les objets assez nettement, & qu'il a continué de les voir toujours de mieux en mieux jusqu'à la mort, qui lui est arrivée un mois après par un accident qui n'avoit nul rapport à la Cataracte, & étoit indépendant de l'operation qui lui avoit été faite.

Je n'ay été détrompé que dans le moment même que j'ay ouvert l'œil de cet homme en presence de l'Academie assemblée. Au lieu d'une Cataracte membraneuse que je m'attendois de lui faire voir, je fus fort étonné de ne trouver qu'un cristalin glaucomatique roux en couleur à lui montrer. Il avoit été rangé avec l'éguille dans la partie inferieure du corps vitré, & conservoit encore une partie de sa transparence.

Ces deux Glaucoma que M^{rs} les Academiciens ont vûs dans un même jour, ayant été pris pour des Cataractes membraneuses, donnent lieu de croire, malgré la présom-

ption de cet Oculiste dont je viens de parler, qu'il est très-difficile, pour ne pas dire impossible, de distinguer ces deux maladies l'une de l'autre, que c'est le plus souvent le cristalin qu'on abat quand on croit n'abattre qu'une Cataracte, ce qui n'empêche pas qu'il n'y ait de véritables Cataractes membraneuses, & m'obligent enfin d'avouer pour le bien public, & pour rendre justice à M^{rs} Brisseau & Anthoine qu'on peut sans risque abattre le cristalin glaucomatique, puisqu'on est convaincu à présent qu'après l'opération, soit de la Cataracte, soit du Glaucoma, on recouvre la vûe dans l'une aussi bien que dans l'autre, quoique moins parfaitement, pourvu qu'il n'y ait point d'obstruction dans le nerf optique, ou quelque alteration dans le corps vitré.

Je laisse à ceux qui savent plus d'Optique que moy à rendre raison pourquoy un cristalin glaucomatique paroît dans l'humeur aqueuse; soit qu'il soit placé devant ou derriere l'iris sous des caracteres differens de ceux qu'on y remarque quand il est exposé à l'air. Cette recherche me paroît curieuse, & mérite bien qu'ils y pensent sérieusement.

R E M A R Q U E S
S U R L A C A T A R A C T E
E T L E G L A U C O M A .

PAR M. DE LA HIRE le fils.

NOus avons déjà rapporté quelques experiences, & nous avons donné quelques Memoires au sujet de la Cataracte, & des différentes opinions qu'on a de la Cataracte & du Glaucoma. Mais pour éviter icy toute équivoque, nous appellerons de ces deux noms les mêmes maladies que les Anciens leur ont attribuées; c'est à

1708
27. Juin.

dire par le mot de Cataracte on entend une pellicule ou membrane qui se forme dans l'humeur aqueuse, & qui empêche les rayons de la lumière de pénétrer dans le fond de l'œil, & par le mot de Glaucoma on entend le cristalin devenu opaque.

On avoit toujours crû que ceux qui avoient un Glaucoma ne pouvoient en nulle façon recouvrer la vûe, quoique par l'operation on abatît le cristalin, & qu'on rendit à l'œil sa netteté apparente, & c'est le sentiment de la plûpart des Operateurs : mais les experiences que nous avons faites en dernier lieu, & que nous avons communiqué à l'Academie, ont convaincu que l'humeur vitrée ayant sensiblement la même refraction que l'humeur aqueuse, ce qui paroît avoir été connu de M. Descartes par la maniere dont il parle dans son Traité de Dioptrique, les rayons de la lumière pouvoient pénétrer au travers de ces deux seules humeurs jusqu'au fond de l'œil sans y être détournés par leur inégalité, comme ils feroient au travers d'une bouteille remplie d'une même liqueur ; & qu'il ne faudroit alors à ces sortes d'yeux qui n'auroient point de cristalin que suppléer par dehors avec un verre convexe, à la refraction des rayons que fait le cristalin au dedans de l'œil, pourvû que d'ailleurs il n'y eût aucun défaut aux autres parties de l'œil qui sont nécessaires à la vision.

C'est aussi ce que quelques experiences tres-certaines font connoître, & l'on ne sçauroit douter qu'un œil sans cristalin ne puisse bien voir les objets avec un verre lenticulaire : mais quoique ceci paroisse favoriser le sentiment de quelques Oculistes qui ont prétendu qu'il n'y avoit point de Cataracte, & qu'il n'y avoit seulement que le Glaucoma & l'humeur vitrée devenue opaque ; cependant on n'en peut pas douter, puisqu'il M. Litre de cette Academie nous y a apporté l'œil d'un homme où il y avoit une membrane attachée à l'ouverture de la prunelle, & qui la couvroit entièrement.

Tous les indices qu'on peut avoir de la difference de

la Cataracte & du Glaucoma peuvent quelquefois tromper, excepté les couleurs qu'on remarque au corps opaque qui est dans l'œil, qui sont ceux du Glaucoma; car si par la plus grande densité qui paroîtroit vers le milieu de la prunelle on vouloit juger que ce fût le cristalin qui fut épaissi, on pourroit se tromper, parcequ'il pourroit arriver que ce seroit une Cataracte plus épaisse vis à vis l'ouverture de la prunelle que dans le reste de son étendue; ou si par la grandeur apparente du corps opaque qui paroît excéder celle du cristalin, on jugeoit que ce fût une membrane, on pourroit encore tomber dans l'erreur à cause de la refraction que les rayons qui viennent du bord du cristalin souffrent en sortant de la cornée dans l'air, qui feroit paroître le cristalin plus grand qu'il n'est en effet.

Il résulte de ces Remarques que les Oculistes ne font peut-être pas tout à fait certains de quelques opérations qu'ils font, à moins qu'ils ne soient fort habiles; mais ils travaillent jusqu'à ce qu'ils aient abaissé avec l'aiguille le corps opaque qu'ils voyent dans l'humeur aqueuse par l'ouverture de la prunelle, & s'il arrive qu'aussi-tôt après l'opération le malade voye confusément, ce ne sera pas une marque que ce soit une Cataracte qu'on lui aura abatuë, puisqu'il verroit de cette façon si le cristalin avoit été abatu; mais s'il ne voit point du tout, l'œil paroissant net, il faudra qu'il soit arrivé à l'œil quelque maladie comme une goutte serenne, puisqu'il doit toujours voir, soit que le cristalin ou la Cataracte aient été abatuës.

Il pourroit encore arriver que la Cataracte se trouvant fort proche du cristalin, on abateroit l'un & l'autre tout ensemble, quoique l'œil ne fut affecté que d'une Cataracte; ce qui paroît assez vrai-semblable si on fait attention à la difficulté qu'il y a de détacher une membrane fortement adhérente dans toute sa circonférence & proche du cristalin sans l'offenser, & même sans le détacher d'avec le ligament ciliaire, comme nous l'avons remarqué dans

un autre Memoire ; & il pourroit encore arriver qu'en faisant l'operation pour abatre une Cataracte dans un œil dont toutes les parties seroient bien saines, on détachât en partie le cristalin, & que la Cataracte étant tout à fait abaissée, mais le cristalin en partie détaché & posé de biais, le malade ne verroit point, quoiqu'il dût voir, à cause de l'obliquité du cristalin qui détourneroit les rayons inégalement, & c'est ce qu'on ne peut appercevoir par dehors, à cause de la transparence des trois humeurs de l'œil.

C'est dans ces occasions où il est si difficile d'abatre une Cataracte avec une aiguille droite à l'ordinaire sans toucher au cristalin, que l'usage d'une aiguille courbe vers son extremité pourroit être bon pour éviter cet accident, en prenant la précaution en operant de tourner la partie concave du côté du cristalin, comme nous l'avions déjà remarqué.

Enfin nous ne faisons pas de doute qu'on ne puisse toujours connoître après l'operation si l'on a abbattu une membrane ou le cristalin ; car si le malade voit les objets distinctement comme il devoit les voir s'il n'avoit point eu de Cataracte, c'est à dire après que l'humeur aqueuse s'est rétablie, ce qui arrive en peu de jours, sans qu'il ait besoin de Lunetes ou seulement de celles qui conviennent à son âge & à la conformation de ses yeux qui change quelquefois considerablement pendant l'espace de quelques années, ce sera une marque assurée qu'on ne lui aura abbattu qu'une membrane ou une Cataracte, laquelle n'a apporté & ne doit apporter aucun changement à toutes les parties de l'œil pour avoir été seulement détourné de devant l'ouverture de la prunelle ; mais s'il ne peut pas voir distinctement les objets sans se servir de Lunetes fort convexes, il est certain qu'on lui a abbattu le cristalin, soit qu'il fût necessaire ou non ; car le cristalin n'étant plus au devant de l'ouverture de la prunelle, il est obligé de le réparer par un cristalin extérieur qui est un verre lenticulaire assez épais dans le milieu. Cependant

la force de ce verre doit être bien moindre que celle du cristalin; car les refractions des rayons lumineux sur le cristalin dans les humeurs de l'œil ne sont pas si grandes que celles qui se font sur le verre avant que d'entrer dans l'œil, & le cristalin est un corps bien moins dur que le verre.

Il semble qu'on pourroit encore ajouter à ce qu'on vient de dire une Reflexion sur l'usage du cristalin dans l'œil qui n'y est d'une aussi grande conséquence, quoiqu'il ne le paroisse pas, comme on le va voir, que parcequ'il faut que la réunion des rayons qui ont passé au travers des humeurs de l'œil se fasse précisément sur la retine afin que la vision soit parfaite; car si on suppose que l'œil soit sphérique, qu'il ait un pouce de diamètre, qu'il soit de verre fort mince, & qu'il soit rempli d'une liqueur homogène comme de l'eau; il est certain par les regles d'Optique que les rayons qui viendront comme parallèles entr'eux & qui auront passé au travers, iront se rassembler hors de l'œil à six lignes tout au plus: mais la cornée est d'une convexité plus petite que celle de l'œil; donc les rayons qui auront passé au travers iront se rassembler à moins de six lignes, & cette difference peut bien aller à une ligne, l'effet du cristalin ne sera donc que de faire réünir les rayons à quatre lignes plus court, ce qui est peu de chose, c'est pourquoy on ne laisse pas d'entre-voir quand il est abbattu, mais comme l'effet du cristalin n'est pas bien considerable, aussi y peut-on remedier aisément avec un verre convexe.

On pourra peut-être conclure de ce qui vient d'être expliqué cy-dessus, que les Oculistes abbattent quelquefois le cristalin quoiqu'il ne soit pas nécessaire, & ce qui pourroit confirmer dans ce sentiment, seroit l'usage qu'on voit faire des Lunetes fortes à ceux à qui on a fait l'operation, n'y ayant pas d'ailleurs de raison, loin de cela même, qui puisse faire croire qu'il y a plus de Glaucomas que de Cataractes.

Mais quoiqu'on ne puisse reconnoître certainement ce

qu'on a abbattu qu'après l'operation & quand le malade voit, ce qui ne lui sert plus à rien puisqu'il voit, la maniere d'en être assuré ne laissera pas d'être de quelque utilité aux Oculistes; puisqu'ils sauront par son moyen s'ils ont bien jugé de la maladie avant que de faire l'operation, ce qui leur servira à se perfectionner dans leur art pour travailler dans la suite avec plus de certitude, & peut-être avec plus de précaution.

DIFFERENTES MANIERES

De déterminer la Courbe que décrirait un corps de pesanteur constante, jeté suivant quelque direction que ce fût dans un milieu dont les résistances seroient en raison des vitesses de ce corps.

PAR M. VARIGNON.

1708.
18. Juillet.

LE Probl.^e 1. des Mem. de 1707. pag. 391. &c. touchant les mouvemens primitivement uniformes faits dans des milieux qui leur résistassent en raison de leurs vitesses; & le Probl. 1. 2. 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 113. &c. touchant les mouvemens variés de chute ou d'ascension d'un corps de pesanteur constante dans ces milieux, nous serviront à résoudre la question présente, & à démontrer l'accord des Solutions qu'on en va voir, avec celles de M. Newton, de M. Leibnitz, & de M. Hugheens qui n'a donné qu'une simple construction de la Courbe cherchée, laquelle construction sera aussi démontrée suivant la promesse que j'en ay faite à la fin de la Démonstration que j'ay donnée dans le Mem. du 13. Juin dernier, pag. 218. Je n'ay point dit qu'il a avancé de plus sans démonstration sur ce sujet. Ces trois Auteurs sont les seuls que je sçache avoir résolu le Problème en question: le voici résolu en différentes manieres toutes différentes des leurs.

PROBLÈME.

Soit un corps de pesanteur constante, jeté de A vers F suivant telle direction oblique AF qu'on voudra, & d'une force ou vitesse aussi quelconque, dans un milieu qui lui résiste à chaque instant en raison de ses vitesses actuelles : On demande la Courbe qu'il décrira dans ce milieu.

FIG. I.
II.

SOLUTION.

Soit prise AF pour la vitesse de projection de ce corps au point A vers F , & FS sur FC perpendiculaire à AF , telle que AF soit à FS comme cette vitesse de projection est à la terminale de ce même corps, c'est à dire, à la plus grande qu'il pût acquérir en vertu de la pesanteur en tombant dans le milieu supposé, le Corol. 9. du Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 123. faisant voir qu'il n'y en peut jamais acquérir qu'une finie, même pendant un tems infini. Ensuite après avoir fait AC parallèle à FC , soit par A une logarithmique ARC qui ait FC pour asymptote, & AS pour tangente en ce point A . Soient ces trois lignes rencontrées en R , V , q , par la droite TV parallèle à AF , & qui rencontre aussi AC en T .

Cela fait, je dis que si de chaque point R de la logarithmique ARC , on mène RG perpendiculaire en G sur AF , en rencontrant la touchante ASC en a , & que du point G on fasse une verticale $GL = Ra$ correspondante; la ligne ALO , qui passera par tous les points L ainsi trouvés, fera la Courbe de projection qu'on demande.

Démonst. Après avoir pris $FB = FS$ sur AF prolongée, soit encore du point B sur l'asymptote FC , un autre arc logarithmique BUC touché en B par la droite BSC , & qui rencontre TV prolongée en U ; laquelle TV soit aussi rencontrée en P par la droite BC parallèle à FC , & en Q par la tangente BSC . Si présentement on prend de l'origine A sur AC les abscisses AT pour les tems écoulés depuis le premier instant de la projection; la Solut. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391. touchant

les mouvemens primitivement uniformes faits dans le milieu supposé, donnera RV ou GF pour les vitesses qui à la fin de ces tems, ou à chacun de leurs derniers instans, doivent ici rester de la vitesse AF de projection, laquelle vitesse dans un milieu sans résistance ni action auroit été uniforme : de sorte que les aires $ARVF$ exprimeront ici les sommes correspondantes de ces vitesses restantes malgré les résistances supposées.

La Sol. du Prob. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 119. touchant les mouvemens primitivement variés en raison des tems, & faits dans le milieu supposé, c'est à dire, primitivement variés à la maniere de Galilée par la pesanteur constante du corps en question, donne pareillement PU pour les vitesses acquises à la fin des tems AT , ou à chacun de leurs derniers instans, en vertu de cette pesanteur malgré les résistances supposées : de sorte que les aires BUP exprimeront de même ici les sommes correspondantes de ces vitesses à chacun de ces derniers instans.

Donc la somme des vitesses instantanées restantes de celle de projection à chaque dernier instant de chaque tems AT , doit être ici à la somme des instantanées acquises au dernier instant aussi de ce même tems AT en vertu de la pesanteur du mobile malgré les résistances supposées :: $ARVF. BUP$.

Mais suivant le Lem. 2. des Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. ces sommes de vitesses sont comme les espaces qu'elles font parcourir. Donc l'espace parcouru suivant AF pendant le tems AT en vertu de la premiere de ces sommes de vitesses de projection retardée par les résistances du milieu supposé, sera ici au vertical parcouru de haut en bas pendant le même tems AT en vertu de la seconde de ces mêmes sommes ou de la pesanteur affoiblie par les mêmes résistances :: $ARVF. BUP$.

Or les arcs logarithmiques ARC, BUC , ayant (*hyp.*) leurs subtangentes $= FS = BF$, le Corol. 2. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391. & 392. dans lequel AF prise $= a = FS$, peut être prise de telle grandeur qu'on vou-

dra, donne $ARVF = FS \times AG$; & les Corol. 4. & 5. du Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 120. & 121. donne aussi $BUP = FS \times BP - PU = FS \times PQ - PU = FS \times UQ$. Donc l'espace parcouru suivant AF pendant le tems AT en vertu de la projection & malgré les résistances supposées, sera ici au vertical parcouru en même tems de haut en bas en vertu de la pesanteur constante du mobile & malgré les mêmes résistances :: $FS \times AG$. $FS \times UQ$:: AG . UQ .

Mais l'abscisse FV commune au deux arcs logarithmiques AR , BU , rendant RV . UV :: AF . BF :: qV . QV . ou (*alternando*) RV . qV :: UV . QV . ou bien aussi (*dividendo* dans la Fig. 1. & *componendo* dans la Fig. 2.) Rq . qV :: UQ . QV . ou bien encore (*alternando*) Rq . UQ :: qV . QV :: AF . BF . (à cause de $BF = FS$) :: AF . FS :: Rq . Ra . c'est à dire, Rq . UQ :: Rq . Ra . l'on aura par tout ici $Ra = UQ$. Donc l'espace parcouru suivant AF pendant le tems AT en vertu de la projection & malgré les résistances supposées, sera ici au vertical parcouru en même tems de haut en bas en vertu de la pesanteur constante du mobile & malgré les mêmes résistances :: AG . Ra . (la construction exigeant $GL = Ra$) :: AG . GL .

Par conséquent en prenant AG ou le côté opposé EL du parallélogramme EG pour le premier de ces espaces, l'on aura aussi GL pour le second; & ces espaces étant (suivant les Corollaires qu'on vient de citer) comme les résistances totales faites des instantanées qui pendant le tems AT se sont successivement opposées aux vitesses de projection & de pesanteur du mobile; les différentielles ML , NL , de ces espaces seront aussi comme les résistances instantanées qui s'y sont opposées à la fin de ce même tems. Donc ces dernières vitesses par leur concours feront décrire au mobile la diagonale HL du petit parallélogramme MN pendant le dernier instant du tems AT , & d'une vitesse qui sera à celles-là comme cette diagonale est aux côtés correspondans du parallélogramme MN , ce rapport étant le même dans la présente hypothèse des

résistances en raison des vitesses, qu'il seroit dans un milieu sans résistance ou dans le vuide par le concours de ces dernières vitesses. Donc aussi le corps jetté de A vers F suivant AF , sera en L à la fin du tems AT . Par conséquent la ligne ALO , qui passera par tous les points L trouvés comme ci-dessus, en prenant par tout les verticales $GL = Ra$ correspondantes, sera la Courbe que le corps jetté doit ici décrire malgré les résistances supposées. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Il suit delà que cette Courbe ALO de projection aura pour asymptote la verticale FO ; puisque AG ne peut devenir égale à AF qu'après un tems infini AT ou FV qui rend alors Ra ou (*hyp.*) GL infinie.

COROLLAIRE II.

Puisque la vitesse suivant HL du mobile à la fin du tems AT , feroit ici à la restante alors de celle de projection suivant $AF :: HL. HN$. Et à l'acquise suivant GL à la fin du même tems AT en vertu de la pesanteur de ce mobile malgré les résistances supposées :: $HL. NL$. Si l'on imagine au point L une tangente LZ de la Courbe ALO , en concevant son élément HL prolongé jusqu'à son asymptote FO en Z , & qu'on prolonge aussi son ordonnée EL jusqu'à la rencontre en D de cette asymptote; la vitesse suivant LZ du mobile en L à la fin du tems AT , contre ce qu'il y pourroit rencontrer, sera de même à la restante alors de celle de projection :: $LZ. LD$. Et à l'acquise aussi pour lors en vertu de la pesanteur malgré les résistances supposées :: $LZ. DZ$.

COROLLAIRE III.

Pour trouver présentement l'équation de la Courbe ALO de projection, soit BF ou $FS = a$, AF ou $TV = b$, AE ou GL ou Ra ou $VQ = x$, EL ou AG ou $TR = y$, AT ou BP ou $PQ = t$, $PV = v$, RV ou $GF = s$, &

par conséquent $v = t - x$, $u = b - y$, $dv = dt - dx$, & $du = -dy$.

Suivant ces noms l'on aura $\frac{dt}{a} = \frac{dv}{a-v} = \frac{dt-dx}{a-v}$ pour l'équation de la logarithmique BUC , laquelle équation donne $adt + vdt = ads - adx$, ou $vdt = adx$; & par conséquent $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{v}$. L'on aura aussi $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{u} = \frac{dy}{b-y}$ pour celle de ARC . Donc $\frac{dx}{v} = \frac{dy}{b-y}$. Mais BUC & ARC étant (*Constr.*) des arcs d'une même logarithmique, & ayant leurs ordonnées BF , UV , en même distance (FV) entr'elles que AF , RV ; l'on aura ici $BF (a)$. $UV (a-v)$:: $AF (b)$. $RV (b-y)$. c'est à dire $ab - ay = ab - bv$, d'où résulte $v = \frac{ay}{b}$. Donc $\frac{b dx}{ay} = \frac{dy}{b-y}$, ou $dx = \frac{ay dy}{b-b-y}$, qui ne suppose que les logarithmes, ainsi que M. Leibnitz l'a dit dans la pag. 43. du mois de Janvier des Actes de Leipsik de 1689. fera l'équation cherchée de la Courbe ALO de projection. Par conséquent aussi $b-y \times \frac{dx}{ay} = \frac{ay}{b}$ sera l'expression generale de ses soûtangentes sur son asymptote FO .

COROLLAIRE IV.

Donc les triangles semblables LMH , LDZ , donnant $ML (dy)$. $MH (dx)$:: $LD (b-y)$. $DZ = b-y \times \frac{dx}{ay}$. l'on aura par tout ici la soûtangente $DZ = \frac{ay}{b}$ (*Corol. 3.*) $= v$. D'où l'on voit que cette soûtangente doit être par tout quatrième proportionnelle aux grandeurs AF , BF , AG , ou égale à $PU (v)$ correspondante: de sorte que les soûtangentes DZ seront par tout ici entr'elles comme les vitesses verticales (PU) acquises de haut en bas par la pesanteur: c'est à dire, comme les Ga correspondantes; puisqu'il faut que la Solution donnant $PQ = PB = RG$, & $UQ = Ra$, doit pareillement donner $Ga = PU$; outre que Ga est aussi quatrième proportionnelle aux trois grandeurs AF , BF , ou (*hyp.*) FS , AG .

COROLLAIRE V.

Donc aussi TV en AF , rendant alors PU , UQ , Ra ou (*hyp.*) Ga , GL , TR , AG , BL , toutes nulles, rendra pareillement alors DZ nulle; & confondant ainsi la tangente LZ avec LD alors confonduë avec AF , fera voir que la droite AF de projection est tangente en A de la Courbe ALO décrite par le concours de la force de projection & de la pesanteur du corps jetté, malgré les résistances du milieu supposé.

COROLLAIRE VI.

Le cas de $y=b$, ou de $b-y \cdot (LD)=0$, qui rend AT ou FV infinie, rendant par-là $PU=BF$, ou $Ga=FS$, & conséquemment (*Corol. 4.*) $DZ=BF$; cette soûtangente DZ sera pour lors infinie par raport à LD , & confonduë avec la tangente LZ . D'où l'on voit encore que la droite FO sera une asymptote de la Courbe ALO , ainsi qu'on l'a déjà vû dans le *Corol. I.*

COROLLAIRE VII.

FIG. I. Si après avoir fait AK perpendiculaire en K sur FO dans la Fig. I. des projections obliques de bas en haut, on appelle FK , c ; le cas de la tangente LZ perpendiculaire aussi en Z sur FO , donnera $AF(b) \cdot FK(c) :: LD(b-y) \cdot DZ = \frac{bc-y}{b}$. Ainsi ayant déjà (*Corol. 4.*) $DZ = \frac{ay}{b}$, l'on aura ici $ay = bc - cy$, ou $y = \frac{bc}{a+c}$; c'est à dire que si l'on prend $AG(y) = \frac{bc}{a+c}$, la verticale GL rencontrera la Courbe ALO en son sommet; de sorte que L sera pour lors le plus élevé de tous ses points au-dessus de l'horizontale AK .

COROLLAIRE VIII.

De plus, si l'on prolonge la verticale GL jusqu'à la rencontre de AK en X , l'on aura $AF(b) \cdot FK(c) :: AG(y) \cdot GX = \frac{c^2}{b}$ (*Corol. 7.*) $= \frac{c^2}{a+c}$. Ainsi $LX = \frac{c^2}{a+c} - x$ sera la plus grande hauteur où le corps jetté suivant AF , puisse

puisse monter au-dessus de l'horizontale AK . Mais suivant les noms assignés dans le Corol. 3. l'on a aussi $x(GL) = R4$
 $= VQ = PQ - PV = t - v$ (Corol. 3.) $= t - \frac{ay}{b}$ (Corol.
 7.) $= t - \frac{ac}{a+c}$. Donc en substituant cette valeur de x
 dans la précédente de $LX = \frac{ct}{a+c} - x$, l'on aura ici
 $LX = \frac{ct+ac}{a+c} - t = c - t = FK - PV$ pour la plus gran-
 de hauteur du jet au-dessus de l'horizontale AK qui passe
 par le point A de projection, en prenant PV ($b^2 - y$)
 $= \frac{ab}{a+c}$, à cause que le Corol. 7. donne ici $y = \frac{bc}{a+c}$.

COROLLAIRE IX.

Pour trouver présentement le point L , dans lequel l'ho-
 rizontale AK est coupée par la Courbe de projection
 ALO , ou par le corps jeté en retombant de sa plus gran-
 de élévation LX au-dessus de cette horizontale AK , soit
 repris L pour un point quelconque de cette Courbe ALO
 au-dessus de cette même horizontale AK : le reste de-
 meurant comme ci-dessus, l'on aura AG (b), FK (c) et
 AG (y). $GK = \frac{cy}{b}$. Donc $LX = \frac{cy}{b} - x$ (Corol. 3.) $= \frac{cy}{b}$
 $- t + v - t$ (Corol. 3.) $= \frac{cy}{b} - t + \frac{ay}{b} - t$: De sorte que le cas de
 $LX = 0$ en l , donne $t = \frac{cy+ay}{b}$, ou $y. t :: b. a+c$. Or en
 prenant FY (sur FC) $= a+c = BF + FK$ (hyp.) $= FS$
 $+ FK$, c'est à dire $SY = FK$; & en tirant la droite AY
 qui rencontre la logarithmique ARC en r , d'où tombe
 rg perpendiculaire en g sur AF , en rencontrant AS en
 e ; l'on aura aussi Ag (y). gr (t) :: AF (b). FY ($a+c$).
 Donc la verticale gl tombera précisément au point l
 dans lequel l'horizontale AK est rencontrée par le corps
 jeté en retombant vers elle, ou par l'arc LO de la Cour-
 be de projection qu'il décrit malgré les résistances sup-
 posées. De sorte que (Solut.) gl sera égale à re , & que Al
 sera ici la plus grande portée horizontale du jet, comme

(*Corol.* 8.) XZ en est la plus grande hauteur, & (*Corol.* 1. & 6.) AK la plus grande distance de AO où ce jet puisse jamais atteindre, même pendant un tems infini.

COROLLAIRE X.

Il suit encore du *Corol.* 3. que la ligne logarithmique ne sert pas seulement à trouver comme ci-dessus, & comme on le verra encore dans la suite, la Courbe des jets de cette hypothèse-ci; mais aussi qu'elle est cette Courbe elle-même dans le cas où la vitesse verticale du corps jeté, résultante d'une projection oblique de haut en bas, seroit égale à la vitesse terminale, ainsi que M. *Hughens* l'a dit à la fin de son discours de la cause de la pesanteur, pag. 173.

FIG. II.

Pour le voir, dans la Fig. 2. outre les noms précédens du *Corol.* 3. fait $AK = e$ perpendiculaire sur OA prolongée, $FK = c$, $AK = s$, & $XZ = m$ sur EG prolongée jusqu'en AK en X .

L'on aura ici $AF(b)$. $AG(y) :: AK(e)$. $AX(e-s)$.

Ce qui donne $y = \frac{be - bs}{e}$, $b - y = b - \frac{be + bs}{e} = \frac{bs}{e}$, $dy = -\frac{b ds}{e}$, & par conséquent $y dy = -\frac{bb ds + bbs ds}{e}$, $ay dy = -\frac{abb ds - abbs ds}{e}$, $bb - by = \frac{bbs}{e}$. Donc $\frac{ay dy}{bb - by} = \frac{as ds - aeds}{e}$.

L'on aura de plus $AF(b)$. $AG(y) :: FK(c)$. $XG = \frac{cy}{e}$. De sorte que la construction donnant $GL = x$,

Ron aura ici $\frac{cy}{e} + x = XZ = m$, & $\frac{cdy}{e} + dx = dm$,

ou $dx = dm - \frac{cdy}{e}$ (à cause de $dy = -\frac{b ds}{e}$) $= dm + \frac{cds}{e}$.

Mais le *Corol.* 3. donne $dx = \frac{ay dy}{bb - by}$. Donc $dm + \frac{cds}{e}$

$= \frac{as ds - aeds}{e}$, ou $dm = \frac{as ds - cds - aeds}{e}$ sera encore une autre

équation de la Courbe ALO de projection oblique faite de haut en bas: laquelle équation se changeant en dm

$= \frac{m - b ds}{e}$ lorsque $c(KF) = a(BF)$, c'est à dire, lorsque la vitesse verticale (KF) résultante de celle (AF) de pro-

jection suivant AF , sera égale à la vitesse terminale (BF ou FS) du corps ainsi jetté; la Courbe ALO de projection, qu'il décrira pour lors, sera une logarithmique, ainsi que M. Hugheens l'a dit, laquelle aura FO pour asymptote, & ses soûtangentes $= a = FS = FB$ (*hyp.*) $= KF$, qui sont (*Sol.*) celles des deux précédens arcs logarithmiques ARC , BUC : Par conséquent elle & eux ne doivent être que des arcs differens & differemment placés d'une même logarithmique, dont la soûtangente $= a$, exprimant par tout la vitesse verticale du corps jetté obliquement de haut en bas dans ce cas-ci, fait voir que cette vitesse y est par tout uniforme; & qu'ainsi la pesanteur y est par tout égale à la résistance que lui fait le milieu supposé.

Autrement. Cela se peut encore démontrer d'une autre maniere, & sans calcul. Car puisque (*hyp.*) la vitesse verticale KF résultante de celle AF de projection oblique de haut en bas, est égale ici à la terminale BF ou FS du corps ainsi jetté, ces deux vitesses égales trouveront ici la même résistance de la part du milieu qu'on suppose y résister en raison des vitesses. Mais la vitesse terminale de ce corps étant (*Corol. 9. du Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 123.*) la plus grande qu'il pût aquerir dans ce milieu en vertu de sa seule pesanteur, la résistance que lui feroit ce milieu, seroit égale à cette pesanteur, ainsi qu'on le voit dans les nomb. 1. & 4. de la Remarq. 2. pag. 126. & 127. du Mem. qu'on vient de citer, & qu'il suit aussi de ce que la pesanteur de ce corps ne pourroit s'accelerer davantage dans ce milieu. Donc la résistance qu'y trouveroit la vitesse verticale résultante de la projection ici supposée, seroit égale à la pesanteur du corps jetté; par conséquent cette pesanteur & cette résistance ainsi en équilibre, se détruisant l'une l'autre, cette vitesse verticale résultante de celle de projection dans ce cas-ci, y doit demeurer uniforme, & toujours égale à la terminale du corps jetté, comme si ce corps n'avoit aucune pesanteur, ni le milieu aucune résistance. Ainsi le mouvement de ce corps étant ici composé de cette vitesse verti-

cale KF , & de l'horizontale AK résultante aussi de celle AF de projection, & qui d'uniforme qu'elle auroit été dans un milieu sans résistance ni action, est ici retardée par la résistance du milieu supposé; ce mouvement du corps jetté suivant AF , doit être ici composé d'une vitesse horizontale primitivement uniforme, retardée par les résistances supposées, & d'une verticale de haut en bas toujours uniforme malgré ces résistances. Donc suivant le nomb. 3. du Schol. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 397. la ligne ALO , que ce corps doit décrire en vertu de ce concours de vitesses, doit être ici une logarithmique dont l'asymptote soit KO , & la soit tangente $\equiv KF = BF = FS = a$.

COROLLAIRE XI.

De ce que suivant le précédent Corol. 10. la résistance que le milieu supposé fait à la vitesse terminale du corps qui y tombe, seroit égale à la pesanteur de ce corps; & conséquemment moindre ou plus grande que cette pesanteur, si la vitesse de ce corps étoit moindre ou plus grande que cette terminale: il suit évidemment qu'un corps jetté verticalement de haut en bas malgré les résistances de ce milieu, s'accélérera jusqu'à sa vitesse terminale, si celle de projection est moindre qu'elle; qu'il descendra d'une vitesse uniforme toujours égale à sa terminale, si celle de projection est égale à cette terminale; & qu'enfin il sera retardé jusqu'à ce qu'il soit réduit à cette vitesse terminale, si celle de projection est plus grande qu'elle. Tout cela s'accorde avec les Corol. 4. & 5. du Probl. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 130. & 131. Et le premier de ces deux Corollaires fait voir aussi que quelle que soit la verticale de projection de haut en bas, il ne lui faudra pas moins qu'un tems infini pour devenir égale à la terminale du corps ainsi jetté, soit en s'accélérant si elle est moindre que cette vitesse terminale, ou en se retardant si elle est plus grande.

COROLLAIRE XII.

Puisque AF est toujours plus grande que KF (*hyp.*) $= BF = FS$, il est encore manifeste suivant le Corol. 10. qu'afin que ALO soit ici une logarithmique, il faut que la vitesse AF de projection y soit toujours plus grande que la vitesse terminale du corps jeté.

COROLLAIRE XIII.

Si l'on suppose les coordonnées orthogonales $XL = m$, $XK = s$, $AK = c$, &c. dans la Fig. 1. comme dans la Fig. 2. FIG. 1. un raisonnement semblable à celui de la première partie du Corol. 10. donnera encore de même $dm = \frac{-asds - csds + aeds}{ss}$ pour une nouvelle équation de la Courbe des projections obliques de bas en haut. Ce qui résulte aussi de l'équation $dm = \frac{asds - csds - aeds}{ss}$ trouvée dans cette première partie du Corol. 10. parceque $FK(c)$, $XL(m)$, de positives qu'elles y étoient, deviennent ici négatives. Ainsi (Corol. 10.) l'on aura $dm = \frac{+asds - csds + aeds}{ss} = \frac{+asds - csds}{s} + \frac{aeds}{s}$ pour l'équation générale (en coordonnées m , s , orthogonales) des Courbes décrites par des corps de pesanteurs constantes, jetés suivant quelques directions que ce soient, & de telles forces qu'on voudra, dans le milieu supposé, & qu'on voit encore ne supposer que les logarithmes, ainsi que celle du Corol. 3. Les signes supérieurs sont pour le cas des projections obliques de bas en haut, & les inférieurs, pour le cas des projections obliques de haut en bas. Quant aux projections horizontales qui ont $FK(c) = 0$, cette équation s'y réduira à $dm = \frac{asds - aeds}{ss} = \frac{ads}{s} - \frac{ads}{s}$; $m(XL)$, & conséquemment aussi dm devenant négative dans le premier des deux autres cas.

COROLLAIRE XIV.

La précédente équation $dm = \frac{-asds - csds + aeds}{ss}$, ou $\frac{dm}{ds} = \frac{-as - cs + ae}{ss}$ de la Courbe ALO des projections obliques

de bas en haut dans la Fig. 1. ayant $dm=0$, & par conséquent aussi $-as - cs + ac = 0$ au sommet de cette Courbe, c'est à dire, au plus élevé de tous les points au-dessus l'horizontale AK ; l'on aura $s = \frac{ac}{a+c}$ en ce point. Ce qui s'accorde avec le Corol. 7. qui a aussi donné $y = \frac{bc}{a+c}$ en ce même point; puisqu'ayant ici $AK(e)$. $AF(b) :: AX(e-s)$. $AG(y) = \frac{be-bs}{e}$. L'on y aura pareillement $\frac{be-bs}{e} = \frac{bc}{a+c}$, d'où résulte encore $s = \frac{ac}{a+c}$.

COROLLAIRE XV.

FIG. I. De ce que (Solut.) $GR = AT$, $Ra = UQ$, & (Cor. 4.)
II. $Ga = PU$, il suit encore de la Solution précédente, & des Probl. 1. & 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 136. que par tout ici, c'est à dire, dans toutes les projections obliques de bas en haut, ou de haut en bas, les GR exprimeront les tems écoulés depuis le premier instant de chaque projection; leurs parties Ga , les vitesses acquises à la fin de ces tems en vertu de la pesanteur constante du mobile malgré les résistances supposées; leurs restes Ra , les espaces verticaux parcourus de haut en bas en vertu de ces vitesses; les GF , les vitesses restantes de celle AF de projection à la fin de ces tems GR ; & les AG , les espaces parcourus de A vers E suivant AF en vertu de ces vitesses pendant ces tems & malgré les résistances du milieu supposé. De sorte que le seul arc logarithmique ARC suffira pour déterminer tout cela, comme il a suffi seul (Solut.) pour construire la Courbe ALO de projection.

COROLLAIRE XVI.

Les Ga (Corol. 15.) de même que les PU (Solut.) exprimant ici les vitesses verticales causées à la fin des tems AT ou GR , par la pesanteur constante du corps jeté suivant quelque direction AF que ce soit, malgré les rési-

stances du milieu supposé ; il est presentement aisé de trouver tout ce que ce corps doit en avoir de la part tant de sa pesanteur, que de ce qui lui en résulte de la vitesse GF restante (*Solut.*) de celle AF de la projection. Pour cela il suffit de considérer que puisque (*Solut.*) à la fin du tems AT il ne lui reste plus que GF de cette vitesse AF de projection, il n'y a qu'à la décomposer en l'horizontale $G\mu$, & en la verticale $F\mu$, après avoir fait $G\mu$ perpendiculaire en μ sur FO , pour voir que $G\mu$ & $F\mu$ seront tout ce qui lui restera pour lors des vitesses horizontale AK , & verticale FK , résultantes de celle AF de projection ; & conséquemment que tout ce que ce corps en aura pour lors de verticale, tant de cette part, que de celle de sa pesanteur, sera (*Fig. 1.*) comme $Ga - F\mu$ dans les projections obliques de bas en haut, & (*Fig. 2.*) comme $Ga + F\mu$ dans les obliques de haut en bas.

COROLLAIRE XVII.

D'où l'on voit que dans les projections obliques de bas en haut, le sommet de la Courbe ALO de projection, c'est à dire, le plus élevé de tous ses points L au-dessus de l'horizontale AK , sera celui où cette Courbe sera rencontrée par la verticale GX qui partira d'un point G lequel donne $Ga = F\mu$, ou $Ga - F\mu = 0$; puisque la vitesse Ga de pesanteur égalant alors la vitesse verticale $F\mu$ restante de celle de projection, le mobile cessera-là de monter au-dessus de AK , & commencera à se rapprocher d'elle par la supériorité qu'aura après cela la première de ces vitesses verticales sur l'autre.

COROLLAIRE XVIII.

Pour dans les projections obliques de haut en bas, le mobile ayant toujours (*Corol. 16.*) $Ga + F\mu$ pour vitesse verticale en ce sens, il est manifeste que $F\mu$ se trouvant nulle lorsque Ga sera en FS , c'est à dire lorsque la vitesse AF de projection sera entièrement éteinte, & que le corps jetté de cette vitesse & suivant cette direction de A

vers F , arrivera en FO après (Corol. 1.) un tems infini, il ne lui restera plus alors que FS ou (hyp.) FB de vitesse verticale, égale (Solut.) à la terminale; & qu'ainsi le total $Ga + F\mu$ de ce qu'il en avoit, ira toujours en s'accroissant ou en se retardant jusqu'à ce qu'il soit égal à cette terminale, selon que la verticale KF résultante de celle AF de projection, sera moindre ou plus grande que cette même terminale FS ou (hyp.) BF : Au contraire ce total $Ga + F\mu$ de vitesse verticale de haut en bas, demeurera toujours le même & uniforme pendant toute la durée du mouvement, si $KF = FS = BF$; puisqu'en ce cas l'on aura par tout $Ga. FS :: AG. AF :: XG. KF$ (hyp.) $:: K\mu. FS$. c'est à dire, $Ga = K\mu$; & par conséquent $Ga + F\mu = K\mu + F\mu = KF$ (hyp.) $= FS = BF$. Tout cela s'accorde parfaitement avec le Corol. 11.

Il est ici à remarquer pour la suite que si dans les Fig. 1. 2. on fait Ub parallèle à RG , & qui rencontre en b la tangente BSC de l'arc logarithmique BUC , l'on y aura par tout $Ra = Ub$ correspondante; puisque (Solut.) $Ra = UQ$ correspondante, & $FS = BF$ qui doit aussi donner $Ub = UQ$.

AUTRE SOLUTION.

- FIG. III. Soit encore la droite AF quelconque prise pour la vitesse de projection du corps jetté de A vers F suivant cette direction. Soit encore aussi BF telle que AF soit à BF comme cette vitesse de projection est à la vitesse terminale de ce mobile, c'est à dire, à la plus grande qu'il pût acquérir en vertu de la pesanteur constante en tombant dans le milieu supposé. Mais au lieu des arcs logarithmiques précédens, soit presentement une hyperbole équilatere quelconque CRT entre les asymptotes orthogonales AF, FC , & qui soit rencontrée en T, D , par les ordonnées AT, BD , parallèles à FC . Soit de plus de l'origine A vers F sur AF , une abscisse quelconque AG , avec l'ordonnée GR parallèle à FC , & qui rencontre l'hyperbole en R . Soit enfin TE parallèle à AF , & qui rencontre GR, FC , en P, E .

Cela

Cela fait, je dis que si de chaque point G de la droite AF , pris depuis A jusqu'en F , on mène une verticale $GL = \frac{TPR}{BD}$ correspondante; la ligne ALO , qui passera par tous les points L ainsi trouvés, sera encore la Courbe de projection qu'on demande.

Démonst. De l'origine B vers F sur BF , soit BU . $AG :: BF$. AF . avec l'ordonnée US parallèle à FC , & qui rencontre l'hyperbole en S , après avoir été rencontrée en Q par la droite DV parallèle à AF , & qui rencontre aussi FC en V . Soit de plus GF la vitesse restante de celle AF de projection après un tems quelconque appelé t ; & BU l'acquise après un tems aussi quelconque θ en vertu de la pesanteur du mobile malgré les résistances supposées.

Si l'on appelle encore BF, a ; AF, b ; & de plus BD, m ; GF, u ; BU, v ; GR, r ; & US, s ; l'hyperbole CRT donnera $u = \frac{a^2}{r}$, & $a - v = \frac{a^2}{s}$, d'où résulte $v = \frac{a^2 - am}{s}$.

Donc,

1°. Le Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391. donnant $\frac{dt}{a} = \frac{du}{u}$, l'on aura ici $\frac{dt}{a} = \frac{-rdu}{am}$, ou $dt = \frac{-rdu}{m}$, & $u dt = -adu$; dont les intégrales sont $t = -\int \frac{rdu}{m} = \frac{TAGR}{BD}$, & $\int u dt = ab - au = BF \times AG$.

2°. Le Probl. 1. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 119. donnant ici $\frac{d\theta}{a} = \frac{dv}{a-v}$, l'on y aura pareillement $\frac{d\theta}{a} = \frac{s dv}{am}$, ou $d\theta = \frac{s dv}{m}$, & $v d\theta = \frac{as dv - am dv}{m}$; dont les intégrales sont $\theta = \int \frac{s dv}{m} = \frac{DBUS}{BD}$, & $\int v d\theta = \frac{a}{m} \times \int s dv - \frac{a}{m} \times m v = \frac{a}{m} \times DBUS - \frac{a}{m} \times DBUQ = \frac{a}{m} \times DQS = \frac{BF \times DQS}{BD}$.

Donc (nomb. 1. & 2.) $t, \theta :: \frac{TAGR}{BD} . \frac{DBUS}{BD} :: TAGR. DBUS$.

Et $\int u dt. \int v d\theta :: BF \times AG. \frac{BF \times DQS}{BD} :: AG. \frac{DQS}{BD}$.

Or puisque (hyp.) $BU. AG :: BF. AF :: AT. BD$. l'on aura non-seulement $BU \times BD = AG \times AT$, ou $BDQU = ATPG$; mais encore $DBUS = TAGR$: & par consé-

quent $DQS = TPR$. Donc aussi $t. \theta :: TAGR. TAGR$. c'est à dire, $t = \theta$; & $\int u dt. \int v d\theta :: AG. \frac{TPR}{BD}$ (Constr.) :: $AG. GL$.

Mais suivant le Lem. 2. des Mem. de 1707. pag. 226. & 386. les espaces ici parcourus pendant les tems t, θ , c'est à dire ici, pendant le même $TAGR$, sont entr'eux comme les sommes $\int u dt, \int v d\theta$, des vitesses u, v , en vertu desquelles ils ont été parcourus. Donc les espaces ici parcourus pendant ce tems $TAGR$ (le premier en vertu de la force projectrice; & le second en vertu de la pesanteur du mobile) sont aussi entr'eux :: $AG. GL$. Par conséquent en prenant AG pour le parcouru suivant AF en vertu de la projection pendant ce tems $TAGR$ malgré les résistances supposées, l'on aura aussi GL pour le vertical parcouru en même tems de haut en bas en vertu de la pesanteur du mobile malgré les mêmes résistances du milieu supposé. Donc (comme dans la Solut. 1.) le corps ici jetté de A vers F suivant AF , sera en L à la fin de ce tems $TAGR$ par le concours de la force de projection & de la pesanteur malgré les résistances supposées; & par tout de même dans tous les points L trouvés comme ci-dessus. Donc aussi la ligne ALO , qui passera par tous ces points L , sera la Courbe de projection qu'il falloit encore trouver ici.

Pour ne pas multiplier inutilement les Figures, on n'exprime point ici le cas où la projection oblique se feroit de haut en bas, comme l'on a fait dans la Solut. 1. Fig. 2. Il n'y a qu'à concevoir ici la ligne de projection AF inclinée de haut en bas comme on la voit de bas en haut dans les Fig. 3. & 4. Et tout le reste demeurant ici le même que dans ces deux Figures, la présente Sol. 2. y conviendra encore avec cette seule différence qu'elle donnera pour lors toute la Courbe de projection ALO au-dessous de l'horizontale AK ; puisque AF en sera encore la tangente en A . Ce cas de projection oblique de haut en bas n'a été exprimé dans la Solut. 1. Fig. 2. que pour y démontrer celui du Corol. 10. où la ligne de projection ALO est une véritable logarithmique: sans cela cette Fig. 2. seroit aussi inutile. La figure

du cas de la vitesse de projection égale à la terminale du corps jetté, seroit pareillement ici inutile, n'y ayant pour y satisfaire qu'à concevoir $FB = FA$, ou B en A dans les Fig. 3. & 4. Enfin celles du cas des projections horizontales ne le seroient pas moins, n'y ayant non-plus qu'à concevoir AF horizontale en AK , ou $KF = 0$ dans les Fig. 1. 2. 3. 4. pour y satisfaire.

COROLLAIRE XIX.

Si on fait, dis-je, presentement AK perpendiculaire en K sur la verticale FO , & qui soit rencontrée en X par GL prolongée jusqu'à elle; si de plus on appelle AG, y ; FK, c ; & le reste comme ci-dessus: l'on aura $AF(b)$. $AG(y)$: $FK(c)$. $GX = \frac{cy}{b}$. Mais on vient de trouver (Solut. 2.)

$$GL = \frac{TPR}{BD} = \frac{DQS}{BD} = \int \frac{s dv - m dv}{m}. \text{ Donc } XL = \frac{cy}{b} - \int \frac{s dv - m dv}{m};$$

& par conséquent la différentielle de XL sera $= \frac{c dy}{b} - \frac{s dv + m dv}{m}$: ce qui donne $\frac{c dy}{b} = \frac{s dv + m dv}{m}$,

ou $\frac{s - m}{m} \cdot \frac{c}{b} :: dy. dv$. pour la plus grande des XL . Donc la construction exigeant ici $AF. BF :: AG. BU$. ou $AF(b). BF(a) :: GF(b-y). UF(a-v)$. D'où résulte $ab - bv = ab - ay$, ou $bv = ay$, qui donne pareillement $b dv = a dy$, ou $b. a :: dy. dv$. l'on aura ici $b. a :: \frac{s - m}{m} \cdot \frac{c}{b}$. ou $as - am = mc$; &

conséquemment $s = \frac{am + cm}{a}$, c'est à dire, $US = \frac{BF + FK}{BF} \times BD$ pour le cas de la plus grande XL . D'où l'on voit que lorsque US sera de cette valeur, le point L sera le plus élevé de tous ceux de la Courbe ALO au-dessus de l'horizontale AK ; & qu'ainsi XL sera pour lors la sublimité du jet.

L'on aura aussi ce point L le plus élevé de tous ceux de la Courbe ALO au-dessus de l'horizontale AK , lorsque $GR = \frac{BF + FK}{AF} \times BD$; puisque la construction donnant $BF. AF :: UF. GF :: GR. US = \frac{AF \times GR}{BF}$. doit aussi donner pour lors $\frac{AF \times GR}{BF} = \frac{BF + FK}{BF} \times BD$, ou $GR = \frac{BF + FK}{AF} \times BD$.

COROLLAIRE XX.

De ce que (*Corol.* 19.) $GX = \frac{v}{l} = \frac{FK \times AG}{AF}$, & que (*Solut.* 2.) $GL = \frac{TPR}{BD}$; l'on aura aussi $XL (GX - GL) = \frac{FK \times AG}{AF} - \frac{TPR}{BD}$. D'où l'on voit que lorsque $\frac{TPR}{BD} = \frac{FK \times AG}{AF}$ c'est à dire, lorsque $TPR = \frac{FK \times AG}{AF} \times BD$ (l'hyperbole donnant $\frac{AT}{BF} = \frac{BD}{AF}$) $= \frac{FK \times AG \times AT}{BF} = \frac{FK}{BF} \times ATPG$, ou lorsque $TPR \cdot ATPG :: FK \cdot BF$. la Courbe ALO vient rencontrer, ou plutôt rencontre en effet l'horizontale AK en l , & qu'ainsi Al est l'amplitude horizontale du jet-fait ici suivant AF , comme (*Corol.* 19.) XL en est la sublimité lorsque $US = \frac{BF + FK}{BF} \times DB$, ou $GR = \frac{BF + FK}{AF} \times BD$.

COROLLAIRE XXI.

La précédente *Solut.* 2. nomb. 1. & 2. donnant $t = \frac{TAGR}{BD}$, $\int u dt = BF \times AG$, $\theta = \frac{DBUS}{BD}$, & $\int v d\theta = \frac{BF \times DQS}{BD}$, fait voir

1°. Que les tems (t) à la fin desquels se trouveroient les vitesses $GF (u)$ restantes de celle (AF) de projection, laquelle dans un milieu sans résistance ni action auroit été uniforme, seroient ici entr'eux comme les aires hyperboliques $TAGR$ correspondantes, ainsi qu'on l'a déjà vu dans le *Corol.* 8. du *Probl.* 1. des *Mem.* de 1707. pag. 393. & 394.

2°. Que les espaces ($\int u dt$) parcourus en vertu de ces vitesses restantes $GF (u)$ pendant ces tems correspondans $TAGR (t)$, seroient aussi entr'eux comme les AG correspondantes, c'est à dire, comme les vitesses perduës de celle (AF) de projection pendant ces tems, ainsi qu'on l'a pareillement vu dans le même *Corol.* 8. du *Probl.* 1. des *Mem.* de 1707. pag. 393. & 394.

3°. Que les tems (θ) à la fin desquels se trouveroient les vitesses acquises $BV (v)$, c'est à dire, pendant lesquels le mobile les acqueroit en vertu de sa pesanteur malgré les résistances supposées, seroient de même entr'eux comme

les aires hyperboliques $DBUS$ correspondantes, ainsi qu'on l'a déjà vû dans le Corol. 12. du Probl. 1. du Mem. du 7 Mars dernier, pag. 124.

4°. Que les espaces $(\int v d\theta)$ parcourus en vertu de ces vitesses acquises $BU(v)$ pendant ces tems correspondans $DBUS(\theta)$, seroient pareillement entr'eux comme les trilignes hyperboliques DQS correspondans, ainsi qu'on l'a aussi vû dans le Corol. 13. du même Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 124. & 125.

De ce que AG ne peut devenir égale à AF que lorsque le tems TAGR le seroit à l'infini CT AFC, il suit encore de la précédente Solut. 2. que le corps qui décrit la Courbe de projection ALO, ne sçauroit arriver à la verticale FO qu'après un tems infini; & qu'ainsi cette verticale doit être ici une asymptote de cette Courbe comme dans les Corol. 1. & 6. de la Solut. 1. Tous les autres Corollaires de cette Solut. 1. suivront pareillement de la précédente Solut. 2. dont voici l'accord avec celle-là.

I D E N T I T É

De la Courbe de projection ALO de la précédente Solut. 2. avec celle de la Solut. 1.

Pour trouver l'équation de cette Courbe ALO construite comme dans la Solut. 2. soient encore ici les mêmes noms que dans cette Solut. 2. & de plus $y = AG$, & $x = GL$ (constr.) $= \frac{TPR}{BD} = \frac{TPR}{m}$, ou $mx = TPR$. Cela posé, puisqu'on vient de trouver (Solut. 2. nomb. 2.) $\frac{a}{m} \times \int s dv - \frac{a}{m} \times mv = \frac{a}{m} \times DQS = \frac{a}{m} \times TPR$, l'on aura pareillement ici $mx = \int s dv - mv$; & (en différentiant) $mdx = s dv - m dv$. Mais le commencement de la démonstration de la Solut. 2. donne $a - v = \frac{am}{s}$, ou $s = \frac{am}{a-v}$. Donc $mdx = \frac{am dv}{a-v} - m dv = \frac{am - am + mv}{a-v} \times dv = \frac{mv dv}{a-v}$, ou $dx = \frac{v dv}{a-v}$. Or suivant la construction de cette seconde Solution, l'on

aura ici $AF(b)$. $BF(a) :: AG(y)$. $BU(v) = \frac{ay}{b}$.

D'où résulte $dv = \frac{ady}{b}$, $v dv = \frac{ay dy}{bb}$, $a - v = a - \frac{ay}{b}$
 $= \frac{ab - ay}{b}$; & par conséquent $\frac{v dv}{a - v} = \frac{ay dy}{bb - by}$. Donc $dx =$
 $= \frac{ay dy}{bb - by}$ sera l'équation de la précédente Courbe ALO
 trouvée dans la Solut. 2. D'où l'on voit & du Corol. 3. que
 cette Courbe de projection est précisément la même que
 celle de la Solut. 1. & qu'ainsi ces deux Solutions se con-
 firmant mutuellement.

R E M A R Q U E

Touchant la Parabole que le corps jetté ci-devant dans un milieu résistant en raison des vitesses auxquelles il s'oppose, auroit décrite si ce milieu eût été sans résistance.

FIG. V. I. Tout ce qu'on voit dans la Fig. 5. de ce qui se trouve dans les Fig. 1. 2. de la Solut. 1. demeurant ici le même que là, il s'agit de trouver la Parabole que le corps jetté ci-devant de A vers F suivant AF , auroit décrite dans un milieu sans résistance.

Soit prise (sur la droite ATC) $AH = FS$, ou soit menée
 * C'est un SH parallèle à FA ; & après avoir tiré la droite * HF , soit
 hasard que par tout TM parallèle à cette droite HF ; & du point M ,
 TV passe ici où elle rencontre AF , soit la verticale $MN = \frac{AT \times AT}{2FS}$:
 par le point Je dis que la Courbe ANO , qui passera par tous les points
 d'intersection des droites AS , HF , N ainsi trouvés, sera la Parabole cherchée, laquelle aura
 cela n'étant $\frac{2AF \times AF}{FS}$ pour son parametre en A .
 pas nécessai-
 re.

Démonst. En prenant encore ici l'abscisse quelconque AT
 sur AC , pour le tems écoulé, & AF pour la vitesse de pro-
 jection de A vers F suivant AF ; il est manifeste que dans un
 milieu sans résistance l'on auroit $AT \times AF$ pour la somme
 des vitesses qu'y auroit eu le mobile dans tous les instans du
 tems AT en vertu de la force de projection, & $\frac{AT \times AT}{2}$ pour
 la somme de ce qu'il y en auroit encore eu de verticale pen-
 dant ce même tems en vertu de la pesanteur supposée

constante. Donc suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. l'espace que ce corps auroit parcouru suivant AF en vertu de la premiere de ces sommes de vitesses pendant le tems AT dans un milieu sans résistance, est à ce qu'il y en auroit parcouru de vertical de haut en bas en vertu de la seconde pendant le même tems ::

$$\frac{AT \times AF}{2} \cdot \frac{AT \times AT}{2} :: \frac{AT \times AF}{AH} \cdot \frac{AT \times AT}{2AH} \left(\text{à cause de } AH = FS, \right. \\ \left. \& \text{ de } AH \cdot AF :: AT \cdot AM = \frac{AT \times AF}{AH} \right) :: AM \cdot \frac{AT \times AT}{2AH} \\ :: AM \cdot \frac{AT \times AT}{2FS} \text{ (conftr.)} :: AM \cdot MN. \text{ Par conséquent en}$$

prenant AM pour le premier de ces espaces, l'on aura aussi MN pour le second. Donc la ligne ANO , qui passera par tous les points N trouvés comme ci-dessus, sera la Parabole que le mobile jetté suivant AF auroit décrite dans un milieu sans résistance.

Pour trouver présentement le parametre en A de cette Parabole, soit ce parametre appelé p ; la nature de la Parabole donnera $MN = \frac{AM \times AM}{p}$. Mais on vient de

$$\text{trouver } AM = \frac{AT \times AF}{AH} \text{ (à cause de } AH = FS) = \frac{AT \times AF}{FS}.$$

$$\text{Donc } MN = \frac{\frac{AT \times AF^2}{FS^2}}{p \times \frac{1}{FS^2}}. \text{ Mais la construction donne aussi}$$

$$MN = \frac{AT \times AT}{2FS}. \text{ Donc } \frac{AT \times AT}{2FS} = \frac{AT \times AF^2}{p \times FS^2}, \text{ ou } \frac{1}{2} = \frac{AF \times AF}{p \times FS},$$

$$\text{d'où résulte } p = \frac{2AF \times AF}{FS} \text{ pour le parametre cherché en}$$

$$A; \text{ de sorte que } \frac{FS \times AM \times AM}{2AF \times AF} = MN \text{ sera l'équation de}$$

$$\text{la Parabole } ANO \text{ par rapport à son diametre en } A: \text{ aussi}$$

$$\text{en substituant ici à la place de } AM \text{ sa valeur } \frac{AT \times AF}{FS} \text{ trou-}$$

$$\text{vée ci-dessus, en résultera-t-il } \frac{AT \times AT}{2FS} = MN \text{ conformé-}$$

$$\text{ment à la construction. Ce qui est tout ce qu'il falloit ici}$$

$$\text{trouver.}$$

II. La Solut. 2. donne encore la même chose, tout ce qu'on voit dans la Fig. 6. de ce qui se trouve dans les Fig. 3. 4. demeurant encore ici le même que là. En effet, si l'on prend présentement ici par tout $AM = \frac{T \cdot AGR}{AT}$ sur AF , &

FIG. VI.

la verticale $MN = \frac{AM \times AM \times BF}{2AF \times AF}$: Je dis que la Courbe ANO , qui passera par tous les points N ainsi trouvés, sera encore la Parabole que le corps jetté ci-devant de A vers F suivant AF , auroit décrite dans un milieu sans résistance ; & qu'elle aura $\frac{2AF \times AF}{BF}$ pour son parametre en A , lequel on va voir être le même que le précédent (*art.* 1. *Fig.* 5.) $\frac{2AF \times AF}{FS}$ déduit de la même projection supposée faite dans un milieu sans résistance.

Démonstr. En prenant (suivant le nomb. 1. de la Démonstr. de la Solut. 2.) $\frac{TAGR}{BD}$ pour le tems écoulé, & encore AF pour la vitesse de projection en A suivant AF ; il est encore manifeste que dans un milieu sans résistance l'on auroit eu $\frac{TAGR \times AF}{BD}$ pour la somme des vitesses suivant AF , qu'y auroit eu le mobile dans tous les instans du tems $\frac{TAGR}{BD}$ en vertu de la force de projection, & $\frac{TAGR^2}{2 \times BD}$ pour la somme de ce qu'il y en auroit eu de verticales pendant ce même tems en vertu de sa pesanteur constante. Donc suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. l'espace que ce corps auroit parcouru suivant AF en vertu de la premiere de ces sommes de vitesses pendant le tems $\frac{TAGR}{BD}$ dans un milieu sans résistance, est à ce qu'il y en auroit parcouru de vertical de haut en bas en vertu de la seconde pendant le même tems :: $\frac{TAGR \times AF}{BD}$. $\frac{TAGR^2}{2 \times BD} :: TAGR. \frac{TAGR^2}{2AF \times BD} :: \frac{TAGR}{AT} . \frac{TAGR^2}{2AF \times AT \times BD}$ (l'hyperbole CRT donnant $BF. AF :: AT. BD = \frac{AF \times AT}{BF}$)
 :: $\frac{TAGR}{AT} . \frac{TAGR^2 \times BF}{2 \times AF \times AT}$ (la construction donnant $AM = \frac{TAGR}{AT}$) :: $AM. \frac{AM^2 \times BF}{2 \times AF}$ (*constr.*) :: $AM. MN$. Par conséquent en prenant AM pour le premier de ces espaces, l'on aura aussi MN pour le second. Donc la ligne ANO ,
 qui

qui passera par tous les points N trouvés comme ci-dessus, fera encore la Parabole que le corps jetté de A vers F suivant AF , auroit ici décrite dans un milieu sans résistance.

L'équation de cette Parabole étant (*constr.*) $MN = \frac{AM \times AM \times BF}{2 AF \times AF}$, il est encore manifeste qu'elle aura

$\frac{2AF \times AF}{BF}$ pour son parametre en A . Et comme il s'agit ici

(*hyp.*) de la même vitesse AF de projection que dans l'art. 1. & de la même vitesse terminale du corps jetté suivant cette direction; le raport de la premiere de ces deux especes de vitesses à la seconde, doit être la même ici qu'à là. Mais (*Solut. 1.*) ce raport est :: $AF. AS$ dans l'art. 1. Fig. 5. Et (*Solut. 2.*) :: $AF. BF$ dans le présent art. 2. Fig. 6. Donc (*Fig. 5. & 6.*) $AF. FS :: AF. BF$. D'où résulte $FS = BF$, en supposant AF la même de part & d'autre; & par conséquent aussi $\frac{2AF \times AF}{FS} = \frac{2AF \times AF}{BF}$:

FIG. V.
VI.

c'est à dire que le parametre $\frac{2AF \times AF}{FS}$ au point A de la Parabole ANO trouvée dans l'art. 1. Fig. 5. est égal à celui $\frac{2AF \times AF}{BF}$ qu'on lui vient de trouver (*Fig. 6.*) en ce même point A ; & qu'ainsi cette Parabole est la même de part & d'autre. Ce qu'il falloit encore démontrer.

Ce qu'on voit démontré dans l'art. 2. de la Remarque précédente sur la Fig. 6. qui, ayant AF inégale à BF , n'exprime que le cas où la vitesse de projection suivant AF , le seroit à la terminale du corps jetté, peut aisément s'appliquer au cas d'égalité entr'elles, en y concevant A en B , ou B en A . Pour dans la Fig. 5. il n'y a qu'à y concevoir AF à FS en raison de ces vitesses, sans y rien changer.

Au reste nous n'avons considéré jusqu'ici la vitesse de projection que comme une vitesse simple; ce qui nous a dispensé d'avoir égard aux vitesses d'ascension dans les projections obliques de bas en haut, les restantes de celles de projection dans le milieu résistant nous ayant suffi avec les accélérées de descente pour en composer le mouvement qui doit faire tracer au corps jetté suivans quelque direction que ce soit dans ce milieu

résistant en raison des vitesses auxquelles il s'oppose, La Courbe de projection demandée. Mais M. Newton & M. Hugenius l'ayant déterminée en ayant égard à cette vitesse d'ascension retardée par la pesanteur constante du mobile & par la résistance du milieu supposé, en considérant le mouvement de projection oblique comme composé d'un horizontal & d'un vertical; nous la déterminerons aussi de cette manière pour faire voir l'accord de nos Solutions avec les leurs : ce sera pour un autre Mémoire, celui-ci étant déjà assez long.

E X P E R I E N C E S

E T R E M A R Q U E S

Sur la dilatation de l'air par l'eau bouillante.

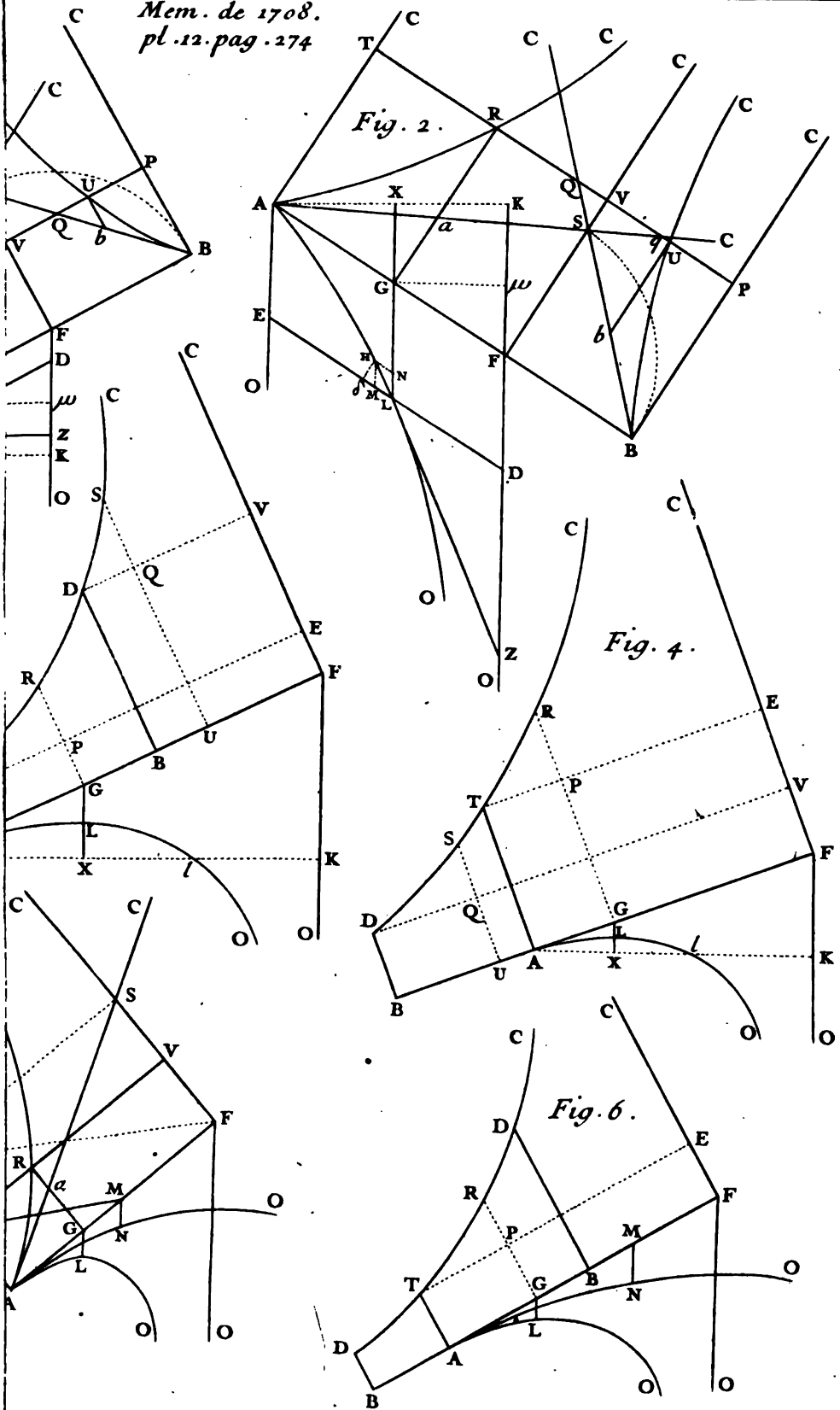
PAR M. DE LA HIRE.

1708.
24. Juillet.

IL y avoit déjà long-tems que M. Amontons avoit reconnu par quelques expériences, que la chaleur de l'eau bouillante ne pouvoit dilater l'air que jusqu'à un certain terme, quel que fût le degré du feu qui fit bouillir l'eau, lorsqu'il proposa à l'Académie dans l'année 1701 la construction d'un Thermomètre qui servit à connoître par toute la terre le rapport de la chaleur de l'air.

Il se servit pour faire son expérience d'une machine fort ingénieuse, mais assez composée & difficile dans l'exécution, par le moyen de laquelle il comprimoit l'air renfermé dans une phiole de verre, par 27-pouces de mercure au-delà de la compression extérieure par la charge de toute l'atmosphère. Cette phiole étoit jointe à un tuyau de verre recourbé, & il y avoit du mercure dans le tuyau à 27-pouces au-dessus de celui qui étoit dans la phiole. Sa machine servoit à mettre le mercure à cette hauteur.

Il plongea ensuite cette phiole avec son tuyau recour-



bô dans de l'eau froide qu'il mit sur le feu jusqu'à la faire bouillir fortement ; & cette experience s'étant faite en presence de l'Academie, l'on remarqua que l'eau étant bouillante, quoiqu'on augmentât le feu, le mercure qui étoit soutenu dans le tuyau, ne s'y élevoit pas plus que lorsqu'elle avoit commencé à bouillir. Cette experience me parut fort curieuse ; mais je ne voyois pas pourquoy il l'avoit faite avec de l'air comprimé par 17 pouces de mercure au-delà de sa compression naturelle, pour en conclure ensuite que l'air tel qu'il est sur la terre sans une autre compression que celle de la charge de l'atmosphère, se dilatoit par l'eau bouillante environ du tiers de ce qu'il étoit auparavant ; car dans toutes ces conclusions il faut nécessairement se servir de plusieurs suppositions de la nature de l'air, dont nous ne pouvons pas assurer que nous ayons une connoissance tres-parfaite.

Je ne sçay si les premieres experiences que fit M. Amontons, ne l'avoient pas engagé insensiblement à chercher des moyens pour executer ce qu'il avoit pensé, sans faire attention qu'il l'auroit pû faire d'une autre maniere bien plus simple & par consequent plus juste. C'est ce qui m'a obligé depuis à faire les experiences suivantes de la dilatation de l'air & de la force qu'il a lorsqu'il est échauffé par l'eau bouillante, pour soutenir une certaine hauteur de mercure, sans avoir aucune charge étrangere ni aucune compression plus grande que celle qui lui vient de la pesanteur de toute l'atmosphère dans le tems & dans le lieu de l'experience.

J'ay pris un tuyau de verre *ABC* recourbé en *B*, & j'ay attaché à son extrémité *C* une phiole ou bouteille *D* de deux pouces de diametre ; le tuyau étoit ouvert en *A* & avoit $\frac{1}{2}$ de ligne de diametre interieur. C'étoit-là la bouteille & le tuyau dont M. Amontons s'étoit servi : mais comme il n'est pas possible de verser du mercure dans le tuyau sans comprimer l'air de la bouteille, j'ay attaché au-dessus de la bouteille un autre petit tuyau *EF* qui étoit tres-délié, & qui s'ouvrant dans la bouteille

FIG. 14

servoit à laisser sortir l'air, à mesure qu'on versoit du mercure par le tuyau *A*, en sorte qu'ayant mis du mercure dans le tuyau *ABC* environ à 2 lignes plus haut que l'entrée du tuyau dans la bouteille, j'ay scellé l'extrémité *F* du petit tuyau *EF*, le mercure étant à même hauteur dans la bouteille & dans le tuyau *AB*; & par conséquent l'air de la bouteille n'étant pas plus comprimé que l'air extérieur, ce que M. Amontons n'avoit pas pû faire en versant son mercure dans le tuyau, comme il l'avouë lui-même dans les Memoires de 1699, où il rapporte ses premières expériences; & c'est sans doute pourquoy il l'avoit comprimé jusqu'à 27 pouces au-delà de la charge de l'atmosphère, pour lui donner une compression à peu près double de celle qu'il a ordinairement.

J'ay observé dans le même tems la hauteur du Barometre qui étoit de 27 pouc. 7 lig. $\frac{1}{2}$, & mon Thermometre étoit à 42 parties, lequel est toujours à 48 au fond des Caves de l'Observatoire, ce que j'appelle l'état moyen de l'air entre le froid & le chaud, le tems étoit humide avec un vent Sud. C'étoit le 11 Decembre 1705. J'ay mis aussitôt la bouteille dans l'eau & l'eau sur le feu, en sorte qu'ayant fait bouillir l'eau à gros bouillons, le mercure s'est élevé dans le tuyau *AB* à 8 pouces 5 lignes au-dessus de celui qui étoit dans la bouteille. Mais le tiers de 27 pouc. 7 lig. $\frac{1}{2}$ est 9 pouc. 2 lig. $\frac{1}{2}$; & par conséquent l'air tel qu'il étoit alors ayant été dilaté par la chaleur de l'eau bouillante, n'a pas soutenu une hauteur de mercure égale au tiers de la pesanteur de l'atmosphère, mais moins, puisqu'il s'en est fallu 9 lignes $\frac{1}{2}$.

J'ay réitéré cette operation le 16 Fevrier de l'année 1706 avec la même phiole dont je m'étois servi la première fois & où j'avois laissé le mercure, le petit tuyau étant toujours scellé; mais alors le Thermometre n'étoit qu'à 38 parties; & par conséquent l'air de la phiole étoit plus resserré que dans la première expérience puisqu'il étoit plus froid, & de plus le Barometre étoit à 28 pouces 5 lignes, donc l'atmosphère pesoit 9 lignes $\frac{1}{2}$ de mer-

cure plus que la premiere fois. Par ces deux causes le mercure devoit être descendu dans le tuyau où je l'avois laissé en experience, aussi étoit-il plus bas que celui de la phiole de 1 pouce 6 lignes.

C'est-pourquoy j'ouvris le bout du petit tuyau du dessus de la phiole pour donner la liberté à l'air extérieur d'agir sur le mercure de la phiole, & aussi-tôt le mercure du tuyau se mit à peu près à même hauteur que celui du dedans de la phiole. Ensuite je scellay de nouveau le petit tuyau, & je mis la phiole dans l'eau que je fis bouillir. Mais je remarquay que le mercure ne s'éleva dans cette seconde experience que de 8 pouces seulement au-dessus du niveau de celui de la phiole, ce qui est 5 lignes moins que la premiere fois, & moins que le tiers de la pesanteur de l'atmosphère de 14 lignes $\frac{1}{2}$.

Cependant l'air étant plus froid & plus pesant, & par conséquent y ayant une plus grande quantité de ses particules à ressort renfermées dans le même espace qui étoit la bouteille, il semble que la chaleur de l'eau bouillante, qui étoit la même dans les deux experiences, devoit pousser plus loin son effort & soutenir une plus grande hauteur de mercure; mais ayant trouvé le contraire, il faut nécessairement avouer que nous ne connoissons pas la nature de l'air, ou bien nous pouvons dire que la charge de l'atmosphère qui agissoit sur le mercure du tuyau, avoit plus de force à repousser & presser l'air de la phiole, que l'eau bouillante n'en avoit pour faire monter le mercure, en étendant & déployant ces mêmes ressorts de l'air qui étoient enfermés dans la phiole.

Il est vrai que dans la supposition de M. Mariotte dont s'étoit servi M. Amontons pour en déduire la dilatation de l'air par l'eau bouillante à un tiers plus qu'il n'étoit dans son état naturel, & comme je l'ay démontré en supposant que les ressorts de l'air se compriment dans la raison réciproque des charges, nous devons trouver qu'il y aura toujours même raison de la pesanteur de l'atmosphère à la pesanteur du mercure élevé dans le tuyau à

une certaine hauteur, que de la compression de l'air par la pesanteur de l'atmosphère, à l'effort que fait le mercure élevé dans le tuyau pour comprimer la quantité d'air qui étoit d'abord renfermée dans la phiole, & cet effort est ce que nous appellons la dilatation des ressorts de l'air par l'eau bouillante pour soutenir un poids, quoiqu'en effet ces ressorts ne soient pas dilatés. Car la chaleur de l'eau bouillante agissant sur l'air renfermé dans la phiole, n'en change pas sensiblement le volume pendant qu'elle oblige le mercure à monter dans le tuyau à une certaine hauteur qui lui fait équilibre; c'est donc cette hauteur de mercure dans le tuyau qui fait toujours équilibre avec l'effort de l'eau bouillante sur l'air de la phiole: en sorte que l'air de la phiole doit être alors considéré comme étant comprimé par la pesanteur de l'atmosphère plus la hauteur du mercure dans le tuyau, lequel n'étoit auparavant comprimé que par la seule pesanteur de l'atmosphère. Et comme les volumes de l'air de la phiole doivent être en raison réciproque des charges, ce sera la même chose que si nous avions introduit dans la phiole dans laquelle le mercure ne change pas sensiblement de hauteur, une quantité d'air comprimé par les deux causes de la pesanteur de l'atmosphère & du mercure du tuyau, laquelle eût même raison à la quantité d'air naturel qui étoit dans la phiole, & qui y seroit aussi comprimé par ces deux mêmes causes, que la pesanteur de la hauteur du mercure dans le tuyau, auroit à la pesanteur de l'atmosphère sur une même base. Par exemple,

Si la pesanteur de l'atmosphère étoit mesurée par 17 pouces de hauteur de mercure, & la hauteur du mercure dans le tuyau de 9 pouces, & que la capacité de la phiole fût de 4 pouces, laquelle est d'abord pleine d'air comprimé par la pesanteur de l'atmosphère avant que le mercure fût élevé dans le tuyau, lorsque le mercure se sera élevé dans le tuyau à 9 pouces, la phiole demeurant toujours pleine d'air, il faudroit que cet air y fût comprimé par rapport à ce qu'il étoit auparavant dans la raison réci-

proque des charges qui est de 27 à 36, ou de 3 à 4. Ainsi ce seroit la même chose que si l'on avoit introduit dans la phiole un ponce de cet air comprimé, & ce ponce d'air comprimé seroit la mesure de l'effort par raport aux 3 ponces où l'air de toute la phiole seroit réduit, lequel seroit équilibre avec les 9 ponces de hauteur de mercure dans le tuyau. D'où il suit que cette quantité supposée d'air introduit dans la phiole, qui est la mesure de l'effort de l'eau bouillante sur l'air de la phiole, puisque c'est l'eau bouillante qui fait cet effort, aura toujours même raison à la quantité d'air naturellement comprimé dans la phiole, que la hauteur du mercure dans le tuyau, a à la hauteur du mercure qui fait équilibre avec la pesanteur de toute l'atmosphère.

Si nous examinons donc nos deux experiences par cette regle, nous aurons dans la premiere l'effort de l'eau bouillante par raport à la pesanteur de l'atmosphère comme 8 ponces 5 lignes à 27 ponces 7 lignes $\frac{1}{2}$, ce qui est comme 10 à 33 à tres-peu près: mais dans la seconde on l'a comme 8 ponces à 28 ponces 5 lignes, ce qui est comme 10 à 35 $\frac{1}{2}$ à tres-peu près. D'où l'on voit que ce raport est assez éloigné du tiers de la pesanteur de l'atmosphère, & beaucoup plus éloigné dans la seconde que dans la premiere. M. Amontons ne dit pas aussi le tiers, car il ne l'avoit jugé que par induction, mais à peu près le tiers.

Tout le raisonnement que nous avons fait de la dilatation de l'air par l'eau bouillante, est fondé sur les deux connoissances que nous avons de la nature de l'air; sçavoir, que c'est un corps fluide, & que ses parties sont capables de ressort; car pour sa pesanteur elle ne doit pas être considerée dans ces experiences, l'air ayant trop peu de hauteur dans la phiole où il est renfermé. Ainsi il est évident que les propriétés des corps fluides ou liquides & des corps à ressort, conviendront à l'air tout ensemble dans ces experiences.

C'est pourquoy le mercure ne doit s'élever qu'à une certaine hauteur dans le tuyau, où il ait assez de force

pour bander les ressorts de l'air pour lui faire équilibre; & cette hauteur sera la même au-dessus de la superficie du mercure qui touche l'air comprimé, soit qu'il y ait beaucoup d'air ou beaucoup de ressorts, ou qu'il y en ait peu : car les ressorts se soutiennent tous les uns les autres, & enfin ils sont soutenus par les parois du vase qui les renferme.

FIG. III.

Cela paroît d'autant plus vrai-semblable que si l'on prend une de ces phioles avec son tuyau $ABDE$, & qu'on y verse du mercure par le tuyau ED jusqu'à ce que le mercure soit élevé en E dans le tuyau DE qui est ouvert, & seulement en F dans le tuyau DB qui tient à la phiole AB & au-dessous de B , il est certain que l'air de la phiole & de la partie BF du tuyau BD sera plus comprimé que l'air extérieur, puisqu'il est chargé d'une hauteur de mercure EF ; & alors si l'on vient à retrancher toute la phiole, ou à fermer sa communication en B avec le tuyau BD , on jugera que le mercure ne laissera pas de rester dans son même état en F , & qu'il ne montera ni ne descendra pas dans le tuyau BD , quoique l'air comprimé en BF n'ait plus de communication avec celui de la phiole qui est aussi comprimé de même. Il semble donc que dans ces expériences il seroit indifférent que la phiole fût petite ou grande par rapport à la grosseur du tuyau.

Cependant comme on sçait que les ressorts n'ont pas une compression ni une extension infinie, & que l'une & l'autre doit avoir des bornes; il s'ensuit qu'à la rigueur elles ne doivent pas suivre les raisons des charges qui compriment les ressorts, même pour un petit changement de charge: c'est pourquoy il y a lieu de soupçonner que cette seule cause peut faire des variétés dans les expériences de la compression & de la dilatation de l'air. Et comme il peut y avoir encore dans le fluide de l'air composé de particules à ressort, quelque propriété particulière qui ne nous est pas connue, & qui empêche ce corps d'agir de la même manière que les autres corps liquides, j'ay fait pour tâcher d'en découvrir quelque chose,

se, l'expérience suivante qui est en quelque façon semblable aux premières, mais fort différente dans la proportion du tuyau à la quantité d'air renfermé qui doit être dilaté par l'eau bouillante.

J'ay pris un tuyau de verre *ABC* coudé en siphon, dont la branche *AB* avoit 15 pouces de longueur, l'autre *BC* n'en avoit que 8, & son extrémité étoit tirée en tuyau capillaire *CF*. Le diamètre intérieur de ce siphon avoit 3 lignes. J'ay mis ensuite du mercure dans le siphon renversé, & le mercure s'élevant également dans les deux branches du siphon, je n'ay laissé dans la plus courte branche *BC* que 3 pouces de hauteur d'air depuis *D* jusqu'en *C*. Alors j'ay scellé l'extrémité *F* du tuyau capillaire, & aussitôt j'ay mis le tuyau dans l'eau, & l'eau étant sur le feu je l'ay fait bouillir. J'ay observé ensuite que le mercure ne s'est élevé dans la longue branche *AB* que de 1 pouce 8 lignes $\frac{1}{2}$ au-dessus du niveau de celui où il étoit d'abord dans la courte branche *BC*; mais le mercure descendoit autant dans la courte branche qu'il montoit dans la grande qui étoit ouverte par le haut; donc le mercure étoit élevé dans la longue branche de 3 pouc. 5 lig. au-dessus de celui qui étoit dans la plus courte, quand l'eau bouillante eut dilaté l'air qui y étoit renfermé. Mon Barometre étoit alors à 28 pouc. 3 lig. & mon Thermometre marquoit 36 parties $\frac{1}{2}$.

On voit que cette expérience où les 3 pouces de hauteur d'air renfermé dans le tuyau *BC* représentent une très-petite phiole par rapport au gros tuyau *AB* où le mercure s'élevoit, ne donne rien qui approche des deux premières que j'ay faites. Mais comme l'air dilaté par la force de l'eau bouillante, occupoit un plus grand espace que celui qu'il avoit auparavant, ce qui n'étoit pas dans les premières expériences, il ne doit pas soutenir une aussi grande hauteur de mercure qu'il en soutenoit. Et si l'on cherche par les règles de la compression de l'air suivant la raison réciproque des charges, la quantité de mercure qu'il auroit fallu ajouter dans le long tuyau

AB pour réduire l'air échauffé ou dilaté par l'eau bouillante, à son premier volume de 3 pouces, on trouvera qu'il faudroit qu'il y en eut eu plus de 21 pouces : car on feroit comme 3 pouces d'air renfermé dans le tuyau, est à 31 pouc. 8 lig. qui est la pesanteur de l'atmosphère plus le double de la dilatation de l'air dans le tuyau fermé; ainsi 4 pouc. 8 lig. $\frac{1}{2}$ qui est tout l'air qui s'est dilaté dans le tuyau fermé, est à la hauteur de 49 pouc. 8 lig. $\frac{1}{2}$ dont il faut ôter la pesanteur de l'atmosphère de 28 pouc. 3 lig. plus la descente du mercure dans le tuyau fermé de 1 p. 8 lig. $\frac{1}{2}$, & il restera 19 pouc. 9 lig. de hauteur de mercure dans le tuyau ouvert au-dessus de celui de l'autre tuyau qui devoit réduire l'air du tuyau fermé, & lequel est dilaté par la force de l'eau bouillante, à 3 pouc. qui étoit son premier volume; cependant il ne devoit y avoir que 9 pouc. $\frac{1}{2}$ environ qui est le tiers de la pesanteur de l'atmosphère. Je connois donc par-là que la quantité d'air renfermé contre lequel la chaleur de l'eau bouillante fait effort peut apporter de grandes variétés dans ces expériences, & il s'ensuivroit qu'une petite quantité d'air dilaté par l'eau bouillante feroit plus d'effort qu'une plus grande.

J'ay fait aussi une autre expérience au sujet de ce que M. Nuguet a publié dans les Memoires de Trevoux au mois d'Octobre 1705. Il dit qu'ayant remarqué dans les Memoires de l'Académie que M. Amontons avoit avancé, que l'air se dilatoit du tiers de son volume naturel par la chaleur de l'eau bouillante, il avoit fait trois expériences différentes pour s'en assurer.

Par la première M. Nuguet trouve que l'air naturellement comprimé comme il l'est sur la terre, se dilatoit par la chaleur de l'eau bouillante, en sorte que l'espace qu'il occupoit alors étoit à son espace naturel, comme 2 à 1, ou comme 4 à 2, & non pas comme 4 à 3 suivant M. Amontons; & il remarque fort judicieusement que dans son expérience cet air n'étoit pas encore autant dilaté qu'il le pouvoit être, à cause qu'une partie de cet air di-

laté étoit environné d'eau froide ; mais il ne dit pas qu'il y avoit encore une autre cause qui l'empêchoit de se dilater autant qu'il auroit dû , & c'est la pesanteur de l'eau froide qui étoit élevée au-dessus du trou qu'il avoit fait au fond de la phiole qui trempoit dans cette eau.

M. Nuguet fit la seconde experience d'une maniere differente de la premiere , & il trouva que l'air dilaté étoit à l'air naturel comme 16 à 1 : mais comme il ne fait pas encore attention à la hauteur de l'eau du chaudron qui comprimoit l'air dilaté par le trou qui étoit au bas de la phiole , il auroit dû trouver une plus grande dilatation de l'air.

La troisième experience de M. Nuguet lui donna encore le raport de l'air dilaté à l'air naturel comme 16 à 1 : mais je ne sçay comment il l'a pû faire suivant ce qu'il dit ; car aussi-tôt que l'eau froide entre dans la phiole qui est plongée dans l'eau bouillante, la phiole doit se casser.

Je remarque sur ces trois experiences que la premiere est extrêmement écartée des deux autres , ce qui n'auroit pas dû arriver par la seule cause qu'il y rapporte.

C'est la dernière de M. Nuguet que j'ay faite dans toutes les circonstances qu'il marque , & j'ay trouvé que le volume de l'air naturel dilaté par la chaleur de l'eau bouillante, étoit à celui de l'air naturel comme 5 à 2 à peu près , ou comme $2\frac{1}{2}$ à 1 , ce qui est tres-éloigné de 16 à 1 comme il l'a trouvé , mais ce qui approche un peu de la premiere de ses experiences.

Les grandes differences de ces experiences font voir qu'il doit y avoir des circonstances auxquelles on ne fait pas d'attention , qui peuvent faire de tres-grands effets dans la nature de l'air , & c'est ce qui nous doit toujours empêcher de tirer une consequence generale de quelques observations particulieres , & de condamner celles qu'on a tirées des observations dans le même cas. Voici ce qui me vint alors en pensée pour rendre raison de la grande difference entre l'observation de M. Nuguet & la mienne.

M. Nuguet avoit pris une petite phiole qui ne contenoit que 2 onces 7 gros $\frac{1}{2}$ d'eau, & celle dont je m'étois servi en contenoit 25 onces. Et comme on ne juge pas si bien d'une experience en petit qu'en grand, il pouvoit y avoir par cette cause quelque difference entre nous, mais elle ne pouvoit pas aller bien loin. Je remarquay aussi par la description de l'operation de M. Nuguet, qu'il avoit d'abord rempli d'eau la phiole dont il se servoit pour en connoître le volume, & qu'ensuite l'ayant vidée il l'avoit mise dans l'eau bouillante pour en faire dilater l'air : mais je jugeay que le peu d'eau qui pouvoit y être restée, s'élevant alors en particules qui se mettent en tres-grand mouvement par la chaleur, auroient pû étendre non-seulement les ressorts de l'air, mais encore en occupant un tres-grand volume ils auroient entraîné & poussé en sortant hors de la phiole presque tout l'air qui y étoit contenu, comme nous voyons qu'il arrive aux Eolipiles qui soufflent avec tant de violence pendant un tems considerable & tant qu'il y a de l'eau dans la boule, en sorte qu'il ne seroit resté dans la bouteille de M. Nuguet que tres-peu d'air naturel, au lieu que la bouteille dont je m'étois servi étoit fort sèche quand je la mis dans l'eau, c'est-pourquoy la chaleur a dû seulement agir sur le corps de l'air pour le dilater. Mais comme le corps de l'air est toujours rempli de particules d'eau plus ou moins, si cet effet avoit lieu dans ces experiences, on devroit toujours trouver de tres-grandes differences dans celles qui seroient faites comme les deux premieres que j'ay rapportées, & qui ont été faites en differens tems où l'air a pû être plus chargé d'eau dans l'un que dans l'autre, ce qui n'est pas arrivé à celles de M. Amontons qui ont été faites dans le même tems & avec trois bouteilles différentes ; & c'est en quelque façon ce qui pourroit me persuader que l'humidité de l'air étant échauffée par l'eau bouillante, pourroit causer des differences tres-considerables pour la dilatation de l'air, quoiqu'il ne puisse pas sortir de la phiole où il est renfermé & retenu par le mercure.

Mais enfin comme je suis persuadé que nos raisonnemens sont souvent fort éloignés de la vérité sur les matieres de Physique, j'ay crû que je devois recommencer l'experience que j'avois faite de la dilatation de l'air par l'eau bouillante dans une phiole ou bouteille, & aussi, tôt après en faire une autre avec la même phiole où il y auroit un peu d'eau, pour détruire ou pour confirmer ce qui m'étoit venu en pensée, pour rendre raison des grandes differences qui se sont trouvées entre nos experiences.

C'est pourquoy le 18 Juillet de cette année 1708 au matin, mon Barometre étant à 28 pouces, & mon Thermometre à 55 parties, lequel est à 48 au fond des Carrieres de l'Observatoire, & le vent étant Ouest assez humide & avec une petite pluie, j'ay pris une phiole de verre toute neuve & autant sèche que la constitution de l'air le pouvoit permettre, & d'abord l'ayant pesée je l'ay trouvée de 6 gros $\frac{1}{2}$. Ensuite je l'ay bien bouchée avec un tampon de liege au travers duquel j'ay introduit l'une des branches d'un petit siphon de verre que j'ay bien mastiqué au bouchon de la phiole avec de la cire d'Espagne; pour l'autre branche du siphon elle étoit dehors.

J'ay mis cette phiole dans l'eau froide d'un chaudron où elle étoit entierement plongée en l'y assujettissant, & le bouchon de liege & le siphon trempoient aussi dans l'eau. J'ay pris la précaution de n'enfoncer que tres-peu au-dessous de la superficie de l'eau l'ouverture de la phiole ni le siphon, de peur que la pesanteur de l'eau ne la fit entrer dans la phiole en comprimant l'air qui y étoit enfermé, ce qui d'ailleurs ne pouvoit pas se faire aisément à cause que le bouchon de liege étoit fort juste, & que le tuyau du siphon étoit fort délié.

Le chaudron ayant été mis sur un bon feu, j'ay remarqué que presqu'aussi-tôt il commençoit à sortir du bout du siphon de petites bulles d'air, ce qui fait connoître que l'air de la phiole commençoit à se dilater & sortoit par le bout du siphon, étant échaufé par l'eau du chau-

dron ; mais l'eau s'échauffant de plus en plus, les bulles d'air sortoient du siphon avec précipitation, ce qui a continué jusqu'à ce que l'eau ait bouilli à gros bouillons, & il sortoit toujours des bulles d'air, mais bien moins que dans le commencement.

L'eau ayant bouilli pendant quelque tems, j'ay ôté le chaudron de dessus le feu, en tenant toujours fort soigneusement le bout de la phiole & le siphon plongés dans l'eau, afin que l'eau du chaudron & l'air de la phiole venant à se refroidir, il ne pût s'introduire aucune partie d'air dans la phiole, ni par le siphon, ni par quelques petites ouvertures qui auroient pû se rencontrer au bouchon. Et pour abréger un peu l'opération je faisois ôter un peu d'eau chaude du chaudron, & aussi-tôt j'y en faisois remettre autant de froide, ce que j'ay continué tant que l'eau ait été entièrement refroidie.

Alors j'ay retiré la phiole hors de l'eau, & j'ay trouvé qu'il y étoit entré beaucoup d'eau, à mesure que l'eau du chaudron & l'air de la phiole se refroidissoient. Et pour marque que l'air qui restoit dans la phiole étoit de même condensation que l'air extérieur, c'est qu'il restoit un peu d'eau dans la partie du tuyau du siphon qui traversoit le bouchon, & que cette eau y étoit suspendue & contre-balancée entre l'air de la phiole & l'air extérieur.

J'ay aussi-tôt ôté le bouchon & le siphon, & ayant bien essuyé la phiole par l'extérieur, j'ay trouvé qu'elle pesoit avec l'eau qui y étoit 4 onces 2 gros. Mais l'ayant rempli d'eau jusqu'à la même hauteur où étoit le dessous du bouchon, ce qui étoit égal au volume de l'air qui y-avoit été renfermé quand je l'avois mise dans l'eau, j'ay trouvé qu'elle pesoit alors 5 onces 2 gros. Ainsi l'air qui étoit resté dans la phiole équipolloit à une once d'eau ; & des 5 onces 2 gros de pesanteur de l'eau de toute la phiole & de la phiole, en ayant ôté le poids de la phiole de 6 gros $\frac{1}{2}$ tel que je l'avois trouvé d'abord, il reste 35 gros $\frac{1}{2}$ qui équipolloit à tout l'air de la phiole quand je l'ay mise dans l'eau.

D'où je conclus que tout l'air de la phiole naturellement comprimé par la pesanteur de l'atmosphère, étoit à celui qui en restoit après sa dilatation par l'eau bouillante comme $35\frac{1}{2}$ à 8, ce qui est un peu moins que $4\frac{1}{2}$ à 1; mais cette dilatation de l'air est beaucoup plus grande que celle que j'avois trouvée auparavant, car elle n'étoit que comme $2\frac{1}{2}$ à 1.

Et comme l'air étoit assez humide dans cette dernière expérience, j'aurois pû croire que ma pensée des particules d'eau répandues dans l'air, auroient pû causer une plus grande dilatation apparente de l'air que lorsque l'air étoit plus sec. C'est pourquoy pour en être mieux convaincu je fis aussi-tôt ma dernière expérience comme je l'avois résolu d'abord.

Je vuiday l'eau de la phiole, & l'ayant seulement bien secouée pour en ôter l'eau & sans la faire secher, je la pesay comme j'avois fait d'abord, & je la trouvay de 6 gros $\frac{1}{2}$ & 11 grains; il y étoit donc resté 11 grains d'eau qui étoit attachée à ses parois intérieures. Dans cet état j'y appliquay le bouchon avec le siphon, & je recommençay l'expérience comme je venois de la faire sans y omettre la moindre circonstance: & je trouvay enfin que la phiole s'étoit presque toute remplie d'eau, & que le rapport de toute la capacité de la phiole étoit à la partie restante que l'eau n'occupoit pas, comme $35\frac{1}{2}$ à 1, ce que je connus par le poids comme j'avois fait la première fois. C'est pourquoy je ne fais plus de doute que le peu d'eau de plus ou de moins qui sera répandu dans l'air ne puisse apporter de grandes variétés dans ces expériences, puisque 11 grains d'eau seulement dans celle-cy a pû faire un effet aussi considérable que celui que j'ay trouvé, lequel a été huit fois plus grand que dans la précédente expérience.

Mais enfin quand on ne voudroit pas recevoir cette explication physique, on ne pourroit pas révoquer en doute les expériences qui nous donnent des rapports si différens les uns des autres de la dilatation de l'air par l'eau bouillante, & par conséquent on peut conclure qu'on ne

pourra point avoir par ce moyen une mesure exacte & constante de chaleur par toute la terre, quand même on se serviroit de phioles & de tubes comme celui dont nous nous sommes servis d'abord, & qui n'est que peu différent de ceux de M. Amontons, ce qui ne se pourroit pas faire aisément sans transporter ces phioles aux lieux où l'on voudroit faire l'expérience.

Mais s'il faut transporter des phioles & des tuyaux de verre, ne seroit-il pas aussi facile & plus sûr de transporter des Thermometres à esprit de vin bien faits & tous réglés sur les mêmes degrés de chaleur par l'expérience, sans avoir égard à des divisions égales qu'on y marque ordinairement, & qui ne peuvent servir de rien pour faire une comparaison exacte, puisqu'on ne peut pas sçavoir si l'interieur des petits tuyaux est égal dans toute sa longueur, ni le raport de la bouteillè au tuyau? Il n'y auroit pour cet effet qu'à faire plusieurs de ces Thermometres à peu près semblables, & les prolonger tous ensuite dans de l'eau glacée, & les y ayant laissés quelque tems, marquer sur tous la hauteur de la liqueur dans les tuyaux, & ainsi des autres divisions du tuyau en échauffant peu à peu l'eau où tous les Thermometres tremperoiènt; mais il faudroit y marquer aussi une hauteur qu'on pourroit appeller le degré moyen de chaleur ou de froid, comme celle où l'esprit de vin monte dans ces tuyaux au fond des Carrieres de l'Observatoire, & où il y demeure dans toutes les saisons de l'année. On connoitroit aussi par-là si les Carrieres ou Cavernes tres-profondes des autres païs, où la temperature de l'air extérieur ne peut pas pénétrer, donneroiènt le même degré de chaleur que dans les nôtres, & si les différentes natures du terrein y apporteroient quelque variété.



M E T H O D E

*Pour décrire de grands arcs des Sections Coniques,
sans avoir leur centre ni la grandeur
d'aucun diamètre.*

PAR M. DE LA HIRE.

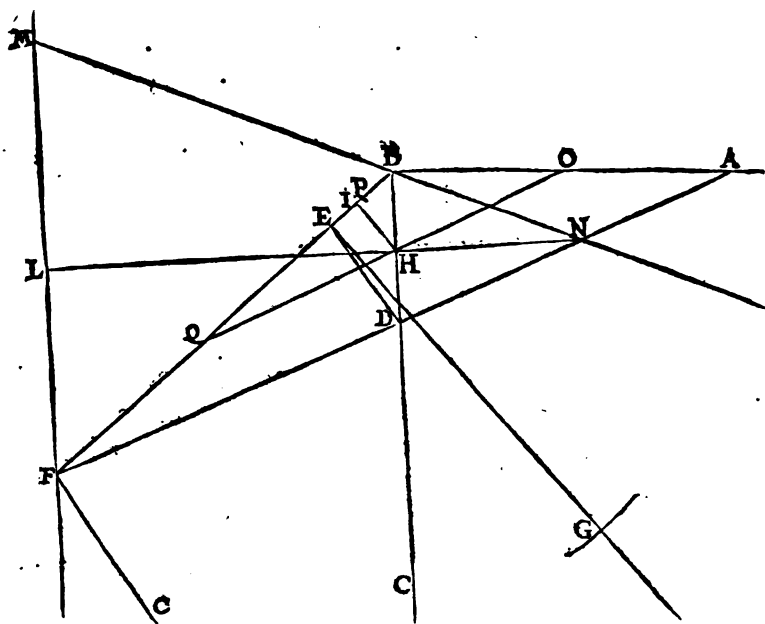
IL y a souvent dans la pratique de la Geometrie des rencontres où l'on a besoin de décrire en grand des arcs ou portions des Sections Coniques, & dont les centres sont si éloignés par rapport aux arcs de ces Courbes qu'on ne peut pas les avoir sur la surface, ni la grandeur d'aucun de leurs diamètres; on en donne seulement deux touchantes en deux de leurs points, avec la direction à volonté d'un seul diamètre par l'un de ces points touchants, & il faut déterminer la nature de la Courbe & la décrire. 1708.
4. Août.

Ceux qui sçavent les propriétés des Sections Coniques, peuvent trouver facilement des methodes pour avoir plusieurs points de ces Courbes; mais pour avoir ces points bien déterminés, en voici une generale & tres-simple où il n'est pas même necessaire de sçavoir la nature de la Courbe ou Section.

Soit les deux touchantes BA , BF de la Courbe lesquelles se rencontrent en B , & qui la touchent aux points A & F , avec la partie FC d'un diamètre qui passe par le point F .

Ayant mené AF on la divisera en deux également en D , & BDC sera aussi partie d'un diamètre, & c'est sur ce diamètre BDC que nous cherchons un point de la Courbe H .

Du point D on menera DE parallele à FC laquelle rencontrera FB en E ; & l'on divisera BE en deux également en P . Par le point E ayant élevé EG perpendicu-



laire à FB , du point P pour centre & pour rayon PF on décrira un arc de cercle qui coupe EG en G . Ensuite on tirera FM parallèle à BDC , & l'on prendra FL égale à EG ou à sa moitié ou à quelqu'autre partie, & LM égale à FB ou à sa moitié ou à une partie semblable à celle de EG qu'on a prise auparavant, & l'on menera MB prolongée jusqu'à FA en N ; & enfin on tirera NL qui coupera BD au point H , qui est un de ceux de la Courbe.

Maintenant par le point H on tirera QHO parallèle à FA laquelle touchera aussi la Courbe au point H qu'on vient de trouver; & sur les deux touchantes QF , QH ou OA , OH on fera la même opération que sur BF , BA pour avoir encore d'autres points de la Courbe, & l'on continuera de même pour en avoir autant qu'on voudra.

Cette opération est fondée sur une propriété des diamètres des Sections Coniques, qui est que si C est le centre, les lignes CD , CH , CB doivent être en proportion continuë, & puisque FC , BD doivent se rencontrer au centre C ; DE étant parallèle à FC , & EG ou FI étant

moyenne proportionnelle entre FE , FB par la construction, il s'ensuit que IH sera aussi parallèle à FC . Mais à cause des trois lignes CD , CH , CB en proportion continue ou des trois FE , FI , FB , on a aussi CD à CH , comme HD à HB , ou comme FE à FI , ce qui est comme FL à LM par la construction; donc à cause des parallèles FM , BD on a DH à HB comme FL à LM , ou comme CD à CH ou CH à CB ; donc le point H est sur la section.

Si BD se trouve parallèle à FC , la section sera une Parabole, & alors le point E tombera au point B , & par conséquent FI sera aussi FB , & c'est ce qui montre que dans ce cas il faut seulement diviser BD en deux également en H pour avoir le point H de la Parabole, ce qui se trouveroit aussi par la construction précédente, car FL & LM seroient égales, & par conséquent DH & HB le seroient aussi.

Cette Figure convient à une Ellipse, puisque les diamètres FC , BD concourent au-dessous des touchantes; mais s'ils se rencontroient au-dessus ce seroit un hyperbole, & la construction du Problème seroit toujours la même.

R E F L E X I O N S

Sur les Observations de la variation de l'Aiman, faites sur le Vaisseau le Maurepas dans le voyage de la Mer du Sud; avec quelques Remarques de M. de la Verune Commandant de ce Vaisseau, sur la Navigation des Côtes de l'Amerique & de la Terre de Feu.

PAR M. CASSINI le fils.

• 1708.
21. Juillet.

Monsieur l'Abbé Bignon nous a remis depuis peu des Observations de la variation de l'Aiman, faites sur le Vaisseau le Maurepas dans son voyage de la Mer du Sud en 1706, 1707 & 1708.

M. Clairambaut qui a envoyé ces Observations à M. le Comte de Pontchartrain, y a joint quelques Remarques sur la Navigation de la Côte Orientale de l'Amerique Meridionale & de la Terre de Feu, faites par M. de la Verune Commandant de ce Vaisseau, lesquelles jointes à une Carte particuliere de ces païs-là qu'il a dessein d'envoyer, pourront servir à corriger & perfectionner plusieurs Cartes marines, dans lesquelles il dit qu'on a mal placé diverses Isles qui sont aux environs du Cap de Horn.

Il remarque premierement que les Côtes depuis le Cap de S. Antoine, qui est à l'embouchure de la riviere de la Plata jusqu'au Détroit de Magellan, sont marquées plus d'un air de vent plus Orientales qu'elles ne sont effectivement.

Il a trouvé aussi que la distance du Détroit de Magellan au détroit du Maire, aussi-bien que leur situation, est tres-mal marquée dans les Cartes ordinaires.

Ces deux Détroits suivant son estime sont éloignés

l'un de l'autre d'environ 55 à 56 lieuës, & celui du Maire est situé au Nord-Oüest cinq degrés Nord du Détroit de Magellan.

Il y a apparence que le sieur de la Verune n'a pas vu la Carte des variations de M. Halley imprimée en 1700, & celle du Détroit de Magellan de M. de Lisle de 1703, où ces deux Détroits ont entr'eux à peu près la même distance & situation que celle qu'il a déterminé par son estime.

Il remarque aussi que la Terre de Feu n'est pas à beaucoup près si étendue qu'on le croyoit, ni si Meridionale; & il assure que le Cap de Horn, auquel les Cartes ordinaires donnent une latitude Meridionale de $57^{\text{d}} 40'$, n'en a que $55^{\text{d}} 40'$ l'ayant passé par cette latitude.

Il ajoute que les Isles de Barnavel, que les Cartes mettent aussi à la même hauteur que le Cap de Horn, ont $56^{\text{d}} 35'$ de latitude, étant situées à l'Oüest Nord-Oüest de ce Cap, d'où elles sont éloignées de 25 à 26 lieuës.

Il s'accorde encore en cecy à la Carte de M. de Lisle, qui donne environ 56^{d} de latitude au Cap de Horn, & $56^{\text{d}} 30'$ aux Isles de Barnavel, qu'il place à l'Oüest Nord-Oüest de ce Cap.

Dans la Carte de M. Halley la latitude du Cap de Horn est marquée de $57^{\text{d}} 20'$, à peu près de même que celle des Isles de Barnavel, qui sont placées à l'Oüest de ce Cap.

M. de la Verune remarque aussi que les Isles de Barnavel sont les Terres les plus Meridionales, & qu'on ne doit pas craindre de passer entre ces Isles & le Cap de Horn. Il a passé à son retour de la Mer du Sud sans les voir; mais il les a vues en allant, & s'est assuré de leur situation. La distance du Détroit le Maire au Cap de Horn, qui est à l'Est Nord-Est de ce Détroit, est d'environ 80 lieuës. Cette distance s'accorde à celle qui est marquée dans la Carte de M. Halley, mais elle excède de beaucoup celle qui est marquée dans la Carte de M. de Lisle, qui place de même que lui le Cap de Horn à l'Est Nord-

Est du Détroit du Maire à la distance d'environ cinquante lieux.

Lorsqu'on a doublé le Cap de Horn la navigation n'est plus difficile : toutes les Cartes sont bonnes pour le Chilly & pour le Perou, où toutes les Côtes sont saines, & où l'on n'a pas de mauvais temps à craindre.

M. de la Verune fait encore plusieurs remarques curieuses & utiles sur la navigation de ces Mers ; il enseigne les temps favorables pour passer le Cap de Horn, & comme il faut s'y prendre tant en allant qu'en revenant. Il place l'Isle de l'Hermite à 24 ou 25 lieux de ce Cap vers l'Est par la même latitude, & il lui donne 18 à 20 lieux d'étendue. Il détermine aussi la situation des Isles de Sebal, dont la pointe la plus Orientale est située au Nord Nord-Est du Détroit du Maire à la distance d'environ 55 lieux, & qu'il juge former une espece d'Archipel. Il les vit en revenant fort distinctement, & trouva leur situation bien différente de celle qu'on leur croyoit. Il leur donne une étendue de 55 à 60 lieux, & avertit qu'on est obligé pour les éviter de ranger la Terre de Feu, ou de faire un grand tour lorsque le vent ne le permet pas, ce qui arrive assez souvent. Enfin il remarque que les Terres du Bresil sont marquées plus Orientales qu'elles ne sont effectivement ; ce qui fait que tous les Vaisseaux qui sont partis du Détroit de Magellan ou du Maire, ont trouvé à l'atterrage du Bresil 200 lieux ou environ d'erreur.

Pour ce qui regarde les variations de l'Aiman qui ont été observées dans ce voyage, l'on a eu soin de marquer les longitudes suivant le premier Meridien Hollandois de Pieter Goos qui passe par le Pic de Teneriffe, ce qui nous a donné la commodité de comparer les Observations de la variation de l'Aiman avec celles qui sont marquées dans la Carte de M. Halley.

Comme ces Observations sont en grand nombre, nous nous contenterons d'en donner le résultat, & de marquer seulement celles qui ont été faites à la vûe ou près de

quelques Isles ou Côtes, & dont la comparaison se peut faire avec plus de précision.

Le 27 Decembre 1706 à $345^{\text{d}} 44'$ de longitude & $20^{\text{d}} 44'$ de latitude Meridionale près de l'Isle de l'Ascension, la variation fut observée de $7^{\text{d}} 30'$ Nord-Est. Elle est marquée à cet endroit dans la Carte des variations d'un peu plus de 7^{d} Nord-Est.

Le 26 Decembre 1707 à $297^{\text{d}} 12'$ de longitude & $56^{\text{d}} 6'$ de latitude Meridionale près de l'Isle de l'Hermite, la variation fut observée de $20^{\text{d}} 0'$ Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte des variations de $20^{\text{d}} 30'$ Nord-Est.

Le 31 Decembre à $310^{\text{d}} 30'$ de longitude & $52^{\text{d}} 19'$ de latitude Meridionale près des Isles de Sébalt, la variation fut observée de $23^{\text{d}} 0'$ Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte des variations de $21^{\text{d}} 30'$ Nord-Est.

Dans les autres endroits de sa route, tant en allant qu'en revenant, depuis le Cap de Horn jusques près de la ligne Equinoxiale, les variations observées s'accordent la plupart à un degré près de celles qui sont marquées dans la Carte de M. Halley.

A l'égard des variations de la Mer du Sud, comme M. Halley ne les a pas représenté dans sa Carte faute d'en avoir des relations, j'ay essayé par le moyen des Observations qui ont été faites le long de la Côte Occidentale de l'Amerique, de tracer des lignes qui marquassent les degrés de variation. Je me suis servi pour cela principalement de quelques Observations faites près des Côtes, que je rapporte icy suivant l'ordre des latitudes.

Le 31 Août 1707 à $300^{\text{d}} 10'$ de longitude & $13^{\text{d}} 6'$ de latitude Meridionale près de la pointe Canette & celle de S. Galland, la variation fut observée de 7^{d} Nord-Est.

Le 15 Octobre 1707 à $296^{\text{d}} 27'$ de longitude & $14^{\text{d}} 1'$ de latitude Meridionale près de Pisco, la variation fut observée de 7^{d} Nord-Est.

Le 14 May 1707 à $297^{\text{d}} 30'$ de longitude & $31^{\text{d}} 49'$ de latitude Meridionale près de Valpareze, la variation fut observée de 8^{d} Nord-Est.

Le 9 Octobre 1707 à $299^{\circ} 25'$ de longitude & $36^{\circ} 30'$ de latitude Meridionale près de la Conception, la variation fut observée de 10° Nord-Est.

Ces Observations font voir que la variation de l'Aiman augmente le long de la Côte Occidentale de l'Amerique à mesure que la latitude Meridionale augmente; ce qui est confirmé par diverses autres Observations faites à peu de distance de cette Côte.

Car à la hauteur de $44^{\circ} 49'$, la variation fut observée de 12° Nord-Est.

A la hauteur de $48^{\circ} 58'$, la variation fut observée de 13° Nord-Est.

A la hauteur de $53^{\circ} 37'$, la variation fut observée de 15° Nord-Est.

Et à la hauteur de $56^{\circ} 42'$, on la trouva de 17° Nord-Est.

Dans les autres endroits de la route du Vaisseau, où il paroît par la longitude qui y est marquée qu'il étoit éloigné des Côtes de plusieurs degrés, la variation est marquée différente sous les mêmes paralleles; ce qui sert à déterminer en quelque maniere la direction des lignes qui marquent les variations, que l'on espere pouvoir rectifier par les Observations que l'on recevra dans la suite. Car outre qu'il y a plusieurs de ces Observations qu'il est difficile de concilier ensemble, il faudroit qu'on en eût plusieurs faites à diverses distances des Côtes pour pouvoir esperer de déterminer avec quelque précision la direction de ces lignes.

J'ajouteray icy quelques Observations des variations de l'Aiman, qui sont rapportées dans le voyage de M. Dampier autour du monde.

Aux Isles de Sebal, qu'il appelle de Sible de Ward, qu'il dit être trois Isles situées à $51^{\circ} 25'$ de latitude Meridionale, il trouva le 28 Janvier 1683 la variation de l'Aiman de $23^{\circ} 10'$ Nord-Est. J'ay rapporté cy-dessus que la variation avoit été observée le 31 Decembre 1707 près de ces Isles de $23^{\circ} 0'$; de sorte qu'on peut supposer qu'en près de

de 25 années il n'y a pas eu de différence sensible ; ce qui paroîtroit confirmer ce qui est marqué dans ce dernier Mem. des variations, que depuis cent années jusqu'à présent les variations n'ont aucunement changé au Cap de Horn.

A 47^d 10' de latitude dans la Mer du Sud, M. Dampier trouva 15 degrés $\frac{1}{2}$ de variation Nord-Est, & à la latitude de 36 degrés huit degrés de variation Nord-Est.

Il paroît par ces deux dernières Observations que dans la Mer du Sud près de la Côte Occidentale de l'Amerique, la variation va en augmentant à mesure qu'on s'éloigne de la ligne Equinoxiale ; de même qu'il résulte des Observations que j'ay rapportées cy-dessus, quoiqu'il y ait quelques degrés de différence entre les Observations faites à peu près sous le même parallèle, ce qui peut venir en partie de la difficulté qu'il y a de faire ces sortes d'Observations avec une grande précision.

OBSERVATION

Du passage de la Lune par les Etoiles Meridionales des Pleiades le matin du 10 Aoust 1708.

PAR M^{rs}. CASSINI ET MARALDI.

LE matin du 10 Aoust nous nous préparâmes à observer le passage de la Lune par les Etoiles des Pleiades, qui étoit marqué dans la Connoissance des Temps. Il n'y avoit que quelques-unes de ces Etoiles qui sont les plus Meridionales qui devoient être cachées ; mais comme ces Etoiles ne sont pas la plupart fort claires, & que la Lune étoit le plus souvent couverte des nuages, nous ne pûmes pas observer l'Eclipse de celles qui sont plus Occidentales, & qui furent cachées les premières par la Lune. On vit seulement à 1^h 8' 45" que son bord éclairé étoit éloigné d'une Etoile marquée e dans la figure de l'ouverture de la Lunete de 18 pieds. La Lune se couvrit ensuite.

A 1^h 20' 30" une autre Etoile marquée dans la figure
1708.

1708.
14. Aoust.

P p

par la lettre *o*, étoit sortie de la partie obscure de la Lune : elle étoit éloignée de la corne inferieure autant que la tache d'Aristarchus est éloignée de Grimaldi. La Lune s'est ensuite couverte.

A $1^h 44' 5''$, la Lune s'étant découverte, on voyoit la claire des plus orientales des Pleiades appelée Atlas proche de la corne septentrionale. Elle avoit déjà passé la ligne tirée par les cornes de la Lune, & paroissoit être éloignée de son bord Superieur de $1' 30''$.

A $2^h 4' 5''$ nous vîmes une petite Etoile *i* qui étoit sortie du bord obscur de la Lune.

Comme nous ne pouvions pas distinguer avec assez d'évidence ce bord pour pouvoir marquer la sortie précise des deux petites Etoiles qui devoient encore en sortir, nous prîmes le parti de comparer les cornes & le bord de la Lune avec la belle Etoile appelée Atlas par le moyen des fils perpendiculaires & obliques qui sont au foyer de la Lunette, d'où nous avons tiré les différences d'ascensions droites & des déclinaisons entre cette Etoile & la Lune, ayant fait les réductions qui sont nécessaires pour le parallele & pour le mouvement de la Lune dans la détermination de la déclinaison.

A $2^h 23'$ La différence d'ascension droite entre Atlas & la corne septentrionale $21' 48''$. Entre l'Etoile & la corne meridionale $30 25$. Différence de déclinaison entre Atlas & la Corne Septentrionale $8 0$. Entre la même Etoile & la corne merid. $24 0$.

A $2^h 32'$ La différence d'ascension droite entre la même Etoile & la corne septent. $24 33$. La corne meridionale $52 50$. Différence de déclinaison entre l'Etoile & la corne septentrionale $9 10$. La corne meridionale $13 50$.

A $2^h 33' 38''$ On vit une petite Etoile qui étoit sortie de la Lune.

A $2^h 50'$ Différence d'ascension droite entre l'Etoile Atlas & la corne septent. $35 34$. Et la Corne meridionale $44 20$. Différence de déclinaison entre l'Etoile & la corne septent. $13 50$. Et la corne meridionale. $18 0$.

A 2^h 56' 30" La plus occidentale des petites Etoiles des Pleïades sortoit de la Lune.

Voici la situation des principales Etoiles des Pleïades pour l'année 1697.

| | <i>Afc. droite.</i> | <i>Declinaif. B.</i> | <i>Longitude.</i> | <i>Latitude B.</i> |
|-----------|---------------------|----------------------|-------------------|--------------------|
| Celeno. | 51 43 25 | 23 18 12 | 8 25 12 35 | 4 19 54 |
| Electra. | 51 44 41 | 23 7 42 | 25 11 10 | 4 9 34 |
| Taigeta. | 51 49 11 | 23 29 12 | 25 20 40 | 4 29 10 |
| Maja. | 51 59 0 | 23 23 40 | 25 27 50 | 4 21 40 |
| Asterope. | 51 59 45 | 23 35 0 | 25 31 20 | 4 32 25 |
| Merope. | 52 7 0 | 22 56 20 | 25 28 30 | 3 53 27 |
| Alcione. | 52 24 3 | 23 8 12 | 25 46 27 | 4 1 3 |
| Atlas. | 52 49 21 | 23 5 42 | 26 8 30 | 3 53 30 |
| Pleione. | 52 50 9 | 23 10 42 | 26 10 50 | 3 57 30 |

Nous donnons dans la Figure cy-jointe la description de toutes les Etoiles qui composent la constellation des Pleïades. La situation des plus claires a été déterminée en observant leur passage au meridiem, & leur hauteur méridienne. La situation des autres a été déterminée en observant leur différence d'ascension droite & de déclinaison à l'égard des plus claires. L'Epoque de leur mouvement marquée dans la figure est pour l'année 1708.

Le diametre de la Lune résulte de la plupart des Observations précédentes de 32' 0".

OBSERVATION

Du passage de la Lune par les Pleïades, le 10 Aoust 1708 au matin à l'Observatoire.

PAR M. DE LA HIRE.

ON peut voir dans les Memoires de l'Academie de l'année 1693 au mois de Mars, une Observation que nous fîmes du passage de la Lune par les Etoiles des Pleïades, comme celle que nous rapportons icy, avec la figure exacte & la position des principales Etoiles de cette petite constellation que nous en donnâmes dans ce

tems-là. La Lune étoit alors nouvelle, & ce fut le soir, & dans celle-cy la Lune étoit en décours, & c'étoit le matin. En 1693 nous ne pûmes observer la position de la Lune que par rapport à une seule Etoile de cette constellation, & cette Etoile est appelée par le P. Riccioli *Pater Atlas*, & elle est marquée *h* dans ma figure, car le tems & l'heure ne permirent pas d'en observer davantage; & cette fois le tems n'a pas non-plus été favorable pour en faire d'autres, & nous n'avons pû observer aussi que la position de la Lune à l'égard de la même Etoile.

Le Ciel étoit tout couvert de petits nuages pommelés qui ne donnoient pas le tems d'observer exactement la position de cette Etoile avec la Lune, à cause qu'elle paroïssoit & disparoïssoit continuellement. Et comme la Corne Septentrionale de la Lune parut fort proche de l'Etoile, & à peu près dans la même latitude vers $1^h 45'$, nous ne pouvons pas assurer qu'elle l'ait cachée; & si elle l'a cachée, ce n'a pû être que pendant fort peu de tems.

Le Ciel s'étant ensuite éclairci, & la Lune s'éloignant toujours de l'Etoile qui est la dernière des plus grandes de cette constellation par rapport au mouvement de la Lune, nous observâmes avec le Micrometre à $2^h 18'$ la distance de l'Etoile à la ligne qui passoit par les Cornes de la Lune, laquelle nous trouvâmes de $17' 49''$. Ensuite à $2^h 55'$ nous fîmes encore une semblable Observation, & nous trouvâmes cette distance de $38' 15''$. Par la proportion de ces deux distances nous concluons que l'Etoile a été dans la ligne des Cornes, ou jointe à la Corne Septentrionale à $1^h 46'$.

Dans l'Observation de 1693 la Corne Meridionale de la Lune n'étoit éloignée de cette même Etoile que de $6' 20''$. On peut voir aussi dans la figure le chemin que la Lune faisoit alors, & qui étoit presque parallèle à l'Ecliptique, en le comparant à un cercle de latitude éloigné de 4° vers le Septentrion, lequel est tracé sur la figure: mais dans celle-cy la latitude Septentrionale de la Lune croissoit; c'est-pourquoy la ligne menée par l'Etoile per-

pendiculairement à la ligne des Cornes, coupoit cette même ligne plus vers le centre de la Lune à proportion que l'Etoile étoit plus éloignée de la Lune.

Le diametre de la Lune étoit dans le tems de l'Observation de 1693 de 30', & dans celle-cy il étoit de 32' 10".

On pourra tirer de cette Observation quelque connoissance qui pourra servir à rectifier le mouvement de la Lune, comme aussi de celle de 1693, & de plus en les comparant ensemble & avec la même Etoile dont on connoît parfaitement la longitude & la latitude.

Quand on fit imprimer en 1693 dans les Memoires de l'Academie mon Observation du passage de la Lune par les Pleiades, je ne pûs pas observer alors la longitude & la latitude des Etoiles de cette constellation, & ce ne fut qu'au mois de Septembre suivant où je les déterminay par leur passage par le meridiem, & par leur hauteur meridienne que je comparay avec celles d'Aldebaram, qui n'en est pas beaucoup éloignée. Ces Observations n'ont point été imprimées, & voici ce que je trouvay.

L'Etoile marquée *a* dans la figure, & qui est la plus claire de toutes, étoit en longitude au $25^{\circ} 43' 40''$ 8, & sa latitude Boreale de $4^{\circ} 1' 1''$.

L'Etoile *b* étoit au $25^{\circ} 8' 50''$ 8, & sa latitude Boreale de $4^{\circ} 8' 51''$.

L'Etoile *c* étoit au $25^{\circ} 17' 50''$ 8, & sa latitude Boreale de $4^{\circ} 26' 56''$.

L'Etoile *d* étoit au $25^{\circ} 26' 13''$ 8, & sa latitude Boreale de $3^{\circ} 55' 24''$.

L'Etoile *e* étoit au $25^{\circ} 24' 58''$ 8, & sa latitude Boreale de $4^{\circ} 20' 43''$.

L'Etoile *f* étoit au $26^{\circ} 5' 23''$ 8, & sa latitude Boreale de $3^{\circ} 53' 0''$.

On pourra voir dans l'Observation de l'année 1693 les distances de ces Etoiles entr'elles, & les noms que le P. Riccioli leur a donnés.

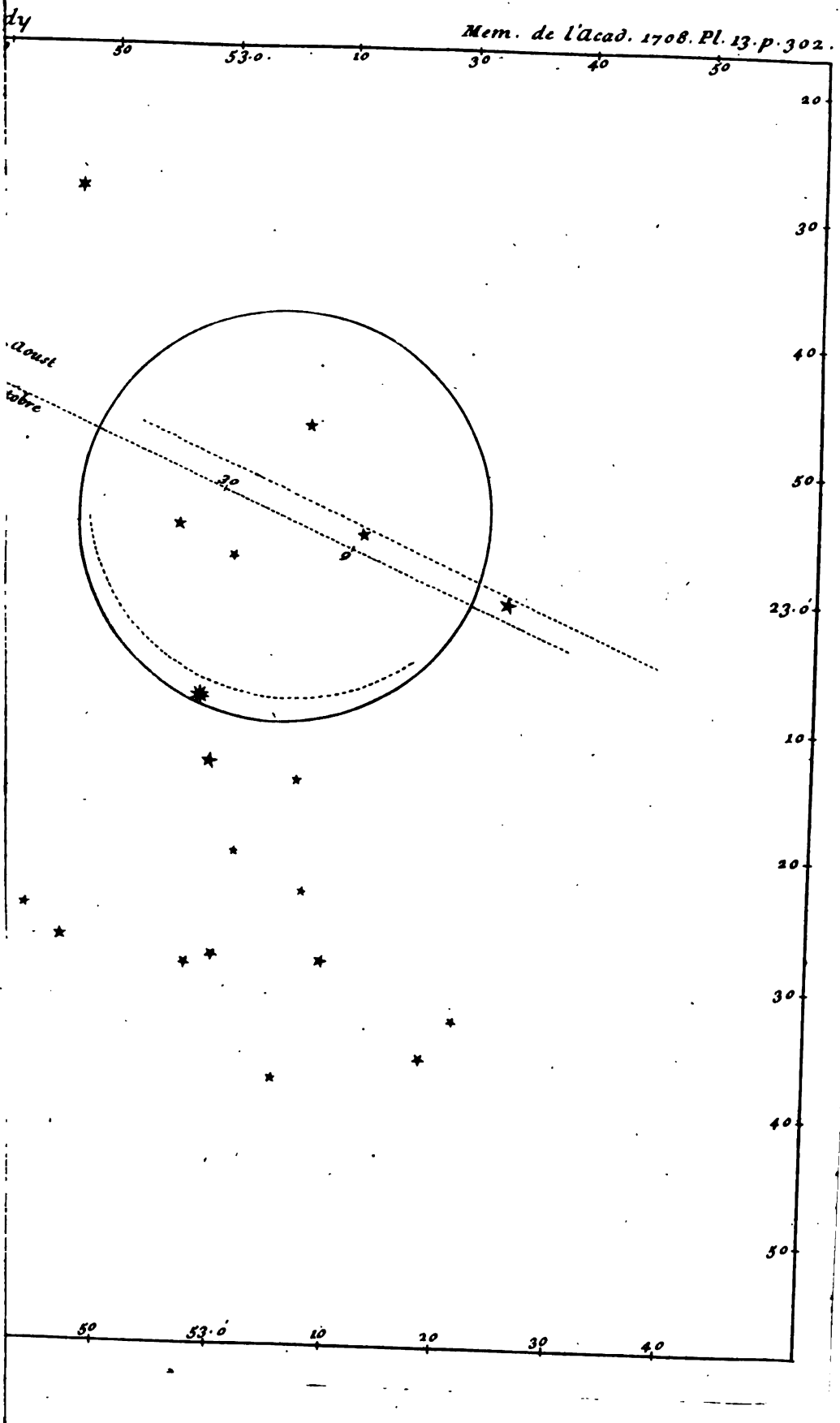
ACCORD DES SOLUTIONS

Du Mémoire du 18. Juillet dernier, pag. 250. &c. avec celles de M. Newton, & de M. Hugbens, touchant la ligne que décriroit un corps de pesanteur constante jetté suivant quelque direction que ce fût dans un milieu dont les résistances seroient en raison des vitesses de ce corps.

PAR M. V A R I G N O N.

1708.
22. Août.

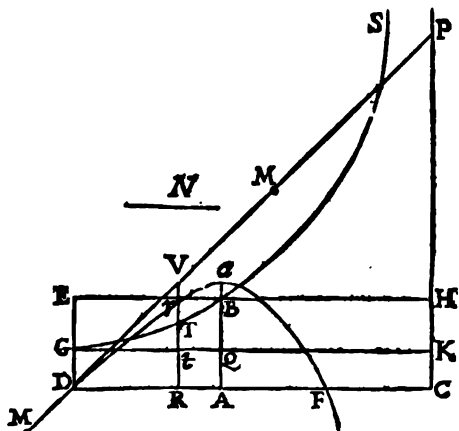
LE 18. Juillet dernier je donnay deux Solutions d'un Problème où il s'agissoit de trouver la Courbe que decroiroit un corps de pesanteur constante jetté à volonté dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps; & le mouvement de projection oblique considéré comme simple, m'ayant suffit pour cela, au lieu que M. Newton & M. Hugbens l'ont considéré comme composé d'un horizontal & d'un vertical, je promis de résoudre aussi ce Problème en décomposant ainsi le mouvement de projection, & de faire voir l'accord de mes Solutions avec celles de ces deux grands Geometres. Mais ce que j'ay trouvé sur tout cela étant trop long pour être ici, je croy qu'il suffira quant à présent de faire voir l'accord des deux Solutions précédentes avec les leurs, & conséquemment aussi des leurs entr'elles, en démontrant que la Courbe de projection que j'ay trouvée (pag. 251. &c.) sans décomposer le mouvement du jet, comme ils ont fait, en un horizontal & un vertical, est précisément la même que la leur : en voici l'Identité en me servant de leurs figures.



IDENTITÉ. I.

De la Courbe de projection trouvée par M. Newton dans l'hypothèse des résistances du milieu en raison des vitesses du corps mê, avec celle qui a été trouvée dans les Solutions des pag. 251. & 264. de ces Mémoires-ci.

I. Voici la construction que M. Newton donne de cette Courbe dans le Liv. 2. Sect. 1. Prop. 4. pag. 241. de ses Princip. Math. de la Phil. Nat. Si d'un point quelconque D on jette un corps de pesanteur constante suivant la ligne droite DP , dont la longueur DP exprime la vitesse de projection au commencement du mouvement, & que du point P on fasse la verticale PC qui rencontre en C l'horizontale DC ; soit cette horizontale divisée en A , en sorte que DA soit à AC comme la résistance initiale du milieu au mouvement de bas en haut, est à la pesanteur du corps jeté : c'est à dire suivant la Remarque 2. sur le Prob. 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 153. comme la vitesse initiale de bas en haut est à la plus grande (appelée terminale) que le mobile pût acquérir en vertu de sa pesanteur en tombant dans le milieu supposé. Puis après avoir fait une hyperbole quelconque $GTBS$ entre les asymptotes orthogonales CD , CP , laquelle rencontre en G , B , les verticales DG , AB ; soit achevé le parallélogramme $DGKC$ dont le côté GK coupe AB en Q . Soit enfin la ligne $N.QB :: DC. CP$. Et après avoir fait la verticale RV d'un point quelconque R de l'horizontale DC , laquelle verticale rencontre l'hyperbole $GTBS$ en



T , & les droites GK , DP , en t , V , soit prise $Vr = \frac{tGT}{N}$.

Cela fait, M. Newton démontre que la ligne $DraF$ qui passera par tous les points r ainsi trouvés, fera la Courbe de projection que le corps jetté suivant DP décrira dans le milieu supposé résistant en raison des vitesses de ce corps.

II. Pour tirer présentement de cette construction une équation de cette Courbe qui en fasse voir l'identité avec celle des Solutions des pag. 251. & 264. soit prise PM à DP comme la vitesse terminale du corps jetté est à sa vitesse initiale de projection suivant DP . Soient ensuite appelées MP , a ; DP , b ; CP , c ; DC , e ; AC , m ; AB , p ; DV , y ; Vr , x ; & DR , u .

III. Cela posé, l'hyperbole GBS donnera DC (e). AC (m) :: AB (p). $GD = \frac{mp}{e}$. Et RC ($e-u$). AC (m) :: AB (p). $RT = \frac{mp}{e-u}$. D'où résultent QB ($AB-GD$) = $p - \frac{mp}{e} = \frac{ep-mp}{e}$, l'aire hyperbolique $GDRt = \int \frac{mpdu}{e-u}$, le rectangle $GDRt = \frac{mpu}{e}$; & par conséquent le triline hyperbolique tGT ($GDRt - GDRt$) = $\int \frac{mpdu}{e-u} - \frac{mpu}{e}$.

IV. Mais après avoir pris N . QB ($\frac{ep-mp}{e}$) :: DC (e). CP (c). c'est à dire $N = \frac{ep-mp}{c}$, la construction (art. 1.) exige Vr (x) = $\frac{tGT}{N} = \frac{e \times tGT}{ep-mp}$. Donc (art. 3.) $x = \frac{e}{ep-mp} \times \int \frac{mpdu}{e-u} - \frac{c}{ep-mp} \times \frac{mpu}{e} = \frac{e}{e-m} \times \int \frac{mdu}{e-u} - \frac{cmu}{ec-em}$, & (en différentiant) $dx = \frac{e}{e-m} \times \frac{mdu}{e-u} - \frac{cmdu}{ec-em} = \frac{e}{e-m} \times \frac{medu-medu+medu}{ec-em} = \frac{mc}{ec-em} \times \frac{u du}{e-u}$. Donc aussi les triangles semblables DCP , DRV , donnant DP (b). DV (y) :: DC (e). DR (u). D'où résultent $x = \frac{ey}{b}$, $du = \frac{edy}{b}$, $e-u = e - \frac{ey}{b} = \frac{eb-y}{b}$, $u du = \frac{eydy}{bb}$, & $\frac{u du}{e-u} = \frac{eydy}{bb-by}$; l'on aura $dx = \frac{mc}{ec-em} \times \frac{eydy}{bb-by}$. V. Si

4. l'on aura ici $dx = \frac{aydy}{b-b'y}$ pour l'équation de la Courbe *DraF* de projection trouvée par M. Newton ; laquelle équation ayant aussi été trouvée dans les pag. 255. 269. & 270. du Mem. du 18. Juillet dernier ; pour celle de la Courbe que les Solutions des pag. 251. & 264. y ont données, fait voir l'accord de mes Solutions avec celle de ce grand Geometre. *Ce qu'il falloit premierement démontrer.*

REMARQUE.

*Sur la Parabole que le corps jetté auroit décrite dans le vuide,
suivant M. Newton.*

V I. Pour ce qui est de la Parabole que le corps jetté suivant DP , auroit décrite dans un milieu sans résistan-
1708. Qq

ce, M. Newton l'a aussi déterminée en démontrant (*Corol. 1. pag. 242. & 243. Princ. Math.*) que son parametre au point *D* de projection, auroit été $= \frac{2DP \times DP \times DA}{AC \times CP}$. Mais

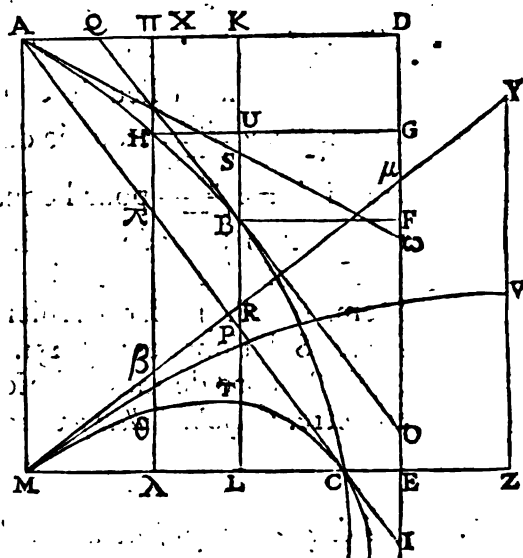
(art. 2. & 5.) $MP = a = \frac{mc}{e-m} = \frac{AC \times CP}{DA}$. Donc ce parametre en D doit aussi être $= \frac{2DP \times DP}{MP}$; & par conséquent le même, en d'autres noms, que celui que nous avons déterminé dans l'art. 2. de la Remarque des pag. 270. &c. pour ce point D de la Parabole cherchée.

IDENTITÉ II.

De la Courbe de projection trouvée par M. Hughens dans la précédente hypothèse des résistances du milieu en raison des vitesses du corps mù, avec celle qui a été trouvée dans les Solutions des pag. 251. & 264. de ces Mémoires-ci.

20 I. M. Hughens suppose dans la construction de cette

Courbe de projection (pag. 169. 170. & 171. de son discours de la cause de la pesanteur) : ce qu'il a dit, deux pages auparavant, de la logarithmique qu'il y emploie. Cette ligne infinie (dit-il) étant ABC, elle a une ligne droite pour asymptote, comme DE; dans laquelle se prend des parties égales quelcon-



ques qui se suivent, comme DG, GF, & que l'on tire des points D, G, F, des perpendiculaires jusqu'à la Courbe, savoir DA, GH, FB, ces lignes seront proportionnelles conti-

nues..... Soit KB parallèle à son asymptote, & qu'au point B cette Courbe soit touchée par la droite BO qui rencontre DE en O , & DA en Q . Laquelle tangente se trouve en prenant FO , depuis l'ordonnée BF , égale à une certaine longueur, qui pour toutes les tangentes est la même..... Puis soit AC parallèle à cette tangente, coupant KB prolongée en P ; & du point C , où elle rencontre la Courbe, soit tirée CLM parallèle à AD , & coupant KB prolongée, & AM parallèle à l'asymptote, aux points L & M .

M. *Hughens* après s'être servi l'pastruction pour énoncer les propriétés, que nous avons démontrée dans le dernier, pag. 212. &c. par rapport au mouvement dans un milieu qui leur résisteroit effectivement, il s'en sert aussi pour la construction dont il s'agit ici, en appelant chaque corps, la plus grande qu'il y a de sa pesanteur en tombant dans la même figure (dit-il pag. 171.) si l'angle horizontal est LMR , avec une vitesse donnée, dont le mouvement en haut soit à la vitesse ter. soit répétée la construction précédente. touche la Courbe ABC en A , rencontre SP à BP ainsi soit RL à LT , & l'écrit une figure proportionnelle au segment parallèles & également distantes de l'autre figure (il en fait deux ayant par tout la même raison de la Courbe MTC qui marquera la

M. *Hughens* n'en dit pas davantage que voici démontrée par son identité avec la nôtre des pag. 251. 264. 265. & avec la précédente $DraF$ (pag. 303.) de M. *Newton*. Pour cela soit présentement GH une ordonnée quelconque de la logarithmique ABC , par le point H de laquelle soit la droite HA parallèle à DE , & qui rencontre AD , APC , MR , MTC , ME , en Π , π , β , θ , λ . Soient ensuite les droites APC , MR , AS , prolongées jusqu'à la

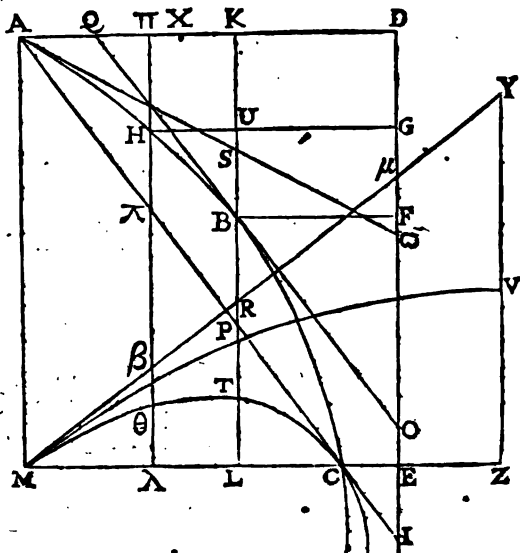
rencontre de DE en I , μ , ω , & enfin KL rencontrée en U par GH parallèle à DA .

II. Cela fait, la logarithmique ABC ayant ses sous-tangentes $D\omega$, FO , égales entr'elles, l'on aura aussi $\omega O = DF = KB$, outre $OI = BP$; & par conséquent $\omega I = KP$.

Soient presentement appellées $D\omega$ ou FO , a ; $M\mu$, b ; $E\mu$, c ; EM ou DA , e ; ML ou AK , n ; $M\beta$, y ; $\beta\theta$, x ; KU ou ΠH , t ; & UH , u .

III. Il est manifeste que si l'on prend $M\mu$ pour la

vitesse de projection suivant cette ligne, l'on aura ME pour la vitesse horizontale, & $E\mu$ pour la verticale, qui en résultent; & aussi (suivant la Remarque de la pag. 219. jointe aux Corol. 9. & 10. de la pag. 123.) FO ou $D\omega$ pour la terminale du corps jeté: de sorte que la vitesse de bas en haut



fera ici à la terminale :: $E\mu$. FO . Donc ayant aussi (art. 1.) AK à KD , ou ML à LE en cette raison; l'on aura ici $E\mu (c)$. $FO (a)$:: $ML (n)$. $LE = \frac{an}{c}$. Par conséquent (art. 2.) $ME (e) = n - \frac{an}{c}$, & $GH = u - \frac{an}{c}$.

On aura de plus FB ou $EL (\frac{an}{c})$. $FO (a)$:: $AK (n)$. $KP = c$. Et conséquemment aussi (art. 2.) $E\mu = KP = \omega I$: d'où résulte pareillement $\omega I = c$, & $DI = a - c$.

IV. Les parallèles DE , KL , donneront aussi $DA (e)$.

$KA(n) :: \omega A. SA :: \omega I(c). SP = \frac{cn}{c}$. Et $EM(e). LM(n) :: E\mu(c). LR = \frac{ne}{c}$. Par conséquent $SP = LR$. Mais (art. 1.) $SP.LR :: BP.LT :: H\pi.\lambda\theta$. Donc aussi $BF = LT$, & $H\pi = \lambda\theta$.

V. Les triangles semblables $ME\mu, M\lambda\beta$, donneront pareillement $M\mu(b). M\beta(y) :: ME(e). M\lambda$ ou $A\Pi = \frac{ey}{b}$. Et $M\mu(b). M\beta(y) :: E\mu(c). \lambda\beta = \frac{cy}{b}$. D'où résulte $\lambda\theta (\lambda\beta - \beta\theta) = \frac{cy}{b} - x$; & conséquemment aussi (art. 4.) $H\pi = \frac{cy}{b} - x$.

VI. Mais d'un autre côté, ayant (art. 3.) $DI = a + c$, & (art. 5.) $A\Pi = \frac{ey}{b}$, les triangles semblables $ADI, A\Pi\pi$, donnent $AD(e). DI(a+c) :: A\Pi(\frac{ey}{b}). \Pi\pi = \frac{ay+cy}{b}$. D'où résulte $H\pi (\Pi\pi - \Pi H) = \frac{ay+cy}{b} - t$. Donc (art. 5.) $\frac{cy}{b} - x = \frac{ay+cy}{b} - t$, ou $t = \frac{ay}{b} + x$, & $dt = \frac{ady}{b} + dx$.

VII. Or la logarithmique ABC , ayant $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{GH}$ (art. 3.) $= \frac{-du}{\frac{an}{c} + u}$, c'est à dire, $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{\frac{an}{c} + u}$ pour son équation, dont u (art. 2.) $= UH = KA - A\Pi$ (art. 2. & 5.) $= n - \frac{ey}{b}$, $du = -\frac{ey}{b}$, & $\frac{an}{c} + u = \frac{an}{c} + n - \frac{ey}{b}$ (art. 3.) $= e - \frac{ey}{b} = \frac{eb-ey}{b}$; cette logarithmique donnera aussi $\frac{dt}{a}$ $(\frac{-du}{\frac{an}{c} + u}) = \frac{ady}{b} \times \frac{b}{eb-ey} = \frac{ady}{b-y}$, ou $dt = \frac{ady}{b-y}$. Donc (art. 6.) $\frac{ady}{b-y} = \frac{ady}{b} + dx = \frac{ady+bdx}{b}$, ou $abdy = abdy - aydy + bbdx - bydx$; d'où résulte $\frac{aydy}{bb-by} = dx$ pour l'équation de la Courbe MTC de projection, construite par M. Hugghens : laquelle équation ayant aussi été trouvée dans les pages 255. 269. & 270. du Mem. du 18. Juillet dernier, pour celle de la Courbe que les Solutions des pag. 251. & 264.

y ont données ; & cy-deffus (*Ident. 1.*) pour celle de la Courbe *DraF* de M. Newton, fait voir l'accord de mes Solutions avec celles de ces deux Auteurs, & des leurs entr'elles. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*

R E M A R Q U E.

Sur la Parabole que le corps jetté auroit décrite dans le vuide, suivant M. Hugens.

VIII. M. Hugens, après avoir pris (*pag. 171.*) $AX = \frac{AK \times AK}{2DK}$, dit que comme *QA* à *AX*, si l'on fait que *TL* ait cette même raison à une autre ligne *VZ* ; ce sera la hauteur de la Parabole *MV* que fait le jet libre commencé en *M* avec la même force, & dans la même direction *MR*, qu'avoit l'autre jet.

Pour le démontrer, il faut considérer que l'analogie de $KP. KA :: FO. DK :: 2FO. 2DK$. donnant $\frac{KP}{2FO} = \frac{AK}{2DK}$, l'on aura aussi $\frac{KP \times KP}{2FO} . \frac{KA \times KA}{2DK} :: KP. KA :: BP. QA$. ou $\frac{KP \times KP}{2FO} . BP :: \frac{KA \times KA}{2DK} . QA :: AX. QA$. Mais en prenant $KP = KA$, on a vû en d'autres noms dans le Corol. 11. des pag. 142. & 143. du Mem. du 7. Mars dernier, que la hauteur du jet libre de bas en haut, étoit à son élévation malgré les résistances ici supposées :: $\frac{KP \times KP}{2FO} . BP$. Et (*Corol. 8. pag. 141. du même Mem.*) que *BP* étoit la hauteur de ce jet dans le milieu résistant. Donc la première de ces hauteurs sera pareillement ici à la seconde :: *AX. QA*. Et *TL* (*art. 4.*) = *BP*, sera cette seconde hauteur parcourue dans le milieu résistant (comme l'autre dans le milieu libre) jusqu'à extinction des vitesses de bas en haut. Donc en prenant *VZ. TL :: AX. QA*. l'on aura aussi *VZ* pour la hauteur du même jet dans le milieu sans résistance, c'est à dire, pour la hauteur de la Parabole qui y seroit décrite en vertu de ce jet, ainsi que l'a dit M. Hugens. Par conséquent si dans l'angle *LMR*

on ajuste YZ perpendiculaire à MC , & égale à la double VZ (ainsi qu'il le dit encore, pag. 172.) ; on aura le sommet de cette Parabole en V au milieu de YZ , & sa demie base ou demie amplitude MZ .

I X. Cette Parabole ainsi construite par M. Hughs, se peut encore démontrer être celle que le corps jetté (comme ci-dessus) suivant MY , décrirait dans un milieu sans résistance : cela, dis-je, se peut encore démontrer par l'identité de cette Parabole MV avec celle que nous avons démontrée dans le Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 250. &c. y devoir être décrite par ce corps ainsi jetté. Car si l'on considère que le parametre en M de celle (art. 8.) de M. Hughs, doit être $= \frac{MY \times MY}{VZ}$, & que $E\mu. M\mu :: ZY (2VZ). MY = \frac{2M\mu \times VZ}{E\mu}$. On verra que ce parametre en M doit aussi être $= \frac{4M\mu \times M\mu \times VZ}{E\mu \times E\mu}$. Mais à cause que (art. 8.) $VZ. TL :: AX. QA :: \frac{KP \times KP}{2FO}. BP$. ou $VZ. \frac{KP \times KP}{2FO} :: TL. BP$. Et que (art. 4.) $TL = BP$; l'on aura aussi $VZ = \frac{KP \times KP}{2FO}$. Donc ce parametre en M , doit pareillement être $= \frac{4M\mu \times M\mu \times KP \times KP}{2FO \times E\mu \times E\mu}$ (l'art. 3. donnant $E\mu = KP$) $= \frac{4M\mu \times M\mu}{FO}$. Ce qui est le parametre trouvé en d'autres noms dans l'art. 1. de la Remarque de la pag. 270. pour celui que la Parabole cherchée MV doit ici avoir en M . Ce qui prouve encore la validité de la construction que M. Hughs en a donnée dans les pages 171. & 172. de son *Discours de la cause de la pesanteur*, telle qu'on la voit dans le précédent art. 8.

Telle est la conformité de nos Solutions du Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 251. & 264. dans lesquelles le mouvement de projection a été considéré comme simple, avec celles de M. Newton & de M. Hughs, qui l'ont considéré comme composé d'un horizontal & d'un vertical ; non-seulement quant à la Courbe de projection dans un milieu résistant en raison des vitesses du corps jetté, mais encore quant à la Parabole que

ce corps auroit décrite en vertu du même jet dans un milieu sans résistance. Ainsi ayant déjà démontré dans le Mem. du 13. Juin dernier, pag. 212. &c. le surplus de ce que M. Hugbous avoit encore énoncé sans démonstration sur la fin de son Discours de la cause de la pesanteur, touchant les mouvemens faits dans ce milieu résistant, il ne nous reste plus qu'à démontrer aussi comment la Courbe de projection résultante de nos principes dans ce milieu, en considérant le mouvement oblique du jet comme composé d'un horizontal & d'un vertical, s'accorde encore avec celle de ces deux Auteurs : Ce sera pour un autre Mémoire, si ce que j'ay encore trouvé sur cela, peut devenir assez court pour être inséré dans ceux-ci. Quant à l'hypothèse des milieux résistans en raison des quarrés des vitesses des corps qui y seroient mis, beaucoup plus vrai-semblable que celle qu'on fait ici, on en verra aussi les conséquences dans d'autres Mémoires tirés de la Règle générale des mouvemens faits dans des milieux qui leur résisteroient en raison quelconque, démontrée dans la Proposition générale des Mem. de 1707. pag. 386. &c. Et dans le Lem. I. pag. 114. & 115. de ces Mémoires-ci.

M E M O I R E

Touchant les Acides & les Alkalis, pour servir d'addition à l'article du Sel principe, imprimé dans nos Memoires de l'année 1702. pag. 36.

PAR M. HOMBERG.

1708.
1. Septem-
bre.

JE me suis engagé dans une de nos dernières Assemblées de donner un éclaircissement distinct touchant la matiere des Acides & des Alkalis, voici l'idée que je m'en suis faite après une longue suite d'observations & de reflexions sur quantité d'operations Chimiques que j'ay faites en cette vûe, & que je rapporte icy comme toutes nos

nos autres reflexions de Physique, non comme des veritez constantes ou Mathematiques, mais comme des opinions qui par la quantité des faits qui y quadrent, m'ont paruës vrai-semblables.

J'appelle Acide manifeste tout ce qui imprime un goût aigre sur la langue, & j'appelle Alkali manifeste tout ce qui reçoit les acides avec ébullition & effervescence, & dont le mélange se cristallise en une substance saline. Pour les Acides & les Alkalis douteux, j'en parleray dans la suite de ce Memoire; mais comme il s'agit principalement de ceux de la premiere sorte, & qu'il s'en trouve de différentes natures, il sera bon de les examiner des leurs origines.

Les Sels que la nature nous fournit sans aucun mélange artificiel, ne laissent pas d'être des mélanges, dont la décomposition & la recomposition sont fort aisées à faire; ils se réduisent principalement en ces trois genres; sçavoir en salpêtre, en sel marin & en sel vitriolique; dont chacun a ses especes différentes, & de la combinaison desquels avec les différentes matieres huileuses sont produits tous les autres sels que nous connoissons; les analyses que nous en avons faites nous ont montré qu'ils sont composez de matieres aqueuse, terreuse, huileuse ou sulphureuse & acide. La matiere acide est le sel pur, que j'ay appelé le sel principe, qui est la base generale de tous les sels, & qui m'a paru uniforme ou semblable avant sa détermination particuliere pour quelqu'un des genres des sels connus, qui cependant ne se trouve seul ou sans mélange dans aucun sel, mais toujours accompagné de quelque matiere sulphureuse, & selon la nature de la matiere sulphureuse qui s'est jointe à l'acide pur, elle le détermine à être l'acide particulier de l'un des trois sels fossiles que nous avons nommez cy-dessus, dont les particularitez ont été amplement décrites dans mon article du sel principe.

Cet acide quoiqu'accompagné de la matiere sulphureuse déterminante, ne peut pas nous devenir palpable

& visible ; que lorsqu'il s'est logé ou naturellement dans quelque matiere terreuse , ou artificiellement dans une matiere simplement aqueuse ; dans le premier cas il nous paroît sous la forme d'un sel cristallisé comme le salpêtre , le sel marin , &c. & dans le second cas il nous paroît sous la forme d'un esprit acide , qui selon la détermination du souphre qui l'accompagne , est ou esprit de nitre , ou esprit de sel , ou esprit de vitriol.

Ce que je viens de dire icy des trois sels simples ou fossiles , se peut appliquer de même à tous les sels composés des plantes & des animaux , avec cette différence , qu'ils occupent toujours à proportion une plus grande quantité de matiere terreuse que les simples quand ils sont en forme de sel concret , & qu'ils occupent une plus grande quantité de matiere aqueuse quand ils sont en forme d'esprit acide , de là il résulte deux observations importantes , la première est que leurs esprits acides sont toujours à proportion plus foibles ou moins penetrans & plus legers en poids que ceux des sels fossiles ; la seconde est qu'ils laissent , après la violente distillation , une plus grande quantité de matiere terreuse que les sels fossiles ; au moins dans le grand feu la plupart du sel acide s'en separe en esprit acide ; il en reste cependant encore une partie si fortement enclavée dans cette terre , que le grand feu , en la réduisant en cendres , n'est pas capable de l'en chasser ; ce reste de sel acide suffit pour faire dissoudre dans l'eau une portion des cendres , ou de la terre dans laquelle il s'est logé , de sorte que la partie terreuse des cendres , qui a été entièrement dépouillée de son sel acide par la lixiviation , y reste en forme d'une simple terre insipide , & qui ne se fond plus dans l'eau , mais l'autre partie terreuse des cendres , qui dans le grand feu n'a pas été dépouillée de tout son sel acide , reste fondue dans l'eau de la lixiviation , & elle paroît , après l'évaporation de l'eau en forme de sel , que nous appellons ordinairement le sel fixe lixiviel de la plante , ou son sel alkali fixe. L'on ne separe pas aussi commodé-

ment le sel lixiviel des sels fossiles, si ce n'est des sels vitrioliques ; mais comme ils restent toujours mêlez de quelques parties métalliques, on ne s'en sert pas comme d'un simple sel alkali, aussi n'entend-on communément sous le nom de sel alkali fixe que les sels lixiviels des plantes.

Nous pouvons donc considérer le sel contenu naturellement dans les plantes comme un mélange composé de terre, de sel acide, d'huile & d'un peu d'eau, ce sel ayant été séparé de la plante sans un feu brûlant, se cristallise en un sel qui conserve quelquefois un goût acide, comme dans le tartre du vin, quelquefois une grande douceur comme dans le sucre, quelquefois il est fort amer comme dans le Quinquina, & quelquefois il est presque insipide comme dans la Sauge, dans la melisse, &c. J'appelle ce sel qui n'a pas encore passé par le grand feu, & qui contient encore toutes les parties qui entrent dans la concretion, le sel essentiel de la plante ; mais en exposant ce sel au grand feu, il se divise en ses principes qui le composoient, c'est à dire qu'il en vient par la distillation douce d'abord une eau toute simple & insipide, puis une liqueur acide, après quoy il en vient une liqueur rousse & fétide, qui contient en même temps une partie du sel acide & une partie de l'huile fétide de la plante, de la combinaison desquels il se compose un sel particulier toujours fétide & sentant l'urine, que l'on a appelé le sel volatile de la plante, ou son alkali volatile, & qui se tire aussi bien des plantes que de toutes les parties des animaux ; après le sel volatile, le feu ayant été augmenté, la distillation finit en continuant de fournir l'huile fétide de la plante, qui étoit entrée dans la concretion de son sel essentiel ; la tête-morte qui reste, après avoir été réduite en cendres, se partage par la lixiviation en une partie de sel fixe alkali, & en une partie de terre insipide alkaline.

Nous observerons que le sel essentiel se dissout entièrement dans l'eau, c'est à dire que toute la partie ter-

reuse qu'elle contient, se confond avec l'eau de maniere qu'on ne l'en scauroit distinguer à la vûe; mais lorsque ce sel a passé par le grand feu, qui en a enlevé la plûpart de son sel acide, la terre qui reste ne se dissout plus entièrement dans l'eau; c'est à dire que l'eau en devient fort trouble, & dépose une terre insipide qui ne se dissout pas par l'eau simple; mais quand on verse un esprit acide sur cette terre, elle s'y dissout de nouveau, & récomposé avec cet acide un sel qui se dissout entièrement dans l'eau, ce qui prouve assez vrai-semblablement que l'acide qui s'est introduit dans cette terre, & qui l'a changé en une des parties du sel concret, est la seule cause qu'elle se dissout dans l'eau; nous pouvons par-là vrai-semblablement conclure aussi, que l'autre partie des cendres qui se dissout dans l'eau, & qui paroît après l'évaporation sous la forme du sel fixe lixiviel, que ce sel, dis-je, ne se dissout dans l'eau que par le même moyen, c'est à dire que la terre doit avoir conservée une assez grande partie de son acide, pour suffire à sa dissolution.

Mais comme la terre de la plante entièrement raffinée de son acide devient un sel cristallisé, dans la composition duquel on ne peut pas faire entrer une plus grande quantité de ce même acide, & qu'au contraire le sel lixiviel, qui se retire des cendres dont nous venons de parler, ne se cristallise pas, & qu'il boit avidement les esprits acides qu'on y veut joindre, nous pouvons vrai-semblablement conclure que le sel lixiviel ou le sel alkali fixe n'est autre chose qu'une partie de la terre de la plante, qui a retenu une petite portion de son sel acide que le grand feu n'étoit pas capable d'en séparer, & qui suffit seulement pour le dissoudre dans l'eau, conservant une grande quantité de locules vuides ou de pores, pour y loger le premier acide qui se présentera à la place de celui qui en avoit été chassé par le grand feu; & comme l'on ne donne le nom d'alkali à un sel que parcequ'il boit & retient l'acide qu'on lui presente, pour en produire ensuite un sel cristallisé, le sel lixiviel des plantes pourra

être plus ou moins alkali selon qu'il absorbera une plus grande ou plus petite quantité d'acides, ou ce qui revient au même, selon qu'il contiendra plus ou moins de locules vuides à remplir d'acides; ce que nous avons toujours observé dans la grande quantité d'analyses des plantes qui ont été faites par l'ordre de l'Académie, où l'on trouve rarement deux sels lixiviels de différentes plantes qui soient d'égales forces d'alkali, de sorte que si pour mesurer cette force alkaline dans les sels lixiviels, on suppose que dans une certaine masse de cendres de plantes, pour être rassasiée de son acide, c'est à dire qu'elle ne fût point alkaline du tout, il fallût qu'elle contînt cent parties de terre & cent parties d'acide, & que pour être un sel alkali dans le plus fort degré, il fallût qu'elle contînt cent parties de terre & dix parties seulement d'acide, les autres quatre-vingt-dix étant à remplir par quelque acide, nous trouverions dans nos analyses des plantes des sels lixiviels, qui auroient des degrez d'alkali dans toutes les combinaisons de cent parties de terre qui contiendroient depuis dix jusqu'à cent parties d'acide.

Il arrive quelquefois qu'un sel alkali, ayant été rassasié d'une certaine sorte d'acide, qu'il ne laisse pas de recevoir encore & de retenir une partie d'un autre acide, ce que nous observons ordinairement lorsqu'un acide vegetal s'est logé le premier dans le sel lixiviel, apparemment parceque les acides vegetaux, ayant été rendus plus rares & plus legers par les fermentations qu'ils ont souffert dans les plantes, qu'ils occupent plus de place dans les pores des alkalis, & n'y penetrent pas si avant que les acides minéraux tirez des sels fossiles; de sorte que les acides plus solides & plus pesants des sels fossiles étant poussez plus vigoureusement dans les pores des alkalis, quoique remplis déjà d'un acide vegetal, il en pourra entrer encore une partie, en rangeant & en comprimant les acides rares des vegetaux qui ont occupé en premier lieu ces mêmes pores.

Ceci arrive toujours lorsqu'il paroît qu'un acide est un alkali à l'égard d'un autre acide, c'est à dire que des deux esprits acides, dont il pourroit s'agir, il y en a toujours un qui n'est pas sans mélange de quelque alkali, & que le plus rare de ces deux acides qui occupe les pores de l'alkali, est comprimé dans ces pores par un acide plus solide; comme, par exemple, un étuis qu'on auroit rempli à force de coton, ne laissera pas de recevoir encore fort aisément plusieurs aiguilles qu'on y voudroit fourer.

Nous observons que les sels volatiles qui sentent l'urine sont alkalis aussi-bien que les sels fixes lixiviels des plantes, c'est à dire qu'ils reçoivent comme eux les acides avec avidité, qu'ils les retiennent, & qu'ils composent ensemble des sels qui se cristallisent. Nous sommes bien persuadés par la volatilité de ces sels qu'ils ne sont pas un mélange d'une matiere purement terreuse avec un peu d'acide, comme le sont les sels lixiviels, parcequ'une simple terre ne peut pas devenir volatile par le mélange d'un peu d'acide. J'ay toujours eu lieu de croire que leur composition, à la verité, n'est autre chose qu'une portion de la même matiere qui auroit produit le sel fixe lixiviel, mais qu'elle est mêlée intimement de beaucoup d'huile fétide de la plante, & que cette huile est la seule cause de la volatilité de ces sels; & comme toutes les huiles distillées absorbent les acides de la même manière que font les alkalis, ces sels reçoivent dans toutes leurs parties toutes sortes d'acides, & en s'en rassasiant ils composent de même que les alkalis fixes, des sels qui prennent, en se cristallisant, la figure du sel fossile qui avoit produit l'acide dont ils ont été rassasiés.

Quoique toutes les plantes produisent du sel volatile qui sent l'urine, & que les uns en rendent plus, les autres moins dans leurs analyses, il en provient cependant une quantité incomparablement plus grande de quelque partie animale que ce puisse être, & même des insectes & des poissons, apparemment parceque dans les animaux vivans, la chaleur plus grande que dans les plantes, tra-

vaille & joint plus intimement les parties huileuses avec les salines & les terreuses, pour les disposer à paroître dans les analyses plutôt en la composition volatile du sel d'urine, qu'en celle d'un sel fixe plus simple ou lixiviel, qui ne se trouve qu'en tres-petite quantité dans les animaux, & en plus grande quantité dans les plantes; cependant quelque grande ou quelque petite quantité de sel d'urine qu'on tire, soit des animaux ou des plantes, il m'a toujours paru que ces sels sont à peu près semblables entr'eux, c'est à dire sans aucune difference sensible, & qu'ils produisent les mêmes effets en les joignant aux esprits acides, ou en les employant en médicamens, pourvu qu'on en separe toutes les parties purement huileuses superflues, & qui y sont mêlées superficiellement sans être de la composition même de ces sels.

Il se trouve outre les sels alkalis encore une infinité d'autres matieres alkalines, qui produisent à peu près les mêmes effets avec les acides que les sels alkalis que nous venons d'examiner: ces matieres alkalines sont de différentes natures, quelques-unes en sont purement terreuses, comme la chaux, le marbre, les terres figillées, &c. D'autres sont métalliques, parmi lesquels les uns ont leurs acides affectez pour s'y dissoudre comme l'or, l'érain & l'antimoine par l'eau regalée, l'argent, le plomb & le mercure par l'eau-forte, & les autres par toutes sortes d'acides, comme le fer, le cuivre, le zink, le bismut, &c. Il y'en a d'autres qui sont de la classe animale, & consistent; 1°. En toutes sortes de matieres pierreuses, qui se trouvent dans les viscères de differens animaux, comme le calcul humain, les bezoards, les yeux d'écrevisses, &c. 2°. En des matieres testacées & en des coquillages, comme les perles, les coquilles d'huîtres, les os des seiches, les envelopes des écrevisses, &c. 3°. En des parties animales, qui par la longueur du temps, ou par quelque autre accident sont devenues pierreuses ou simplement terreuses, comme l'unicornu fossile, &c. Enfin presque toutes les plantes pierreuses marines sont aussi des

matieres alkalines, comme le corail & semblables. Toutes ces matieres se dissolvent avec ébullition & effervescence par les acides, & ils composent ensemble dans leurs cristallisations, des matieres salines de differentes figures, comme font les sels alkalis fixes & volatiles.

Nous avons observé que tous les alkalis, de quelque nature qu'ils soient, s'unissent aux acides avec ébullition & effervescence, il ne s'ensuit pas pour cela, que tout ce qui s'unit aux acides avec ébullition & effervescence soit un alkali; car toutes les huiles distillées, soit essentielles ou fétides, produisent les mêmes effets avec les acides, & même avec plus d'éclat, car souvent le feu y prend, ce qui n'arrive jamais aux effervescences causées par le mélange des acides & des alkalis; mais nous avons remarqué aussi au commencement de ce Memoire, qu'il ne suffit pas, pour être un alkali, que la matiere bouillonne & s'échauffe avec les acides, il faut aussi qu'après ces deux actions le mélange se cristallise en une matiere saline, ce que les simples huiles joints aux acides ne font pas, ils ne produisent point de matieres salines ni se cristallisent, mais ils composent une matiere résineuse inflammable, approchante en consistance à peu près au benjoin, ce qui est la cause pourquoy nous n'avons pas rangé les huiles distillées parmi les differentes especes des alkalis.

Pour les acides & les alkalis douteux, c'est à dire ceux qui ont conservé si peu de la nature de l'un ou de l'autre, qu'ils ne puissent pas donner les marques que nous avons attribuées à leurs caracteres, l'on ne sçauroit mieux faire pour les démêler, que de les confondre avec les infusions violettes des fleurs des plantes, qui rougiront plus ou moins par les uns, & qui verdiront par les autres.

Il me reste encore à dire de quelle maniere je conçois que les acides agissent sur les alkalis, ce que c'est que cette grande quantité de bulles que l'on observe pendant leur action, & ce qui excite la chaleur qu'on y ressent. Voici comment je m'imagine que tout ceci arrive : J'ay
remarqué

remarqué dans mon article du souffre principe, que la matiere de la lumiere qui occupe tout l'espace de l'univers, est dans un mouvement perpetuel par les secousses que le Soleil & les Etoiles fixes lui donnent continuellement, & que ce mouvement s'étant rallenti dans certaines occasions, se peut rétablir & augmenter considérablement par l'approche de quelque flamme, que j'ay supposé être la seule matiere capable d'imprimer du mouvement à la matiere de la lumiere, qui ne peut pas être en un grand mouvement sans heurter continuellement contre tous les corps solides, & sans passer au travers de tous les corps poreux qu'elle rencontrera en son chemin.

Nous pouvons donc nous imaginer que les acides, que je suppose avec tout le monde des petits corps solides & pointus, qui nagent librement dans une liqueur aqueuse, sont en un mouvement tres-libre & continuel, étant poussez continuellement par la matiere de la lumiere; & que les sels alkalis, que je suppose être des corps poreux ou spongieux, dont les pores ont été autrefois remplis par les pointes des acides, & qui en conservent toujours les moules, sont tout prêts à recevoir ces pointes lorsqu'on voudra les pousser dedans. Il est aisé à concevoir que si dans la liqueur où nagent les pointes solides des acides, on fait nager aussi les petits corps poreux des sels alkalis qui ont conservé en creux la figure des pointes des acides, qui les occupoient avant que le grand feu les en eut chassés; que ces pointes, dis-je, étant poussées par la matiere de la lumiere, renfileront tout aussi-tôt les pores des sels alkalis, qui ont été faits exprés pour les loger, & qu'elles le feront encore plus promptement si elles y sont poussées par la matiere de la lumiere, dont le mouvement aura été acceleré par une chaleur extérieure.

L'introduction des acides dans les sels alkalis, selon toutes les apparences, se fait avec une grande vitesse & avec beaucoup de frottement, puisqu'elle produit une chaleur fort sensible, & comme les pores de ces alkalis

ne laissoient pas d'être remplis d'une matiere aërienne, qui en est chassée par les pointes des acides en prenant leurs places, cet air paroît dans l'action & produit les bulles qu'on y remarque, qui sont d'autant plus sensibles que la chaleur qui accompagne cette action est grande, qui est capable, comme tout le monde sçait, de dilater prodigieusement le volume de l'air.

Tout ce que nous venons de dire icy de l'action des acides sur les sels alkalis, arrive aussi dans leur action sur les autres matieres alkalines; mais comme ces matieres par leur solidité ne sont pas en état de recevoir aussi vite & en aussi grande quantité à la fois les pointes des acides, l'action en dure plus long-temps, & la chaleur continuée s'augmente de plus en plus; de sorte que dans l'action des acides sur ces matieres l'on s'apperçoit d'une chaleur infiniment plus grande que dans celle sur les sels alkalis; & comme la grande chaleur n'est autre chose que le concours d'une grande quantité de matiere de la lumiere, qui agit violemment dans un petit espace, cette matiere pressée occupe sensiblement de la place, & range pour un moment la liqueur dans laquelle elle se trouve, & y paroît en bulles, à peu près de la même maniere que fait l'air lorsqu'il occupe de la place dans l'eau, avec cette différence pourtant, que l'air étant un corps grossier en comparaison de la matiere de la lumiere, ne peut pas se disperser à travers la substance de l'eau, & passer par les pores du vaisseau comme fait la matiere de la lumiere, ce qui fait que l'air est toujours obligé de traverser toute la masse de l'eau, & d'en fortir par la superficie, ce qui continue le bouillonnement dans toute l'étendue de la liqueur jusqu'à la superficie, quelque haute qu'elle soit dans le vaisseau; mais dans le bouillonnement causé par le concours d'une grande quantité de matiere de lumiere, il ne paroît des bulles que dans un fort petit espace autour du corps qui produit ce bouillonnement, & ces bulles n'atteignent pas la superficie de la liqueur quand elle est un peu haute, s'évanouissant dans la sub-

stance même de la liqueur, ce qui arrive toujours dans les dissolutions des alkalis terreux & métalliques.

OBSERVATION

D'une Comete qui a paru à la fin de Novembre 1707, faite à Bologne par M^r Manfredi & Stancari dans l'Observatoire de M. le Comte Marfigli, avec des Reflexions de M. Cassini.

ON a observé à Bologne une Comete depuis le 25 1708.
 Novembre 1707 jusqu'à la fin de l'année, & on la 4. Juillet.
 voit même encore ces premiers jours de Janvier, autant que le mauvais temps le permet, en la cherchant avec des Lunetes à l'endroit où elle se trouve, qui est dans la Voye de lait. Je ne la découvris que le 25 Novembre à 7 heures du soir, ayant jetté les yeux par hazard sur la Constellation du Capricorne où elle se trouvoit. Il est pourtant aisé de conclure par les Observations suivantes qu'on auroit pû la voir à Bologne un ou deux jours auparavant, c'est à dire le 22 & le 23. Avant ce temps elle étoit dans la partie du Ciel qui demeure toujours cachée sous l'horizon de Bologne. Elle parut d'abord à la vûë simple comme une étoile nebuleuse à peu près de la grandeur de Jupiter; mais en la regardant par des Lunetes, on voyoit à son milieu comme un noyau envelopé de rayons en forme de chevelure, le tout de couleur blanche, & d'une lumiere tres-foible. Ce noyau n'étoit pas bien rond, ni de figure reguliere, mais il paroissoit interrompu en plusieurs endroits, soit que ce fût un amas de plusieurs petits corps un peu éloignez entr'eux, soit qu'il y eût des taches à sa surface. Les nuits suivantes la Comete a toujours diminué de grandeur apparente, en sorte que depuis le 16 Decembre je ne l'ay pû trouver

S f ij

qu'à l'aide des Lunetes. Pendant tout ce temps elle n'a point eu de queue.

Le 25 Novembre aussi-tôt qu'on découvrit la Comete, on remarqua auprès d'elle deux petites étoiles fixes, qu'on voyoit dans la même ouverture de la Lunete de 8 pieds avec laquelle on la regardoit. Ces étoiles ne sont pas marquées ni dans les Tables de Bayer, ni dans les Catalogues que nous avons icy. Mais par la comparaison qu'on en a fait avec d'autres étoiles fixes dont la situation est connue, on trouve qu'elles se rapportent à 4 degrés $\frac{1}{2}$ du Verseau avec une latitude australe de 5 degrés ou environ. Il n'a pas été possible d'en verifier la position plus exactement. A 7 heures 14' 47" après midy le centre de la Comete se trouvoit dans la ligne droite qui joint ces deux étoiles, & sa distance à la plus boreale des deux étoit la troisième partie de la distance de l'une à l'autre, ce qui pourra servir pour déterminer exactement le lieu de la Comete lorsqu'on aura le loisir de verifier ces étoiles. Cette ligne étoit fort peu inclinée au vertical, dont elle declinoit du Midy vers l'Orient. Cette position à l'égard du vertical avec les autres circonstances marquées, pourra servir pour reconnoître ces étoiles & en trouver le lieu. Il est encore à remarquer qu'à 7^h 22' 35" la Comete touchoit presque l'étoile la plus boreale par son bord précédent, & cette étoile étoit comme envelopée dans la chevelure de la Comete, ce qui n'empêchoit pas qu'on ne la vît fort bien. M. Stancari remarqua aussi que la Comete avoit un mouvement fort vite du Midy vers le Septentrion par une ligne qui étoit dirigée à l'Écliptique presque à angles droits, & vers le 5^e degré du Verseau. Elle parcourut pendant 27' d'heure un espace égal à peu près à la distance des deux étoiles, que l'on jugea de 9' d'un grand cercle, ce qui étoit en raison de 8 degrés par jour. Les Observations suivantes ont confirmé ces premières suppositions.

Le 26 Novembre le Ciel fut couvert. Le 27 la Comete étoit vers les deux étoiles du Linge, qui sort de la main

précédente du Verseau marquées par Bayer ϵ & μ . Il étoit fort difficile d'en prendre la différence d'ascension droite & de déclinaison par le moyen des Micrometres; car aussi-tôt qu'on éclaircit le verre objectif pour découvrir les filets qui sont au foyer, la Comete disparoissoit; c'est-pourquoy on n'en fit l'observation qu'avec beaucoup de peine. A 6 heures 41' après midy la Comete passoit par le cercle horaire 8' 17" avant l'étoile ϵ , & 1' 28" avant l'étoile μ . Sa déclinaison étoit pour lors plus australe que l'étoile μ de 34' de tems, autant qu'on peut estimer. Quoiqu'il en soit, il est certain que le parallele de la Comete étoit entre les deux paralleles de ces fixes, & beaucoup plus proche de celle qui est marquée μ que de l'autre. Ayant supposé la longitude de l'étoile μ de 8° 59' du Verseau, & la latitude boreale de 8° 19', on trouve par le calcul son ascension droite de 309° 12', & sa déclinaison australe de 10° 0', dont on a l'ascension droite de la Comete pour l'heure de l'observation de 305° 49', sa déclinaison australe de 9° 51', sa longitude de 5° 45' du Verseau, & sa latitude Septentrionale de 9° 17'.

Le 28 comme l'on se préparoit pour observer le lieu de la Comete le Ciel se couvrit. On fit pourtant à la hâte quelques alignemens qui peuvent servir pour en déterminer le lieu à peu près. A 7 heures 10' je remarquay qu'en tirant une ligne droite par l'étoile de la main d'Antinous marquée θ , & par la Luisante de l'épaule Occidentale du Verseau, la Comete étoit environ 50' plus australe que cette ligne; & qu'en prolongeant vers l'Orient une autre droite qui joint les deux α & θ d'Antinous, la Comete étoit aussi plus australe de 20' que cette autre ligne. Peu après M. Stancari en la comparant à cette dernière ligne droite la trouva 15' plus australe, & remarqua aussi qu'elle étoit éloignée également de l'étoile θ d'Antinous & de l'étoile ϵ du Verseau. Ayant rapporté ces mesures sur le Globe de Blaeu, & prenant un milieu entre les deux Observations qui ne s'accordent pas précisément, on trouve le lieu de la Comete à peu près à 7° du

Verseau avec une latitude boreale de 15 degrés, en tenant compte du mouvement que les étoiles fixes ont fait depuis la construction de ces Globes.

Le 29 on fut encore obligé par le mauvais tems de se contenter de la détermination qu'on pouvoit faire de la Comete, en la comparant à la vûë simple avec des fixes qu'on entrevoyoit parmi les nuages. A 7 heures 10' nous la trouvâmes 5' plus australe que la droite tirée par l'étoile θ d'Antinous & l'étoile α du petit Cheval, & 20' aussi plus australe que la droite qu'on tireroit par l'étoile β de l'Aigle & la Luisante de l'épaule Occidentale du Verseau. Son lieu déterminé par ces mesures sur le Globe de Blaeu, tombe fort près du cercle Equinoxial à $7\frac{1}{2}$ du Verseau avec une latitude Septentrionale de 19 degrés.

Le 30 le Ciel fut couvert tout le jour & toute la nuit suivante.

Le 1 Decembre on voyoit assez bien la Comete non-obstant la lumiere de la Lune. A 6 heures 28' elle étoit dans la ligne droite prolongée qui passe par les deux fixes α & ϵ du Dauphin, ou un peu vers l'Orient, & sa distance à l'étoile ϵ étoit égale à la distance des deux ϵ & α . Ce lieu se rapporte à $7\frac{1}{2}$ du Verseau & à 5 de latitude Septentrionale.

Le 2 Decembre ayant pointé la Lunete de 8 pieds à la Luisante de l'Aigle, & l'ayant fait passer par la partie supérieure de l'ouverture de cette Lunete qui renverse, on attendit la Comete qui devoit passer par la partie inférieure de cette ouverture, à ce que l'on jugeoit; mais la Comete s'approchant de l'endroit du Ciel auquel la Lunete étoit pointée, on s'apperçût qu'elle n'y passeroit point; c'est-pourquoy sans toucher la Lunete on observa le passage d'une petite fixe qui y passoit par la partie inférieure, & par la comparaison des tems auxquels ces deux étoiles passerent par les fils obliques & par l'horraire, on trouva que la petite fixe suivoit l'Aigle de $34' 13''$, & qu'elle en étoit plus boreale de $34''$ de temps. Alors ayant changé la Lunete de place, & y ayant fait

passer la même petite fixe dans la partie supérieure, la Comete vint dans la partie inférieure, & par la comparaison des heures on trouva qu'elle passoit par le cercle horaire $1^{\circ} 30''$ de temps après la petite étoile fixe, & qu'elle avoit une déclinaison plus boreale que celle de la fixe de $2^{\circ} 0''$ de tems. La Comete passoit donc 35 minutes après la Lufante de l'Aigle, & elle en étoit plus boreale de $2^{\circ} 34''$ de temps. Or l'ascension droite de l'Aigle étant de $294^{\circ} 8'$, & sa déclinaison Septentrionale de $8^{\circ} 7'$. L'ascension droite de la Comete sera de $303^{\circ} 5''$, & sa déclinaison Septentrionale de $8^{\circ} 46'$, d'où l'on trouve sa longitude de $7^{\circ} 41'$ du Verseau, & sa latitude boreale de $28^{\circ} 1'$. Cette Observation a été faite à 8 heures après midy.

Depuis le 2 Decembre jusqu'au 6 le Ciel fut couvert.

Le 6 Decembre je vis la Comete qui avoit passé la constellation du Dauphin, mais les nuages m'empêchèrent d'en faire l'Observation.

Le 7 M. Stancari compara la Comete avec l'Etoile α de la Fleche, & à 8 heures après midy il trouva que la Comete passoit $38^{\circ} 50''$ après cette étoile, & en étoit plus australe de $55''$ de temps. Si l'on suppose la longitude de cette fixe de $26^{\circ} 54'$ du Capricorne, & sa latitude boreale de $38^{\circ} 52'$, on trouve par le calcul son ascension droite de $291^{\circ} 40'$, & sa déclinaison de $13^{\circ} 23'$. Donc l'ascension droite de la Comete sera de $301^{\circ} 24'$, sa déclinaison boreale de $17^{\circ} 9'$, sa longitude de $8^{\circ} 17'$ du Verseau, & sa latitude Septentrionale de $36^{\circ} 33'$.

Depuis le 7 jusqu'au 11 Decembre les nuages ont toujours empêché de continuer les Observations.

Le 11 Decembre à 5 heures 45' du soir la Comete étoit un peu au-dessous de la ligne droite prolongée vers l'Orient, qui joint les deux fixes θ & μ de la Fleche, & elle étoit alors éloignée vers l'Orient de la première de ces deux étoiles autant que cette fixe est éloignée de l'autre. Ce lieu tombe environ à $10^{\circ} 50'$ du Verseau avec une latitude Septentrionale de $40^{\circ} 55''$.

Depuis le 11 Decembre on a encore observé la Come-

te le 13, le 16, le 20, le 26 Decembre, & le 3 Janvier en la comparant à des étoiles informes qui sont au Septentrion de la Fleche, & à des autres dans la Voye de lait; mais comme il seroit tres-difficile & même inutile de décrire toutes ces étoiles sans en marquer les lieux, qui ne sont pas dans les Tables ni dans les Globes, il faut attendre que le tems nous permette d'en déterminer la position par rapport à des autres fixes connus.

Ayant rapporté toutes ces positions de la Comete telles qu'on les a observées sur le Globe de Blaeu, on voit qu'elles tombent à peu près sur un grand cercle, sans qu'elles s'en écartent plus de ce qu'on peut attribuer d'erreur aux Observations, & particulièrement à celles qui ont été faites à la vûë simple par des allignemens avec des fixes. Si l'on prend les trois Observations du 27 Novembre, du 2 & du 7 Decembre qui sont les plus assurées, elles tombent précisément dans un même grand cercle qui coupe l'Ecliptique au 25 du Verseau, & fait avec elle un angle d'environ $85^{\circ} \frac{1}{4}$ dans la partie Septentrionale vers l'Orient. Mais si on veut tenir quelque compte des autres Observations & prendre un milieu entre toutes, cet angle est de $85^{\circ} 7'$, le lieu de la section ne changeant presque point. Il n'y a pas moyen de faire tomber sur ce cercle l'Observation du 11 Decembre, sans y supposer une erreur de plus d'un degré. D'ailleurs ayant placé sur le Globe à peu près & par estimation les Observations faites depuis ce jour-là, on voit que la route de la Comete se courbe tres-considérablement du côté de l'Orient. C'est pourquoy l'on peut juger qu'elle avoit aussi commencé de se courber avant le 11 de Decembre, & que le point d'inflexion sensible tombe entre le 7 & le 11.

En prenant donc pour la route de la Comete au moins jusqu'au 7 de Decembre le grand cercle qui coupe l'Ecliptique à $5^{\circ} 8'$ du Verseau avec un angle de $85^{\circ} 7'$, on trouve qu'il coupe l'Equinoxial à $304^{\circ} 30'$ avec un angle de $81^{\circ} 20'$ dans la partie australe vers l'Orient.

L'on voit par-là que le mouvement de la Comete en
ascension

ascension droite a été contre la suite des signes, quoique son mouvement en longitude fût direct. Ensuite ayant tiré des petits arcs perpendiculaires au grand cercle de tous les lieux observez de la Comete qui s'en écartent quelque peu pour les réduire à une route reguliere, on trouve ses ascensions droites comme dans la Table cy-jointe, les ayant réduites toutes à 7 heures après midy. Pour ce qui est des déclinaisons elles ne changent point par cette réduction, & on peut prendre celles de cette Table, qui est aussi pour 7 heures après midy, & dans laquelle on a suppléé les déclinaisons qui n'ont pas été observées immédiatement par le calcul, ou par la mesure actuelle sur le Globe.

Ascension droite. Declinaison australe.

| | | | |
|-----------|----|----------------------|---------------------|
| Novembre. | 25 | 308 ^d 25' | 24 ^d 17' |
| | 27 | 305 50 | 9 51 |
| | 28 | 305 7 | 4 3 |
| | 29 | 304 30 | 0 0 |

Ascension droite. Declinaison sept.

| | | | |
|-----------|----|----------------------|--------------------|
| Decembre. | 1 | 303 ^d 35' | 5 ^d 51' |
| | 2 | 303 7 | 8 40 |
| | 7 | 301 24 | 17 7 |
| | 11 | 301 4 | 21 45 |

Quant à la parallaxe de cette Comete on auroit souhaité d'en pouvoir faire la recherche dès les premiers jours de son apparition, lorsque son mouvement qui étoit fort vite, & son diametre apparent assez grand faisoient connoître qu'elle étoit le plus proche de la Terre; mais le tems ayant toujours été contraire, on n'en pût faire rien jusqu'au 2 Decembre. Ce soir en comparant la Comete avec une petite fixe qui la précédoit de quelques secondes, on trouva qu'à 6^h 11' après midy cette étoile précédoit la Comete de 30" de tems; & à 8^h 53' de 17". La difference est de 13", dont la Comete a acceleré son mouvement vers l'Occident dans l'espace de 2^h 42'. Or en calculant les differences journalieres d'ascension droite de la Comete observées & réduites à un grand cercle,

comme cy-dessus, ayant égard à l'inégalité de son mouvement, on trouve que dans ce tems elle devoit accélérer de $11''$, il n'y a donc que $2''$ pour la parallaxe; & comme on peut même attribuer ces $2''$ ou à l'observation ou à la détermination qu'on a fait du mouvement de la Comete, il paroît qu'elle n'a pas une parallaxe évidente, ou du moins est-elle fort petite. Le 7 Decembre on fit d'autres Observations pour cet effet, & l'on trouva qu'à $5^h 48'$ une fixe passoit par le fil horaire $58''\frac{1}{2}$ après la Comete, & qu'à $9^h 1'$ elle passoit $65''$ après, ces Observations étant réitérées & confirmées plusieurs fois. L'accélération de la Comete vers l'Occident est de $6''\frac{1}{2}$, ce qui s'accorde dans la seconde à son mouvement en ascension droite pour ce tems tiré des Observations. Il n'y a donc point icy de parallaxe sensible.

*Reflexions sur les Observations de la Comete faites à
Bologne par M^r Manfredy & Stancari.*

1708.
4 Juillet.

Comme la Comete que nous avons apperçûe à Paris à la fin du mois de Novembre étoit portée par son mouvement particulier par les étoiles fixes du Midy au Septentrion, & que Bologne est plus meridionale que Paris de 4 degrés $\frac{1}{2}$, elle arriva plutôt sur l'horizon de Bologne que sur celui de Paris, où la constitution de l'air étoit aussi moins propre pour les observations du Ciel. Elle fut donc observée à Paris par M. Maraldi & par mon Fils trois jours plus tard qu'elle n'avoit été observée à Bologne, c'est à dire le 28 de Novembre. Le jour suivant nous en donnâmes part à l'Academie, à laquelle nous fîmes le rapport des Observations qui nous avoient servi à déterminer sa situation, & en même tems nous en donnâmes avis à nos Correspondans en France, afin qu'ils pussent prendre part aux Observations de ce Phenomene.

On a fait le rapport à l'Academie des Observations qu'on a continué de faire, & des consequences qu'on en a tirées. Et comme M. Manfredi a dit avoir comparé la Co-

mete à des étoiles fixes prochaines qui ne sont pas décrites ni dans le Catalogue ni dans les Cartes , ce qui l'a empêché souvent d'en tirer la situation exacte de la Comete, M. Maraldi a envoyé à M. Manfredi la situation qu'il avoit déterminée par ses Observations de plusieurs de ces étoiles qui se sont rencontrées proche de la route de cette Comete.

Il y a cependant dans cet Exemplaire des Observations qui ont servi à M. Manfredi à chercher la parallaxe de cette Comete par la même methode que nous donnâmes à l'occasion de la Comete de 1680, c'est à dire par l'Observation de la différence de l'ascension droite entre la Comete & une étoile fixe observée en divers jours & en diverses heures du même jour.

M. Manfredi témoigne qu'il n'y a trouvé qu'une fois 2 secondes d'heure pour argument de cette parallaxe , & qu'il n'est pas assuré si ces deux secondes se doivent attribuer à la parallaxe , ou à la difficulté de l'Observation , & que dans d'autres Observations il n'y a pas trouvé de différence sensible. Le cours de cette Comete du Midy au Septentrion étoit des plus propre pour cette maniere d'observer , parceque l'ascension droite de la Comete ne varioit pas sensiblement dans une espace assez considerable de tems.

Nous attendons les conclusions que M. Manfredi aura tirées de la comparaison de ses Observations avec les étoiles fixes , après qu'il aura reçu les Mémoires que nous lui avons envoyez.

Cependant M. Manfredi ayant choisi trois de ses Observations faites le 17 Novembre , le 2 & le 7 Decembre qui sont les plus assurées , il les a trouvées précisément dans un même grand cercle qui coupe l'Ecliptique au 5^d du Verseau , & fait avec elle un angle d'environ $85^{\text{d}} \frac{1}{2}$ dans la partie Septentrionale vers l'Orient. Mais si on veut tenir quelque compte des autres Observations ; & prendre un milieu entre toutes , cet angle est de $85^{\text{d}} 7'$ coupant l'Ecliptique presque dans le même lieu. L'Ob-

servation du 11 Decembre decline de ce grand cercle, & s'en éloigne de plus d'un degré du côté de l'Orient. Il croit que la trace de la Comete a commencé à se courber entre le 7 & le 11 Decembre.

Nous avons observé une semblable courbure dans la route de la Comete de l'an 1664 vers la fin de son apparition, & nous l'avions représentée dans les Ephemerides que nous en dressâmes. Elle nous parut analogue à la courbure que la route des Planetes ordinaires fait dans le terme de ses directions & retrogradations. M. Manfredi trouva aussi que la route de cette Comete coupe l'Equinoxial à $304^{\text{d}} 30'$ avec un angle de $81^{\text{d}} 20'$, d'où l'on voit que le mouvement de la Comete en ascension droite fût contre la suite des signes, & son mouvement en longitude suivant la suite des signes, ce que l'on voit aussi par les Observations de Paris.

Il donne enfin une Table des ascensions droites & des declinaisons de la Comete réduites à la même heure par le calcul fondé sur ses Observations depuis le 25 Novembre jusqu'au 11 Decembre.

On peut sur ce fondement chercher le Perigée de la Comete, qui tombe fort près du lieu qu'on avoit déjà déterminé par nôtre methode, suivant laquelle il se trouve un jour avant la premiere Observation de M. Manfredi. Nous avons observé celle de 1664 fort long-tems auparavant qu'elle arrivât à son Perigée, comme celle-cy aura pû être observée dans les païs plus meridionaux, sur l'horizon desquels elle paroïssoit, lorsqu'en Europe elle étoit encore cachée sous l'horizon.

La difference qu'il y a entre le nœud de la Comete déterminé par les Observations de Bologne & par celles de Paris, n'est pas plus grande que celle qui se trouve ordinairement dans les nœuds des Planetes ordinaires déterminées par divers Astronomes par des Observations faites avec plus de commodité. Il a fallu se contenter de celles que l'on a pû faire dans l'ouverture des nuages qui ont empêché d'observer ce Phenomene aussi long-tems

à Paris qu'à Bologne, où elle a été vûë par la Lunete jusqu'au 13 de Janvier de cette année 1708. Nous avons observé celle de 1680 plus d'un mois après qu'elle avoit cessé de paroître à la vûë simple, dont nous donnâmes au public la route décrite parmi les étoiles fixes qui s'y rencontrerent, ce qui favorise la pensée que les Cometes cessent de paroître par leur grand éloignement de la Terre.

Les Observations faites en même tems à Paris & à Bologne, s'accordent aussi dans la direction de la route de la Comete vers les Poles de l'Ecliptique.

Comme les nuages ne nous ont jamais donné à Paris la commodité d'observer pendant la même nuit cette Comete à des heures aussi éloignées l'une de l'autre que nous aurions souhaité pour pouvoir entreprendre avec succès la recherche de sa parallaxe, nous nous remettons à ce que M^{rs} Manfredi & Stancari ont fait à Bologne là-dessus.

Cependant l'accord de toutes les Observations que M. Maraldi a examinées avec la Theorie, qui pendant le tems des Observations suppose le mouvement véritable à peu près égal, quoique son mouvement apparent ait été en même tems fort inégal, & la correspondance de la variation de sa distance à la terre qui résulte de cette Theorie, font assez voir que pendant tout cet intervalle de tems ce mouvement n'a pas été moins régulier que celui des Planetes ordinaires, quoiqu'il se soit fait au travers de leur route avec un angle approchant de 84. degrés; ce qui pourroit donner lieu de juger qu'elle appartient à un autre Systême différent de ceux des autres Cometes, dont la route n'a pas une si grande declinaison du Zodiaque que celle de cette dernière; de la maniere que les Satellites de Saturne sont dans un Systême différent du Systême des Satellites de Jupiter, & font tous leurs cours particuliers par des cercles qui déclinent du Zodiaque dix & onze fois plus que les cercles des Satellites de Jupiter, quoiqu'il ne soit qu'en-

viron deux fois plus éloigné du Soleil. Ce n'est pourtant pas une regle generale que les Planetes qui sont dans un Systême plus éloigné du Soleil aient leur declinaison de l'Ecliptique plus grande que celles qui en sont plus proches. Le Systême des Satellites de Jupiter en est sans comparaison plus éloigné que celui de la Lune, & cependant il ne decline pas de l'Ecliptique plus de la moitié de la declinaison de la Lune.

Suite des Observations de la derniere Comete faites à Bologne, avec des reflexions. Par M. Maraldi.

1708.
5. Septem-
bre.

Nous avons reçu la suite des Observations que M^{re} Manfredi & Stancari ont faites de la derniere Comete depuis le 11 Decembre, où se terminent celles qu'ils ont envoyées dans le premier Memoire jusqu'au dernier jour de son apparition.

Le Ciel ayant été plus favorable à Bologne qu'à Paris, on en a continué les Observations presque un mois après que nous fûmes obligés par le mauvais tems de finir les nôtres; peut-être aussi que l'air étoit plus pur & plus propre pour l'observer à Bologne, car M. Stancari vit encore la Comete à la vûe simple le 13 Janvier, quoiqu'à Paris nous eussions déjà beaucoup de peine à l'apercevoir le 22 Decembre precedent.

Depuis le 11 Decembre jusqu'au 17 Janvier, la Comete traversa les étoiles qui sont entre la constellation de la Fleche & celle du Cygne. Pour déterminer sa situation à l'égard de ces étoiles, on la comparoit à celles qui se rencontroient dans son parallele par la methode suivante. On mettoit une Lunete de 8 pieds dans une situation fixe, en la dirigeant à l'endroit du Ciel où devoit passer la Comete. 1^o. On marquoit le tems de son entrée & de sa sortie par une ouverture circulaire qui étoit à son foyer. 3^o. On observoit l'entrée & la sortie d'une étoile fixe par la même ouverture, & en changeant de situation de la Lunete, on faisoit passer l'étoile par le diametre de l'ou-

verture. On s'est servi de cette methode parcequ'on avoit de la peine à distinguer la Comete quand on éclairoit l'objectif pour observer son passage par les fils, n'ayant pas encore vû la construction du Micrometre dont il est parlé dans les Memoires de 1706.

Par ces Observations Mⁿ Manfredi & Stancari ont déterminé la difference d'ascension droite & de declinaison entre différentes fixes & la Comete; mais comme pour faire usage de ces Observations il faut sçavoir la situation de ces étoiles qui ne se trouvent point dans les Catalogues ordinaires, nous leur avons envoyé l'ascension droite & la declinaison de ces étoiles tirée de nôtre Catalogue, par le moyen desquelles ils ont trouvé l'ascension droite & la declinaison de la Comete comme dans la Table qui suit; d'où nous avons calculé la longitude & la latitude qui est à côté.

| | | <i>Ascens. droite.</i> | <i>Decl. Sept.</i> | | <i>Longitude.</i> | <i>Lat. Sept.</i> |
|-----------------------------|------|------------------------|---------------------|---|--------------------|---------------------|
| Le 14 Dec. à 7 ^h | 0' | 299 ^d 50' | 22 ^d 43' | ≈ | 8 ^d 21' | 42 ^d 18' |
| 16 | 6 0 | | 23 58 | | | |
| 20 | 7 0 | 298 46 | 25 35 | ≈ | 8 10 | 45 23 |
| 26 | 8 0 | 297 50 | 26 53 | ≈ | 7 28 | 46 48 |
| 1708. Janvier. | | | | | | |
| 1 | 7 30 | 297 11 | 27 52 | ≈ | 7 3 | 47 55 |
| 13 | 6 45 | 296 46 | 29 38 | ≈ | 7 15 | 49 42 |
| 17 | 6 20 | 297 3 | 29 39 | ≈ | 7 37 | 49 39 |

Après avoir comparé nos Observations avec les hypotheses de cette Comete établies dans les Memoires du mois de Decembre de l'année derniere, il nous reste à faire voir la conformité de ces mêmes hypotheses avec les Observations les plus exactes faites à Bologne, tant à l'égard de celles qui ont été faites en même tems que les nôtres, qu'à l'égard de celles qui ont été faites avant & après.

La premiere Observation que M. Manfredi fit de cette Comete fut celle du 25 Novembre. Il n'en pût déterminer exactement la situation que par raport à deux fixes

qui sont seulement visibles avec la Lunete, & dont il ne connoît pas la situation à l'égard des cercles de la Sphere. Nous avons cherché ces étoiles, & parmi un grand nombre qu'on en voit avec la Lunete en cet endroit du Ciel, nous n'en avons point trouvé qui ait plus de rapport à la distance & tout ensemble à la situation que M. Manfredi leur donne, que deux petites étoiles qui ne sont éloignées entr'elles en ascension droite que d'une minute & un quart, & presque 8 minutes en déclinaison; ce qui convient assez bien à la distance d'environ $9'$ que M. Manfredi leur donne. Ces deux étoiles sont proche du parallèle d'une étoile du Capricorne appelée *primâ ex duabus australibus sub alvo*, que Bayer marque par ζ , & autour de laquelle on voit encore avec la Lunete deux autres étoiles un peu plus petites. Nous avons trouvé la différence d'ascension droite entre cette plus belle étoile & la plus Septentrionale des deux avec lesquelles étoit la Comete de $9^d\ 40'\ 0''$, & la différence de déclinaison de la plus Septentrionale des deux à l'égard de l'étoile ζ du Capricorne de $7'\ 20''$, dont l'étoile ζ est plus Septentrionale. L'ascension droite de l'étoile ζ par nos Observations est $31^d\ 29'$, & sa déclinaison meridionale $23^d\ 39'$; donc l'ascension droite de la petite étoile sera $30^d\ 7^d\ 49'$, & sa déclinaison meridionale $23^d\ 46'\ 10''$. M. Manfredi remarque que le 25 Novembre à $6^h\ 23'$ la Comete touchoit presque cette étoile; c'est-pourquoy le lieu de l'étoile sera aussi pour $6^h\ 23'$ le lieu de la Comete, d'où nous avons calculé sa longitude en $40^d\ 15'$ d'Aquarius, avec une latitude australe de $4^d\ 40'$.

Cette latitude étant ajoutée à celle du 30 Novembre qui étoit de $18^d\ 54'$, & la somme étant ôtée de $52^d\ 25'$ distance de la Comete au Perigée le 30 Novembre, on aura $28^d\ 51'$ distance de la Comete au Perigée pour le 25 Novembre. Par les hypotheses que nous avons établies dans le Memoire du mois de Decembre dernier, on trouve cette distance de $29^d\ 2'$, la différence entre cette Observation & l'hypothese est de 11 minutes.

Par

Par les Observations que M. Manfredi fit de la Comete le 27 Novembre à 6^h 41' du soir, & qui sont rapportées dans le Memoire précédent, nous avons trouvé son ascension droite de 305^d 53' 10'', sa déclinaison australe de 10^d 11' 50'', d'où nous avons calculé sa longitude de 5^d 44' d'Aquarius, avec une latitude septentrionale de 8^d 56'. Cette latitude donne la distance de la Comete au Perigée de 42^d 27', les hypotheses la donnent de 42^d 31', à 4 minutes près de l'Observation.

Ayant comparé de la même maniere toutes les Observations les plus exactes faites à Bologne qui ont été calculées sur la situation des étoiles fixes tirées de nos Observations, nous en avons trouvé cinq qui s'accordent avec les hypotheses à 3 ou 4 minutes près, outre six des nôtres qui s'accordent avec la même précision. Il y en a six qui s'y accordent à 10 ou 11 minutes près, & il y en a deux qui en different de 22 & 24 minutes, comme est celle du 20 Decembre : mais cette Observation donne à la Comete une déclinaison plus septentrionale que celle que nous fîmes le 21, néanmoins le 20 elle devoit être plus meridionale que le 21, à cause que cette déclinaison augmentoit d'un jour à l'autre. Cette difference peut venir de ce que l'étoile qui étoit proche du parallele de la Comete, vûë avec la Lunete, est composée de trois, comme nous l'avons dit dans le Memoire du mois de Decembre, on aura comparé la Comete avec l'étoile la plus meridionale, & dans la détermination on se sera servi de la septentrionale, de laquelle nous avons envoyé seulement la situation.

Le mouvement apparent de la Comete qui suivant les hypotheses étoit dans le Perigée de 10^d 25', est toujours allé en diminuant, de sorte que depuis le premier Janvier jusqu'au 13, en 12 jours, il n'a été qu'un degré & trois quarts. Par l'Observation du 13 Janvier comparée avec celle du 17 du même mois, il paroît que son mouvement avoit changé de direction ; car au lieu qu'auparavant il avoit été du Midy vers le Septentrion avec une latitude

qui augmentoit toujours, le 17 elle avoit diminué de 4 minutes, & son cours étoit dirigé d'Occident en Orient, d'où l'on peut conjecturer qu'elle avoit été auparavant stationnaire.

Cette station seroit arrivée plutôt qu'elle n'est représentée par les simples hypothèses, qui ont été établies dans le Memoire du mois de Decembre.

On pourra examiner si cette anticipation, & la différence qu'il y a entre l'hypothèse & la dernière Observation ne vient point de quelque inégalité causée par le mouvement du Soleil. En attendant cette différence ne doit pas paroître extraordinaire à ceux qui savent combien il est difficile de déterminer précisément par les hypothèses le temps de la station des Planetes.

Il est arrivé à cette Comete ce qui arrive à la plupart des Planetes, & principalement à celles qui se meuvent dans un orbite qui ne comprend point la Terre. Leur mouvement apparent est plus vite quand elles sont dans leur Perigée, elles deviennent ensuite stationnaires, & après la station leur mouvement change de direction, comme a fait aussi cette Comete.

A l'égard de son apparence dans les derniers jours qu'elle a été visible, M. Stancari remarque qu'elle a paru toujours de la même figure; mais sa grandeur apparente est allée en diminuant, aussi-bien que sa lumière qui devint tres-foible, en sorte que le mois de Janvier elle ne fut visible à la vûe simple que jusqu'au 13, & le soir du 23 qui fut le dernier qu'elle pût être apperçûe par la Lunete, elle étoit si foible qu'il n'en pût déterminer la situation.

Ces Observations donnent lieu de croire que la Comete n'a pas cessé de paroître à cause de quelque changement physique qui lui est arrivé. Cette diminution de grandeur & de lumière à mesure que son mouvement apparent devenoit plus petit, font plutôt croire que c'est son grand éloignement de la Terre qui l'a fait disparaître & perdre de vûe. L'hypothèse qui représente assez

bien le mouvement de la Comete durant presque deux mois qu'elle a été visible, fait voir que dans ces dernieres Observations elle étoit 8 fois plus éloignée de la Terre que dans la premiere Observation du 25 Novembre.

ECLAIRCISSEMENTS

SUR LA CONSTRUCTION

DES EGALITEZ.

PAR M. ROLLE.

ENTRE les Methodes que l'on a publiées pour la construction des Egalitez, il y en a une qui seroit tres-commode, si l'on avoit pris soin d'en marquer les principales exceptions & d'en expliquer les difficultez. C'est pour faire voir en quoy consistent ces exceptions & comment on peut résoudre ces difficultez, que je proposeray icy des éclaircissemens sur cette Méthode.

1708.
11. Juillet.

On sçait, 1°. Que la construction des égalitez, est la maniere de les résoudre par la Geometrie, ou la maniere d'exprimer par des lignes droites toutes les racines qu'elles renferment; & qu'en cela on se sert de deux Courbes, ou d'une Courbe & d'une autre ligne droite.

2°. Que ces Courbes & cette ligne droite s'expriment par des égalitez indéterminées, que l'on appelle *Lieux Geometriques*: Que dans chacun de ces lieux, il ne doit y avoir que deux inconnues.

3°. Que dans la Methode dont on se sert ordinairement pour construire les Egalitez de tous les degrez, les deux inconnues sont les mêmes dans l'un & dans l'autre Lieu: Que l'on appelle *inconnue principale* celle qui est commune aux deux Lieux & à l'Egalité que l'on veut construire: & que l'autre inconnue est regardée comme *introduite* par la Methode.

4°. Que dans cette Methode le premier Lieu est donné ou pris à volonté, & qu'elle fournit toujours le second Lieu en comparant le premier Lieu à l'Egalité que l'on se propose de construire.

5°. Que dans la même Methode les Courbes ou les droites exprimées par les lieux sont toujours décrites sur un même axe & une même origine dans chaque construction : Que les parties de cet axe sont toujours exprimées par l'inconnue que la Methode introduit, & que d'ailleurs on suit la doctrine ordinaire des lieux pour la generation de ces Courbes & de ces lignes droites.

6°. Que de chaque point où se rencontrent les Courbes & les droites ainsi formées, on mène une appliquée sur l'axe generateur (qui est celui de l'inconnue introduite), & que l'on prend toutes ces appliquées pour les racines de l'Egalité que l'on s'est proposé de construire : Que l'on suppose autant de différentes racines dans cette Egalité qu'il y a de points où les Courbes se rencontrent, & autant de points communs aux deux Courbes qu'il y a de racines.

On sçait, dis-je, que toutes ces conditions sont de la Methode dont on se sert ordinairement pour la construction des égalitez, qui est aussi la Methode que je me propose d'expliquer dans ce Memoire.

Outre ces conditions il y en a encore d'autres dans cette Methode qui ne regardent que l'élégance, ou des cas particuliers. On y a désiré que les lieux fussent du degré le plus simple, & c'est apparemment dans cette vue que l'on prend ordinairement une inconnue du premier degré pour l'inconnue introduite du premier Lieu lorsque ce lieu est arbitraire, parcequ'il ne paroît rien d'ailleurs dans la Methode qui ait déterminé à faire ce choix. On peut voir aussi dans l'usage de cette Methode que l'on y combine le premier Lieu avec le second Lieu pour en déduire de nouveaux Lieux, & que l'on prépare ces nouveaux lieux pour en trouver d'autres qui soient les mêmes que des Lieux donnez ; ce qui se fait d'une ma-

niere où il semble que le succès tient en quelque maniere du hazard. Mais l'on ne s'en est souvent servi que pour le 3^e ou le 4^e degré ; rarement pour le 5^e & le 6^e degré , & l'on s'est toujours contenté du premier & du second lieu pour les degrés plus élevez.

Ainsi pour la Methode prise en general , on n'envisagera icy que le premier lieu qu'elle suppose , & le second lieu qu'elle fournit , sans s'occuper de ce qui sert à l'élegance ou aux abregemens. Nos Observations ne laisseront pas de servir pour l'usage des Lieux qui résultent des combinaisons & des préparations , & pour la recherche des Lieux les plus simples.

On a observé dans cette Methode qu'en comparant le premier Lieu au second Lieu pour faire évanouir l'inconnue qu'elle introduit , il doit en résulter l'égalité que l'on veut construire ; en quoy on a eu raison. Mais cela ne suffit pas pour s'assurer du succès de chaque construction.

Il est vrai que l'on a proposé comme des maximes generales plusieurs conséquences qui se tirent des dernieres conditions de la Methode , & que l'on y a fait de tacites suppositions que l'on regarde encore comme des maximes immuables ; ce qui serviroit à la démontrer , si ces maximes avoient toute l'étendue qu'on leur attribue : mais on y trouve des exceptions considerables , & ces exceptions sont telles , que quand on les connoît , on voit en même tems celles de la Methode. Ainsi , il suffit pour le dessein de ce Memoire d'exposer ces maximes generales , d'en faire connoître les exceptions , & de marquer comment on peut en résoudre les difficultez. Voici un plan qu'il est bon de voir avant que de venir au détail.

Premieres Maximes generales de la Methode.

Le nombre des points où les Courbes se rencontrent n'est jamais plus petit que le nombre des racines de l'Égalité proposée ; & lorsque les Courbes ne se rencontrent en aucun point , toutes les racines sont imaginaires.

Exceptions.

Il arrive en plusieurs exemples de tous les genres, que le nombre des points où les Courbes se rencontrent est plus petit que le nombre des racines de l'Egalité proposée; & il y a encore une infinité d'exemples de differens ordres, où les Courbes ne se rencontrent en aucun point, quoiqu'il y ait des racines réelles dans la proposée.

Secondes Maximes generales de la Methode.

Le nombre des points où les Courbes se rencontrent n'est jamais plus grand que le nombre des racines réelles de l'Egalité proposée; & lorsque toutes les racines de la proposée sont imaginaires, les Courbes ne se rencontrent en aucun point.

Exceptions.

Il arrive en plusieurs exemples de tous les genres, que le nombre des points où les Courbes se rencontrent est plus grand que le nombre des racines de l'Egalité proposée. A quoy il faut ajouter que les Courbes peuvent se rencontrer en plusieurs points; lorsque toutes les racines de la proposée sont imaginaires, quand on se sert des Lieux dont il sera parlé cy-après.

Il peut même arriver par le concours des inconvéniens que les Courbes se rencontrent en autant de points qu'il y a de racines dans l'égalité à construire, & qu'aucune de ces racines ne soit de celles qui viennent dans la construction. Ensorte que la Methode, en pareils cas, ne donne aucune des racines de cette égalité, & qu'elle en donne d'autres qui en ont les apparences.

Troisiemes Maximes generales.

Toute égalité qui a deux inconnues est un Lieu geometrique qui exprime une Courbe ou une ligne droite.

Remarque. Cette maxime n'est point énoncée dans la Methode; mais la Methode est conduite comme si la

maxime étoit une de ces choses si généralement requës qu'il ne seroit pas permis d'en douter, & qu'il seroit inutile d'en parler quand on les suppose; de maniere qu'après avoir trouvé un lieu par cette Methode pour résoudre des Egalitez fort composées, on regarde tout le reste de la construction comme possible, & souvent comme s'il n'y avoit aucune difficulté.

Exceptions.

Il peut arriver que le premier Lieu soit imaginaire, ou qu'étant réel il n'exprime ni Courbe ni ligne droite.

Non-seulement cela peut arriver au premier Lieu quand il est donné ou pris à volonté; mais cela arrive souvent au second lieu que la Methode fournit, & même dans des cas où le premier lieu est revêtu des conditions qui paroissent les plus avantageuses.

Voici une Liste d'Egalitez à construire, & une autre Liste des Lieux que l'on peut proposer pour cette construction, avec des Remarques sur les differens effets qu'elle produit, où l'on peut voir plusieurs exemples des exceptions que je viens de marquer.

Liste des égalitez à construire.

- A. $x^6 - 63a^1x + 62a^6 = 0$.
 B. $x^5 + 3a^4x - 4a^5 = 0$.
 C. $x^6 - 2mrx^4 - 4armx^3 + 2mmrrxx + 8aammrr + gcd^4 = 0$.
 D. $x^{12} + h^{10}xx - nb^{10}x + nnh^{10} = 0$.
 E. $x^3 + n^6xx + n^7x - n^6 = 0$.
 F. $x^6 - 4aax^4 - 8a^3x^3 + 8a^4xx + 32a^6 = 0$.
 G. $x^3 + axx - bnx - abn = 0$.
 H. $x^6 - hbx^4 - hbcx^3 - bbbx^3 + bh^4x + bcb^4 = 0$.
 I. $x^{10} + aaccnnx^{14} - 3a^4ccnnx^{12} + aannc^4x^{12} + a^6c^3n^1x^8 - 3a^6c^4n^4x^6 - 3a^6c^6n^4x^4 + a^8c^3n^1xx + n^1c^7a^8 = 0$.

Liste des lieux donnez pour la construction des égalitez précédentes.

K. $x^3 + ayy = 0$.

$$L. \quad x^3 - 2aay - + ayy = 0.$$

$$M. \quad x^3 - 4aay - + ayy = 0.$$

$$N. \quad 2x^3 - 3aay - + y^3 = 0.$$

$$O. \quad x^3 - 2aay - + y^3 = 0.$$

$$P. \quad 2x^3 - 12aay - + y^3 = 0.$$

$$Q. \quad x^3 - 27aay - + y^3 = 0.$$

$$R. \quad yx^3 - 63a^3x - + 62a^4 = 0.$$

$$S. \quad x^3 - ayy = 0.$$

$$T. \quad xx - ay = 0.$$

$$V. \quad x^3 - bhy = 0.$$

$$X. \quad yyxx - a^3x - + 4a^4 = 0.$$

$$Y. \quad x^4 - 4nnyy - + 2a^4 = 0.$$

$$Z. \quad x^4 - acny = 0.$$

Remarques. Si l'on se propose l'égalité A , & que pour la construire on prenne successivement les Lieux K, L, M, N, O, P, Q , on trouvera en y appliquant la Methode que tous les effets sont differens.

En prenant le lieu K , les Courbes ne se reconstreront en aucun point.

En prenant le lieu L , les Courbes ne se rencontreront qu'en un seul point.

En prenant le lieu M , les Courbes se rencontreront en deux points.

En prenant le lieu N , les Courbes se rencontreront en trois points.

En prenant le lieu O , les Courbes se rencontreront en quatre points.

En prenant le lieu P , les Courbes se rencontreront en cinq points.

En prenant le lieu Q , les Courbes se rencontreront en six points.

On peut trouver par differens Lieux la même multiplicité des points. On verra, par exemple, que les Courbes se rencontrent en trois points quand on prend le lieu R pour construire l'égalité A , que les Courbes se rencontrent en quatre points lorsque l'on se sert du lieu S pour la même égalité A . En quoy l'on aura occasion d'observer

d'observer que cela arrive tout autrement que par les lieux N & O ; quoique le nombre des points où les Courbes se rencontrent soit dans l'usage de N , O , le même que dans l'usage de R , S .

On verra aussi que parmi toutes ces constructions il n'y en a aucune où l'on ne trouve un défaut considerable. Mais si l'on prend le lieu X ou bien le lieu V pour construire la même égalité A , les constructions seront conformes au dessein de la Methode. On trouvera que les deux Courbes se coupent en deux points dans ces deux constructions, & que chacune donne les deux racines de cette égalité.

Si l'on prend le lieu X pour construire la même égalité A , les Courbes ne se rencontreront qu'en un seul point, & la racine qu'elles donneront ne sera point de cette égalité.

En prenant ce même lieu X pour construire l'égalité B , les Courbes ne se rencontreront qu'en un seul point, & il n'y a aussi qu'une racine réelle dans cette égalité; mais l'appliquée du point où se fait la commune rencontre des Courbes n'est pas la valeur de cette racine. En sorte que la Methode ne la donne pas, & qu'elle en donne une autre que l'égalité B ne renferme point.

Si l'on prend encore le lieu X & que l'on veuille s'en servir pour construire l'égalité D , les Courbes se rencontreront; & néanmoins cette égalité D ne renferme que des racines imaginaires.

Quand on prend le lieu V pour construire les égalitez C , D , on trouve dans chacun de ces Exemples que le second lieu est imaginaire.

Et prenant encore V pour construire l'égalité F , le second lieu se trouve réel, & n'exprime ni Courbe ni ligne droite.

Si l'on se sert du lieu X pour construire l'égalité E ; alors le second Lieu que fournit la Methode se trouvera imaginaire, quoique le premier Lieu exprime une Courbe, & qu'il y ait deux racines réelles dans la proposée E .

On verra d'autres varietez dans les exceptions de la Methode, si l'on prend le lieu T pour construire l'égalité G ; le lieu V pour construire l'égalité H , & le lieu Z pour construire l'égalité I .

Ces exemples feront voir à ceux qui prendront la peine d'y appliquer cette Methode, que ces exceptions sont effectives, & qu'elles viennent de différentes causes. Mais pour en connoître toute l'étendue & toutes les varietez, il faut descendre dans un détail considerable. Il y a des exceptions qui ont du rapport à la doctrine des lieux: il y en a d'autres qui viennent des racines superflues qui s'introduisent dans l'évanouissement des inconnues. Mais les exceptions les plus considerables, & dont la cause est moins évidente, viennent de ne pas faire assez d'attention aux limites de l'égalité proposée, & aux limites des lieux dont on veut se servir pour la construire; & ce sont aussi principalement ces sortes d'exceptions que je tâcheray d'expliquer dans ce premier Memoire. Je ne parleray icy des autres exceptions que dans les Remarques, & je ne m'arrêteray point à celles qui n'empêchent pas de trouver les racines que l'on cherche. Que les lieux ne fournissent que des lignes droites, ou des Courbes plus simples que celles qui sont indiquées par le degré des inconnues. Que les Courbes se coupent quand on croit qu'elles se touchent, ou qu'elles se touchent quand on croit qu'elles se coupent: de tels inconveniens, quand ils sont seuls, n'empêchent pas de trouver les racines, & c'est aussi pour cela qu'on les a destinez à un autre Memoire. Voici une suite d'articles pour les principales exceptions.

Article I. Je me propose dans ce premier Article d'expliquer les principales exceptions des premieres maximes generales dont j'ay parlé dans mon préliminaire. Pour cela, il faut faire voir qu'il y a des cas generaux où les Courbes ne se rencontrent en aucun point, quoiqu'il y ait plusieurs racines réelles dans l'égalité que l'on se propose de construire, & faire voir aussi qu'en d'autres cas

Le nombre des racines de la proposée surpasse le nombre des points où les Courbes se rencontrent. D'où il sera facile de conclure que dans tous ces cas la Methode en question ne donne pas toutes les racines qu'elle promet, & que souvent elle n'en donne aucune. C'est-là une de ces recherches où il est comme nécessaire de joindre des exemples aux recits & aux raisons pour se rendre intelligible.

Premier Exemple.

Soit proposée l'égalité marquée Ω .

$$\Omega. \quad x^6 + 63a^1x + 62a^6 = 0.$$

Et que pour la construire le premier lieu soit celui que l'on voit icy en S .

$$S. \quad x^1 = ayy.$$

Pour trouver le second lieu, selon la Methode, il faut prendre dans S la valeur de la plus haute puissance de x , & la substituer dans la proposée Ω . C'est à dire, qu'il faut prendre ayy qui est la valeur de x^1 pour avoir son carré aa^2y^2 , & substituer ce carré dans la proposée à la place de x^6 ; ce qui donne le second lieu marqué Δ .

$$\Delta. \quad aa^2y^2 + 63a^1x + 62a^6 = 0.$$

$$D'où l'on tire $x = \frac{y^2 + 62a^6}{-63a^1}.$$$

Il faut aussi, selon la Methode, que les Courbes exprimées par S & par Δ soient formées sur un même axe & une même origine, comme dans la premiere Figure.

En cela, on peut se servir des calculs que j'ay mis icy. Le calcul pour le lieu S est celui que l'on voit dans les colonnes D . E . Et le calcul pour le lieu Δ est dans les colonnes F . G .

$$S. \quad x^1 = ayy. \quad \Delta. \quad x = \frac{y^2 + 62a^6}{-63a^1}.$$

| $D.$ | $E.$ | $F.$ | $G.$ |
|---------------|------------|---------------|--------------------------|
| $y = 0$ donne | $x = 0.$ | $y = 0$ donne | $x = \frac{-62a^6}{63}.$ |
| $y = a$ | $x = a.$ | $y = a$ | $x = -a.$ |
| $y = 2a$ | $x = a^4.$ | $y = 2a$ | $x = -\frac{26a^6}{21}.$ |

Xx ij

| D. | E. | F. | G. |
|-------------------------|---------------------|--------------------------|-------------------------|
| $y = 2a\sqrt[3]{2}$ | $x = 2a.$ | $y = 2a\sqrt[3]{2}$ | $x = -2a.$ |
| $y = 3a$ | $x = a\sqrt[3]{9}.$ | $y = 3a$ | $x = \frac{-143a}{63}.$ |
| $y = 8a$ | $x = 4a.$ | | |
| $y = -a$ donne $x = a.$ | | $y = -a$ donne $x = -a.$ | |
| $y = -2a$ | $x = a\sqrt[3]{4}.$ | $y = -2a$ | $x = \frac{-26a}{21}.$ |
| $y = -2a\sqrt[3]{2}$ | $x = 2a.$ | $y = -2a\sqrt[3]{2}$ | $x = -2a.$ |
| $y = -3a$ | $x = a\sqrt[3]{9}.$ | $y = -3a$ | $x = \frac{-143a}{63}.$ |
| $y = -8a.$ | $x = 4a.$ | | |

Il faut encore, selon la Methode, que l'axe generateur des deux Courbes soit celui des y . Ainsi les parties de l'axe AB (Fig. 1.) doivent être exprimées par les valeurs de y , & dans tout le reste on doit suivre la doctrine ordinaire des lieux.

Selon cette doctrine, ayant pris depuis l'origine O vers B & au dessous, pour les parties positives de y , les valeurs negatives de cette inconnue seront necessairement depuis O vers A & au dessus.

Pareillement les appliquées positives (qui sont les valeurs affirmatives de x) étant placées du côté de C, D , comme AC, BD ; les valeurs negatives de la même inconnue doivent être de l'autre côté de l'axe, comme AE, BF . Alors la Courbe exprimée par le premier lieu sera placée comme on la voit en COD , & la Courbe que fournit le second lieu sera dans la situation indiquée par EGF .

Cela posé, on verra que ces deux paraboles ne se rencontrent en aucun point, de maniere qu'elles ne peuvent ni se couper ni se toucher; & que si on les avoit placées d'une autre maniere selon la liberté que donne la même doctrine des lieux, ces Courbes tendroient toujours de plus en plus à s'éviter à mesure que l'on en poursuivroit la generation. Ainsi il n'est pas possible qu'elles se rencontrent quand on suit la Methode, ni par conséquent

qu'elles donnent les racines de l'égalité Ω que l'on se proposoit de construire. D'où il faudroit conclure, selon cette Methode, que cette égalité ne renferme que des racines imaginaires. Cependant l'Algebre y découvre deux racines réelles, l'une est $-a$, l'autre $-2a$. Ce qui est facile à vérifier par la substitution ou par la division.

Raisons prises de l'Analyse.

Il est évident par la generation de ces Courbes que la premiere n'a point d'appliquées negatives, & il est encore évident ou facile de prouver que l'égalité proposée ne renferme que des racines negatives. Ainsi cette Courbe ne peut pas servir à exprimer ces racines avec les conditions que l'on demande. Mais il faut s'ouvrir une voye plus generale pour prévoir de semblables inconveniens & pour s'en assurer : ce qui se peut faire comme on le va dire.

Dans le détail que l'on a fait icy des principales conditions de la Methode, on a vû, 1°. Que le premier & le second lieu expriment un Problème déterminé. 2°. Que la construction se fait sur ce Problème, comme si l'égalité que l'on se propose de construire n'en étoit pas. 3°. Qu'afin que la construction du Problème emporte avec soy la construction de l'égalité proposée, il faut que toutes les solutions dont cette égalité est capable soient comprises parmi les solutions de ce Problème. D'où il suit qu'en substituant les racines de l'égalité proposée dans le Problème qu'expriment les lieux à la place de l'inconnu principale, ils doivent demeurer réels; en sorte que si l'un ou l'autre devient imaginaire après cette substitution, les racines substituées ne peuvent pas servir à résoudre le Problème exprimé par ces lieux, ni par conséquent se trouver dans la construction, puisqu'elle n'a été faite que pour ce Problème.

Or les racines de l'égalité proposée Ω sont $-a$ & $-2a$, & ces deux racines étant substituées dans le lieu S, l'une & l'autre substitution le rend imaginaire. Car la premiere donne $y = \sqrt{-aa}$, & la seconde donne $y = \sqrt{-8aa}$.

Ainsi ces deux racines ne peuvent pas servir à résoudre le Problème qu'expriment S & Δ , ni par conséquent se trouver dans une construction qui n'a été faite que pour ce Problème & qui ne renferme rien de plus.

Remarques & conséquences. Delà on peut voir qu'en introduisant dans une Egalité autant de racines negatives qu'on voudra, on n'en trouveroit jamais aucune par cette Methode, si l'on se servoit du Lieu S ou de tout autre Lieu qui ne fourniroit point d'appliquées negatives; & il est évident aussi qu'en substituant des quantitez negatives telles qu'on voudra à la place de l'inconnue principale dans ce Lieu S , il se trouvera toujours imaginaire après la substitution.

Tout le contraire arriveroit si l'Egalité que l'on veut construire avoit des racines positives exprimées par x , & qu'on voulut se servir pour la construire du Lieu $x^4 + ay^2 = 0$, ou de tout autre Lieu dans lequel cette inconnue x n'auroit point de valeurs positives, ou qui deviendroit toujours imaginaire en y substituant des Quantitez positives à la place de x ; ensorte que si la Proposée n'avoit que des racines réelles positives, la Methode seroit croire que toutes ces racines sont imaginaires. On indiquera une voye qui est encore plus generale pour ces Recherches dans les Remarques de l'Exemple suivant.

Second Exemple.

Si l'on se propose de construire l'égalité Σ .

$$\Sigma \quad x^4 - 255a^2x + 254a^2 = 0.$$

Et que le premier lieu soit Ψ .

$$\Psi. \quad x^4 = a^2y - a^2yy.$$

Alors le second Lieu que fournit la Methode sera comme on le voit en Π .

$$\Pi. \quad a^2yy - 2a^2y^2 + a^2y^4 - 255a^2x + 254a^2 = 0.$$

$$\text{D'où l'on tire } x = \frac{254a^2 + a^2yy - y^2}{255a^2}.$$

Et construisant les Courbes que ces Lieux expriment sur un même axe OC & une même Origine O , l'effecton

geometrique se fera comme dans la seconde Figure. Le premier lieu ne fournira que la feuille $ONPV$, & le second lieu donnera la Courbe indéfinie $QSHTL$. Et ces deux Courbes ne se couperont ni ne se toucheront en aucun point, comme il paroît par la Figure.

Ainsi la construction ne donnera aucune racine. D'où il faudroit conclure, selon la Methode, que toutes les racines de l'Egalité proposée Σ sont des racines imaginaires. Cependant cette Egalité renferme deux racines réelles & positives; l'une est $+a$, & l'autre $+1a$. Ce qui se verifie aisément par les substitutions ordinaires.

Raisons & Remarques.

En substituant les racines a & $1a$ dans le premier Lieu, on verra d'abord que cette substitution rend ce Lieu imaginaire, & que par conséquent ces racines ne doivent point se trouver dans la construction, selon ce qui a été dit sur le premier Exemple.

Pour avoir une idée plus generale de ces inconveniens, il faudroit rappeler icy les deux Methodes que je donnay en l'année 1699. dans un volume in-4°. pour la résolution des Egalitez indéterminées. Selon ces Methodes on trouve les limites des inconnûs dans un Lieu quelconque. Ainsi elles donneront les limites de l'inconnû principale dans les Lieux dont il est icy question; & comparant ces limites à celles de l'Egalité que l'on veut construire, on verroit si les racines de cette Egalité peuvent se trouver dans la construction, & quelles conditions doivent avoir les racines de toute autre Egalité à construire pour se trouver dans l'effection geometrique. Pour cela, il faut un détail destiné à un autre Memoire. En attendant voici à l'occasion de ce dernier Exemple quelques Remarques où l'on pourra voir que l'exception dont il s'agit est d'une grande étendue.

Les limites de x dans l'Egalité indéterminée Ψ sont marquées VC & NC dans la seconde Figure, & ces limites s'expriment en termes algebriques, comme on les voit icy $+a\sqrt{\frac{1}{2}}$. $-a\sqrt{\frac{1}{2}}$.

Toutes les valeurs au dessus de la premiere limite (telles que $+a$, $+2a$, &c.) étant substituées à la place de x dans le Lieu Ψ , ne donneront que des valeurs imaginaires pour y . Ce qui est facile à prouver dans cet Exemple.

De même toutes les valeurs au dessous de la seconde limite (comme $-a$, $-2a$, &c.) étant substituées dans le Lieu Ψ , ne donneront aussi que des valeurs imaginaires pour y .

Ensorte que pour trouver les racines d'une Egalité par la Methode dont il s'agit & par le Lieu Ψ , il faudroit que les racines de cette Egalité ne fussent pas plus grandes que la premiere limite, ni au dessous de la seconde limite. Ainsi l'intervale indéfini qui renferme tout ce qui est au dessus de la premiere limite, & l'intervale indéfini qui comprend tout ce qui est au dessous de la seconde, sont icy la mesure des exceptions dans le cas proposé.

Si l'on veut un Exemple sur cela d'une Egalité à construire dans laquelle il y ait des racines positives & des racines negatives, on peut se proposer l'Egalité $x^3 - 85a^2x - 86a^3 = 0$, dont les racines réelles sont $+2a$ & $-a$. Alors en prenant le Lieu Ψ , ou un Lieu au cercle comme $xx = ay - yy$, ou bien un Lieu à l'Ellipse tel que $xx = ay - 2yy$ pour construire cette Egalité par la Methode dont il s'agit, on trouvera que les Courbes ne se rencontrent en aucun point. Donc, &c.

Troisième Exemple.

Que la proposée soit A .

$$A. \quad x^6 - 63a^2x + 62a^6 = 0.$$

Et que le premier Lieu soit Z .

$$Z. \quad x^3 - 2aay - ayy = 0.$$

Alors le second Lieu sera comme on le voit icy en T .

$$T. \quad \frac{ayy - 2aay}{63a^2} - 63a^2x + 62a^6 = 0.$$

$$\text{D'où l'on tire } x = \frac{62a^6 + \frac{ayy - 2aay}{63a^2}}{63a^2}.$$

Et formant les Courbes qu'expriment ces Lieux Z , T , on trouvera qu'elles ne se rencontrent qu'en un seul point.
Ainsi

Ainsi la construction ne peut pas donner les deux racines de l'Egalité proposée. On verra aussi qu'elle donne une de ces racines, & qu'elle ne donne pas l'autre.

Raisons & Remarques. Nous avons déjà observé que la construction donne toutes les valeurs de x qui conviennent à l'un & à l'autre Lieu. D'où il suit que la même construction donne les racines de l'Egalité proposée, lorsque ces racines sont des valeurs de x qui conviennent à chaque Lieu. Or $-+a$ est une des racines de l'Egalité proposée, & cette racine convient à l'un & à l'autre Lieu. Car en la substituant dans tous les deux à la place de x , on trouve des racines égales pour y qui sont réelles, & qui sont les mêmes dans chacun de ces Lieux. Donc $x = a$ est une racine de l'Egalité proposée qui se trouvera dans la construction.

De plus, la construction ne donnera cette racine qu'une seule fois: parceque la substitution de a à la place de x n'ayant donné pour y que des valeurs égales communes à l'un & à l'autre Lieu, il est évident par la generation des Courbes & par les conditions de la Methode dont il s'agit, que toutes ces valeurs de y ne fourniront qu'une seule abscisse, & que cette abscisse ne peut donner pour $x = a$ qu'une seule appliquée commune à ces deux Courbes. On démontrera dans une Theorie reguliere qu'il suffit de substituer les racines de l'Egalité proposée dans le premier Lieu pour sçavoir si la construction les donnera, & combien de fois elles s'y trouveront.

Dans l'Egalité A que l'on s'est proposé de construire, il y a une autre racine qui est $2a$; & substituant cette racine dans le premier Lieu, la substitution le rend imaginaire. Ainsi, elle ne convient pas au Problème qu'expriment les Lieux, & par conséquent ne peut se trouver dans la construction.

Ces Remarques font voir que la Methode donne la racine qui est comprise entre les limites des Lieux qui fournissent des racines réelles, & que la Methode ne donne pas la racine qui n'est point comprise entre ces limites.

Ce qui arrive aussi à un grand nombre d'exemples de tous les genres dans de pareilles circonstances.

On peut remédier aux inconveniens de ce premier article par la voye des limites, & par des formules que j'ay données dans le Journal des Sçavans du 14. Septembre 1693: au sujet d'une recherche qui a du rapport à celle-cy. On peut encore y remédier en transposant les deux axes generateurs de la Courbe que fournit le premier Lieu, lorsque cette transposition est permise, en sorte que les limites des racines que l'on veut trouver soient comprises dans une suite non interrompue des appliquées d'un nouvel axe. Ce qui suppose la Methode des Cascades algebriques & celles que je donnay en l'année 1699. pour résoudre les Questions indéterminées. Mais il faut observer pour l'usage de ces dernières Methodes que si le Lieu proposé étoit affecté de plusieurs signes radicaux, il seroit souvent nécessaire de les faire évanouir pour en trouver les limites. Soit que l'on veuille y distinguer le réel de l'imaginaire, ou tracer la Courbe qu'il exprime, ou faire un choix des inconnues pour l'effecton geometrique. Il y a même des cas où il est bon de faire évanouir le signe radical d'un Lieu, quoique ce signe soit seul dans ce Lieu. Par exemple, si l'on avoit une Egalité à construire, & que l'on eût aussi pour le premier Lieu

$$y = b + \sqrt[3]{\frac{xx - 2ax + aa - bb^2}{}}$$

dans lequel $\sqrt[3]{}$ est appliqué au numérateur & au dénominateur. Alors il seroit bon d'en faire évanouir ce signe cubique quand on veut sçavoir laquelle des deux inconnues on doit prendre pour l'inconnue principale. Ce signe ayant disparu, on aura.

$$\begin{aligned} & x^3 - 4ax^2 + 6a^2xx - 4a^3x + a^4 = b \\ & - ay^3 - 2bbxx + 4abbx - 2aabb \\ & + 3ahyy - 3abby + b^2 \\ & - tab^2 \end{aligned}$$

Et cherchant les limites de ce Lieu sous cette dernière forme, ces limites seroient voir qu'en prenant y pour l'in-

connu principal, on tomberoit ou dans des inconveniens que l'on a marqués dans le premier article, ou dans des inconveniens que l'on verra dans le second article, & que l'on éviteroit tous ces inconveniens si l'on prenoit x pour l'inconnu principal, c'est à dire, pour l'inconnu qui est commune à chacun Lieu & à l'Egalité proposée, comme on l'a marqué cy-dessus.

Article 11. Pour expliquer les secondes exceptions de la Methode, il faut faire voir que bien souvent le nombre des points où les Courbes se rencontrent surpasse de beaucoup le nombre des racines de l'Egalité à construire. Voici des Exemples avec des Preuves & des Remarques où l'on pourra voir la cause la plus generale de cet inconvenient.

Premier Exemple.

Que l'Egalité proposée soit celle qu'on voit icy en *A*.

$$A. \quad x^6 - 63 a' x + 62 a^6 = 0.$$

Et que le premier Lieu soit $x' = ayy$. Alors le second Lieu sera comme il est icy en Φ .

$$\Phi. \quad x = \frac{y^4 + 62 a^6}{61 a^5}.$$

La Courbe qu'exprime le premier Lieu est *BDOGK* (*Fig. 3.*)

La Courbe du second Lieu est *BDEGK*.

Formant ces deux Paraboles sur un même axe *AH* & une même Origine *O*, elles se couperont aux quatre points *B, D, G, K*; d'où il faudroit conclure, selon la Methode, que les quatre appliquées *AB, CD, FG, HK*, sont quatre racines différentes de l'Egalité *A*. Cependant il n'y a que deux racines réelles dans cette Egalité: l'une $-+a$, l'autre $-+2a$. Elles se trouvent dans la construction, parcequ'elles sont comprises dans les limites de x qui renferment des racines réelles. Mais chacune s'y trouve deux fois, parceque chacune est deux fois entre ces limites.

Raisons & Remarques. En substituant $-+a$ à la place de y dans le lieu $x' = ayy$ & dans le lieu Φ , l'une & l'autre substitution donnera $x = a$.

Y y ij

Substituant $-a$ à la place de y dans les mêmes Lieux, les deux substitutions donneront encore $x = a$. Ainsi $x = a$ vient de $y = +a$ & de $y = -a$. Mais selon la doctrine des lieux $y = a$ & $y = -a$ expriment deux abscisses différentes dans l'axe des y , telles que OF , OC , de nôtre Exemple, & chacune de ces abscisses par la même doctrine donne $x = a$ pour son appliquée dans l'une & dans l'autre Courbe. Donc la racine $x = a$ sera deux fois l'expression d'une appliquée commune aux deux Courbes : l'une sera comme GF , l'autre comme DC .

Pareillement $+2a\sqrt{2}$, & $-2a\sqrt{2}$ étant substituées à la place de y dans les Lieux $x^2 = ay$ & Φ , les deux substitutions donneront $x = 2a$. Ainsi ces deux Lieux ont deux abscisses $+2a\sqrt{2}$, $-2a\sqrt{2}$, qui fournissent une même appliquée $2a$ commune aux deux Courbes : & cela en deux endroits différens, puisque les abscisses sont différentes. Ainsi, les Courbes doivent se rencontrer en deux points, comme B , K , pour la seule racine $+2a$. Et chacune de ces appliquées doit être la valeur de cette racine.

En cela, il faut observer les effets réciproques de l'opération, & l'on verra que la substitution de $+a$ & de $-a$ à la place de y , ayant donné $x = a$ dans chaque Lieu, il faut nécessairement que la substitution de a à la place de x dans les mêmes Lieux donne $y = a$ & $y = -a$.

D'où il paroît que si une racine quelconque d'une Egalité à construire, étoit substituée dans les Lieux dont on veut se servir à la place de l'inconnue principale, & que la substitution donnât, par exemple, trente valeurs de l'inconnue y qui fussent les mêmes dans chaque résultat, les Courbes se rencontreroient en trente endroits pour cette seule racine. Ce qui produiroit une apparence dans la construction de trente racines différentes. On verra dans la suite que cet inconvénient est encore plus général que ceux du premier Article.

Second Exemple.

La proposée est encore l'Egalité *A*.

$$A. \quad x^6 - 63a^2x + 62a^3 = 0.$$

Je prends pour le premier Lieu celui qui est icy marqué *Q*.

$$Q. \quad x^3 - 27aay + y^3 = 0.$$

Alors le second Lieu sera comme en Ξ .

$$\Xi. \quad x = \frac{62a^6 + 27aay - y^3}{63a^3}.$$

Formant les Courbes selon la doctrine des Lieux, la premiere de ces Courbes sera *BDPOF* & *KMXY* (*Figure 4.*) & la seconde *BDTQNFHSKMZ*. Ces deux Courbes placées sur un même axe & une même origine, comme le prescrit cette Methode, se couperont en *B, D, F, H, K, M*. Ainsi, il faudroit conclure, selon la Methode, que l'Egalité *A* renferme six racines différentes, & néanmoins l'on a vû qu'elle n'en renferme que deux.

Les deux racines de l'Egalité à construire sont *a* & *2a*.

La Racine *a* est exprimée par *CD, EF, LM*.

La Racine *2a* est exprimée par *AB, GH, IK*.

Ainsi chacune de ces Racines se trouve trois fois dans la construction.

On trouvera aussi en substituant *a* & *2a* à la place de *x* dans les Lieux *Q, \Xi*, que chaque substitution donne trois valeurs de *y* communes à tous les deux. Ce qui fournit pour chaque racine trois abscisses communes aux deux Courbes. D'où il suit que chacune de ces racines doit se trouver trois fois dans l'effectiion geometrique, selon ce qui a été dit sur le premier Exemple.

Remarques. On voit que le surcroît des points où les Courbes se rencontrent dans le cas proposé, vient de ce que plusieurs valeurs de l'inconnue introduite donnent une même valeur de l'inconnue principale, & il est clair que cela arrive fort souvent lorsque cette inconnue introduite est capable de différentes valeurs réelles dans le premier Lieu à chaque fois qu'on détermine l'autre inconnue. Ainsi, la connoissance des limites est encore ne-

cessaire icy pour voir l'étenduë de l'inconvenient, & pour n'y être pas trompé. Car l'on verroit par cette voye quels sont les endroits de la construction où se fait la repetition des racines, & l'on pourroit abreger l'operation, parce que l'on pourroit ne pas former les portions de Courbes qui leur répondent.

On pourroit encore remedier à cet inconvenient & à tous les autres inconveniens de la Methode par des voyes déjà reçues, si l'on vouloit faire quelques changemens aux conditions qui sont particulieres à cette Methode. C'en est une de comparer le premier Lieu à l'Egalité proposée pour en tirer le second Lieu; & quand on ne veut pas toujours s'assujétir à cette condition, on peut remedier à plusieurs inconveniens considerables de la même Methode, en y introduisant une partie d'une Methode plus generale que j'ay donnée au public l'année 1691 dans un volume in-8° pour résoudre les Egalitez par la Geometrie. Il semble aussi que de sçavans Geometres ayent voulu allier ces deux Methodes; mais il est certain ou du moins constant qu'ils ont voulu faire servir celle de l'année 1691 pour perfectionner la Methode en question dans la recherche des Lieux les plus simples. Le projet en est bon, mais il est bon aussi de sçavoir qu'il y a un rapport necessaire entre ce projet & la plupart des inconveniens dont nous avons parlé. Voici des Observations pour résoudre une partie des difficultez qui sont attachées à cette recherche, & pour y découvrir d'autres difficultez auxquelles l'on n'a peut-être pas pensé.

Le cas où il y a le moins de difficulté est celui où les coefficients de l'un & de l'autre Lieu sont tout à fait arbitraires. Cependant l'on a éprouvé qu'il n'étoit pas facile avec cette condition de trouver les Lieux où les inconvenües ont le moins de dimensions, quand il s'agit de construire une Egalité quelconque du seizième degré, comme l'Egalité marquée RR.

$$RR. x^{16} + nx^{15} + px^{14} + qx^{13} + rx^{12} + mx^{11} + \&c. = 0.$$

Voici comment on peut trouver ces Lieux. On sçait

par la Methode de l'année 1691. art. 6. pag. 65. 66. que les inconnuës ne doivent avoir que quatre dimensions dans l'un & l'autre Lieu pour construire l'Egalité RR . On sçait aussi par la même Methode art. 4. pag. 62. 63. que tous les coëfficiens doivent d'abord être representez par des indéterminées pour exprimer les différentes manieres de construire l'Egalité proposée, & que l'on doit en faire un choix selon ce qui a été dit dans cette Methode art. 11. pag. 94. 95. Ensorte que l'on peut prendre pour la proposée RR les Lieux indéterminez que l'on voit icy en SS & en TT .

$$SS. y = x^4 + z x^3 + s x x.$$

$$TT. ay^4 + b x y^3 + g x x y y + d x^2 y + t x^3 = 0. \\ + c y^3 + h x y y + k x x y + v x x \\ + f y y + l x y + \lambda x \\ + \delta y + \Pi$$

Pour déterminer ces Lieux on forme une suite d'Egalitez auxiliaires comme dans la Methode de l'année 1691. pag. 73. La solution du Problème que representent ces Egalitez détermine les Lieux supposez, & l'on voit par la même Methode, ou par la Methode des indéterminées de l'année 1699, ou par des indices d'ailleurs fort manifestes, si les Lieux ainsi déterminez ont les conditions qu'ils doivent avoir. Dans nôtre Exemple la solution du Problème auxiliaire fait voir qu'il faut préparer l'Egalité RR , & que pour faire cette préparation il faut résoudre une Egalité déterminée du cinquième degré. Alors les Lieux SS . TT seront formez sur un même axe & une même origine, comme on le desire dans la Methode en question, & ils n'auront aucun des inconveniens de cette Methode dont nous avons parlé dans nôtre préliminaire. Mais il faut, comme on voit, une préparation à laquelle on ne s'attendrait peut-être pas, & l'on verra qu'en voulant l'éviter on tombe dans quelque autre difficulté.

Il y a des difficultez plus considerables lorsque le premier Lieu est donné, & même quand il n'est donné qu'en

especé : Si l'on se propose, par exemple, de construire une Egalité quelconque du huitième degré par un Lieu au cercle comme $yy - sy + xx - lx + vn = 0$, & qu'on vetuille que l'autre Lieu soit du degré le plus simple, on pourra prendre $mhy = x^4 + ax^3 + bnx^2 + cnx + dx$. Alors le Problème auxiliaire indiquera dans la Proposée une préparation considerable qui doit s'accorder avec d'autres déterminations que designe ce Problème, afin que les Lieux expriment des Courbes.

D'autres difficultez se presentent lorsque tous les coëfficiens du premier Lieu sont des quantitez données, & quand on veut aussi que le second Lieu soit du degré le plus simple. Voici une voye pour cette recherche dans laquelle je suppose que ce premier Lieu ait d'ailleurs les conditions nécessaires pour la construction.

On divisera le nombre des dimensions de l'Egalité à construire par le nombre des dimensions du Lieu donné, & l'on se servira de cette division pour regler le nombre des dimensions du second Lieu comme dans la Methode de l'année 1691. art. 6. pag. 68. 69. On supposera un Lieu du degré exprimé par le nombre que fournit cette regle, & l'on designera tous les coëfficiens par des indéterminées, comme il est dit dans la même Methode art. 4. pag. 62. 63. Alors cette Methode donnera à ces coëfficiens des valeurs qui satisferont au dessein que l'on a, ou bien elle fera voir que ce premier Lieu indéterminé doit être exclus, & l'on y verra encore si l'exclusion est absolue, ou si cela vient de n'avoir pas assez d'indétermination, ou parceque l'indétermination ne convient pas. Dans ces derniers cas on prendra un second Lieu dont tous les coëfficiens soient indéterminez, & dont les inconnues soient plus élevées d'un degré que dans le Lieu précédent. Et si la Methode donne encore l'exclusion à ce second lieu faite d'indétermination convenable, on supposera un troisième Lieu indéterminé d'un degré au-delà. Ainsi de suite jusqu'à ce que l'on ait trouvé un Lieu avec les conditions que l'on demande, ou que l'on ait vu qu'il

qu'il est impossible de le trouver. En quoy il faut observer, 1°. Que ces suppositions successives du second Lieu peuvent souvent s'abreger lorsque l'Egalité que l'on se propose de construire n'est qu'un cas particulier de celles que comprend le degré où elle est élevée. 2°. Qu'entre toutes ces suppositions il n'y en a aucune jusqu'à la dernière qui ne soit nécessaire à cette recherche lorsque tous les coefficients de l'Egalité à construire sont conçus de la manière la plus générale. 3°. Que pour marquer la dernière supposition par une règle précise, il faut y faire entrer les conditions du Lieu donné, celles de l'Egalité à construire, avec d'autres conditions qui se tirent du détail de la Methode que l'on veut perfectionner par cette voye, & ne pas oublier dans cette Règle ce qui fait l'essentiel de cette Methode. Ainsi, il importe de bien connoître celle qui est icy en question, avant que de régler la recherche des Lieux les plus simples qu'elle peut fournir.

Article III. Lorsque les Exceptions que l'on a marquées dans le premier Article se trouvent avec les Exceptions du second Article dans une construction, elles se couvrent sans se détruire. Et delà il arrive que les inconveniens dont on a parlé dans ces deux Articles se compliquent de différentes façons, & en produisent d'autres qu'il seroit difficile de démêler, si l'on ne faisoit pas toute l'attention nécessaire aux différentes causes qui les produisent.

Parmi ces inconveniens il y en a un dans lequel il se trouve que le nombre des points où les Courbes se rencontrent est égal au nombre des racines de l'Egalité à construire, & cependant la Methode ne donne pas toutes ces racines, comme on le verra icy.

Premier Exemple.

Si l'on se propose de construire l'Egalité que l'on voit icy en \odot .

$$\odot. \quad x^6 + 21ax - 22a^6 = 0.$$

1708.

Zz

Et que le premier Lieu soit S.

$$S. \quad x^3 = ayy.$$

Le second Lieu que fournir la Methode sera celui qui est marqué A.

$$A. \quad x = \frac{22a^4 - y^4}{21a^2}.$$

Formant ces deux Paraboles, comme on le prescrit dans la Methode en question, la premiere sera LOQ (Fig. 5.) la seconde LNQ , & l'on trouvera qu'elles se coupent en deux points L, Q , comme dans la 5^e Figure.

Il est facile de s'assurer par le calcul qu'il n'y a que deux racines réelles dans l'Egalité Θ que l'on s'est proposé de construire. Ainsi l'on peut dire que les Courbes se coupent en autant de points qu'il y a de différentes racines dans cette Egalité. De maniere que selon la Methode les deux appliquées LD, QP , communes aux deux Courbes seroient les deux valeurs de ces racines, ou les racines mêmes exprimées par ces Lignes.

Ce préjugé se fortifie quand on fait évanouir l'inconnu y des Lieux S. A. Car dans cet Exemple, comme dans les précédens, l'Egalité qui résulte de cet évanouissement est la même que l'Egalité proposée. Cependant la construction est défectueuse en deux manieres, comme on le va voir, & l'on verra aussi comment on peut reconnoître de semblables inconveniens.

Raisons & Remarques. 1^o. La racine $-2a$ est une des deux que renferme l'Egalité à construire, & cette racine ne se trouve pas dans la construction. Car en la substituant à la place de son inconnu x dans le Lieu S, on voit d'abord que cette substitution le rend tout imaginaire. Ainsi $x = -2a$ ne peut pas être une valeur commune aux deux Lieux, ni par conséquent s'exprimer par une appliquée qui leur soit commune. D'où il est facile de voir que les deux Courbes étant construites sur l'axe des y selon la doctrine des Lieux & selon la Methode dont il s'agit, ne peuvent pas se rencontrer pour cette racine. Ce qui se prouve encore par d'autres raisons que l'on a marquées dans le premier Article.

2°. L'autre racine de l'Egalité à construire est $-+a$, & cette racine se trouve deux fois dans l'effectiion geometrique. On peut s'en assurer en la substituant à la place de x dans le lieu S & dans le Lieu Λ . Alors on voit que la substitution donne $y=a$ & $y=-a$ dans chaque résultat. Ainsi cette racine doit se trouver deux fois dans la construction, selon ce qui a été dit sur le premier Exemple du second Article.

On ne peut pas dire que cela vienne des racines égales de l'Egalité à construire. Car toutes les voyes analytiques que les Algebristes & les Geometres ont proposées pour reconnoître les racines égales, nous assurent qu'il n'y en a point dans cette Egalité; & s'il étoit toujours vrai (comme on le suppose dans la Methode en question) que les Courbes se doivent toucher pour exprimer les racines égales, on peut voir icy que cela ne se trouveroit pas dans nôtre Exemple. Ainsi tout ce qui est de la Methode feroit croire que les appliquées DL , PQ , designent deux racines différentes dans cette Egalité. Cependant l'on a vû, &c.

Second Exemple.

Que l'Egalité à construire soit encore l'Egalité marquée A .

$$A. \quad x^6 - 63ax + 62a^6 = 0.$$

Et que le Lieu donné ou le premier Lieu soit celui que l'on voit icy en M .

$$M. \quad x^3 = 4aay - ayy.$$

Alors le second Lieu que fournit la Methode sera le Lieu Γ .

$$\Gamma. \quad x = \frac{62a^6 + 4ay - yy^2}{63a^6}.$$

En décrivant les Courbes qu'expriment les Lieux, & les plaçant comme on le preferit dans la Methode, leur concours produira l'effet que designe la 6^e Figure.

Le premier Lieu donnera la Courbe $OSMVB$, & le second Lieu fournira la Courbe $NSCVG$. Ces deux Cour-

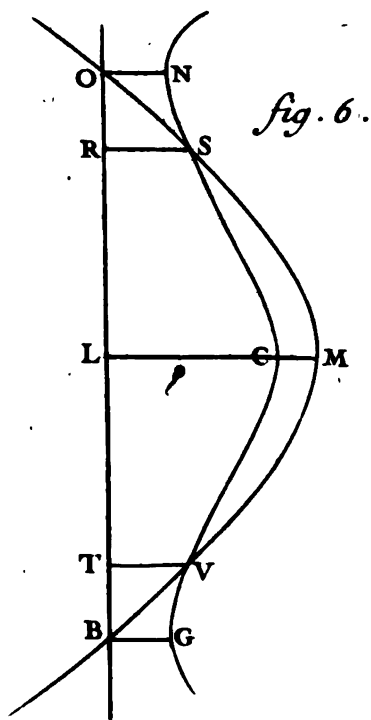
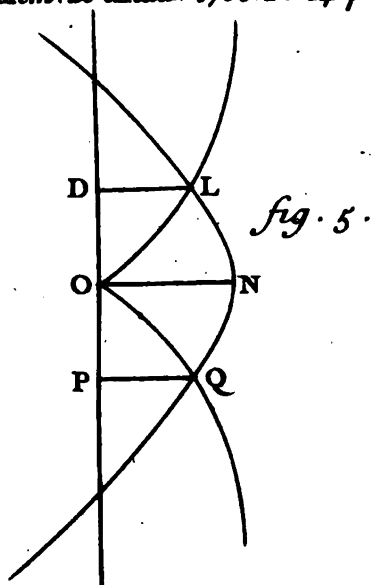
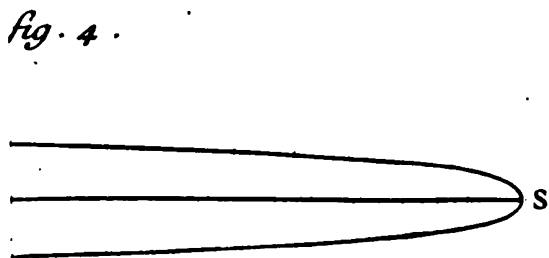
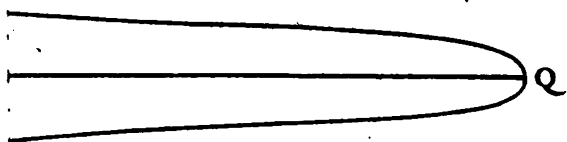
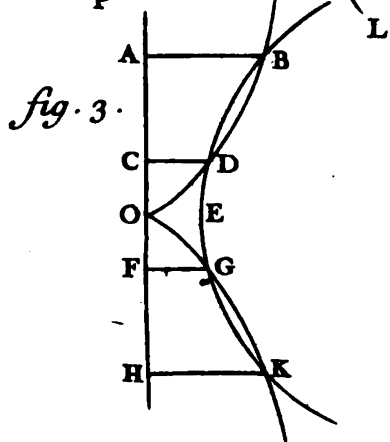
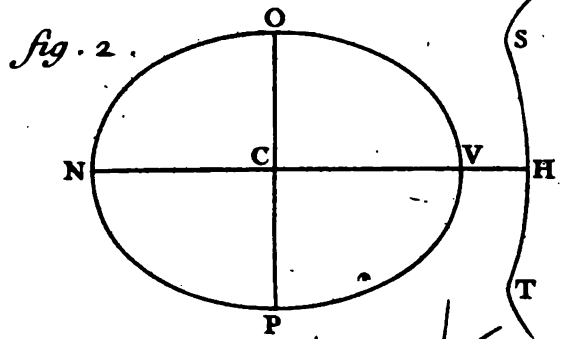
bes se couperont en S & en V . Ensorte que SR, VT , sont deux appliquées communes à l'une & l'autre Courbe. D'où il faudroit conclure, selon la Methode, que ces deux appliquées sont deux différentes racines de l'Egalité proposée, & que cette Egalité n'en renferme point d'autres.

Mais en substituant la racine $2a$ dans le premier lieu, on trouvera que la substitution le rend tout à fait imaginaire : ce qui prouve que cette racine ne peut pas se trouver dans la construction, selon ce qui a été dit cy-dessus.

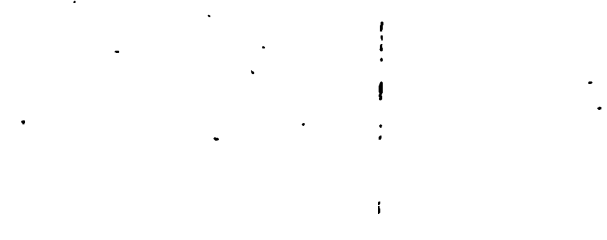
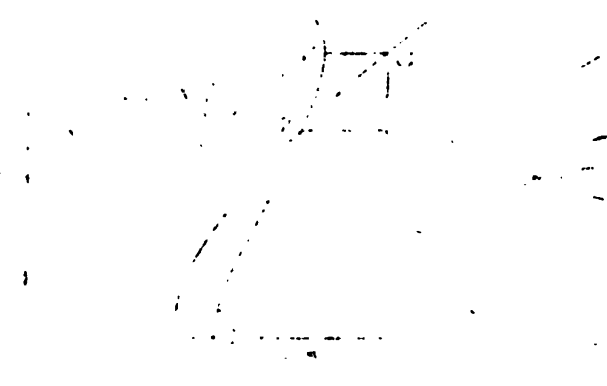
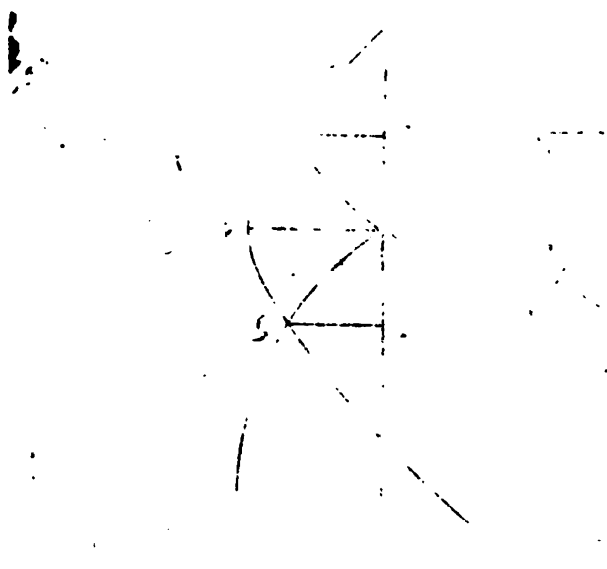
Et au contraire substituant l'autre racine $-a$ dans chaque Lieu, on verra que cette substitution donne deux valeurs réelles de y qui sont les mêmes dans l'un & dans l'autre résultat. Ainsi cette racine vient deux fois dans la construction, selon ce qui a été expliqué sur une semblable difficulté dans l'Exemple précédent. Donc, &c.

Remarque. Il y a des Exemples de tous les genres où les Exceptions marquées dans le premier article compensent celles du second article, & où cela se fait de la manière que l'on a vû icy. Mais il y a infiniment plus d'Exemples où cette compensation n'est pas exacte, & où il seroit fort difficile de distinguer les racines que donne la Methode, de celles qu'elle ne donne pas, si l'on n'en jugeoit que par l'effecton geometrique. Alors des inconveniens se cachent par d'autres inconveniens, & si l'on veut une voye generale pour decouvrir dans la Methode les Exceptions qui résultent de ce conflit & de ce mélange, il faut avoir une autre Methode pour résoudre en nombres les Egalitez déterminées & indéterminées de tous les degrez.

J'aurois voulu marquer icy le cas où la Methode en question ne donne aucune des racines de l'Egalité proposée & en donne d'autres qui en ont les apparences, selon ce que j'en ay dit dans mon Préliminaire, en proposant de construire l'Egalité $x^3 + 3a^2x - 4a^3 = 0$, & de prendre $yyxx - a^2x + 4a^3 = 0$ pour le premier Lieu de cette construction. J'aurois encore voulu expliquer comment cette Methode donne des racines réelles dans des



1. The first part of the document is a list of the names of the persons who were present at the meeting.



où l'Egalité proposée ne renferme que des racines imaginaires : comment elle donne des Lieux de tous les genres qui n'expriment ni Courbe ni ligne droite, & faire voir en quoy consistent d'autres inconveniens de cette methode que j'ay trop legerement indiquez. Mais tous ces éclaircissimens ayant paru trop longs pour être placés icy, on les a réservés pour d'autres Memoires.

C O N J E C T U R E S SUR LA POSITION DE L'ISLE DE MEROE.

PAR M. DELISLE.

Dans toute l'Ethiopie qui est un pays d'une très-grande étendue, il n'y a rien de plus célèbre parmi les Anciens que l'Isle de Meroë, ni rien de si difficile à trouver parmi les Modernes, & sur quoi ils s'accordent moins. Si ce que les Anciens en ont dit est véritable, cette Isle pouvoit mettre en armes 250 mille hommes, nourrissoit jusqu'à 400 mille Ouvriers. Elle enfermoit un grand nombre de Villes, dont la principale étoit celle de Meroë, qui avoit communiqué son nom à l'Isle, & qui servoit de résidence aux Reines, *Regia & Metropolis Ethiopum*. Je dis aux Reines, parcequ'il semble que c'étoient des femmes qui regnoient en ce pays-là à l'exclusion des hommes. Du tems d'Auguste c'étoit une Princesse borgne à la vérité, mais d'un courage mâle, *virilis mulier, sed altero oculo capta*. Elle fit une irruption dans l'Egypte qui appartenoit en ce tems-là aux Romains, mais elle fut obligée d'envoyer des Ambassadeurs à Auguste. A la mort de N. S. il en regnoit une autre, dont un Officier fut baptisé par S. Philippe, comme on voit par les Actes des Apôtres. Enfin lorsque Neron en-

1708.
14 Novem-
bre.

voya des Soldats de sa Garde en ce pais-là pour aller chercher les sources du Nil, c'étoit encore une Princesse qui y regnoit, & toutes ces trois s'appelloient *Candace*; mais on voit par un passage de Pline, que depuis longtemps ce nom étoit devenu commun aux Reines.

Si l'on souffroit icy les dissertations historiques au lieu que l'on n'y reçoit gueres que les discussions Physiques & Mathematiques, on auroit pû rapporter ce que Diodore & quelques autres Auteurs ont écrit à l'avantage de cette Ile; mais il faut passer à la difficulté qu'il y a de la reconnoître dans la Geographie moderne.

Cette difficulté vient du peu de Memoires que nous avons sur l'Ethiopie; car il ne faut pas esperer que sans une connoissance raisonnable de l'état présent du Monde, on puisse faire le raport de l'ancienne Geographie avec la nouvelle. Quand on commença en Europe à avoir quelque commerce avec les Rois d'Ethiopie, il se trouva des Ecrivains hardis ou de mauvaise foy, qui sur de legeres informations, en dirent tant de choses éloignées de la vérité, qu'elles jetterent le monde dans une infinité d'erreurs, dont on a eu jusqu'icy de la peine à revenir, & c'est sur la foy de ces Ecrivains que l'on a fait de si mauvaises Cartes, & que l'on a défiguré ces endroits en tant de manieres, qu'un Ambassadeur du Roy d'Ethiopie disoit en Egypte au jeune Thevenot, que nos Geographes avoient rempli leur pais de monstres & de chimeres.

Il est vrai que les PP. Jesuites qui ont été assez longtemps dans ce pais-là, nous en ont donné de meilleures instructions, & qu'ils ont fait une Carte sur les lieux bien differente de celles que l'on avoit faites en Europe. D'ailleurs le P. Balchazar Tellez, le P. Nicolas Godinho, M. Lüdolf & autres, nous ont donné des Descriptions du pais sur des Memoires bien plus sûrs, mais ils n'ont décrit que cette partie de l'Ethiopie que nous appellons Abissinie, & non pas celle que nous appellons Nubie, & c'est néanmoins ce qui étoit nécessaire pour nous mettre

en état de décider la question avec quelque connoissance de cause.

Je n'entreprendray donc pas icy de la décider, mais les Memoires que j'ay reçûs de ce pais-là sous la protection de Monseigneur le Comte de Pontchartrain me donnent le moyen de proposer au moins des conjectures. M. du Roule Envoyé du Roy en Ethiopie, tant pour obéir aux ordres du Ministre, que pour s'acquitter avec plus d'honneur du glorieux emploi dont Sa Majesté l'avoit honoré, avoit pris, et nécessaires sur la route qu'il avoit faite, pas une des moindres choses qu'il avoit fait une Description sur la déposition de plusieurs mille, qui avoient fait le 30 fois tant par le Nil qu'il a eu la grace de me communiquer sur les Memoires que je présente.

L'Isle de Meroë étoit source du Nil qui a été si célébrée par les Anciens, est principale. Ses cataractes, mieux connues que la source, & c'est sans difficulté entre l'Isle de Meroë.

Les Anciens ont dit que cette Isle étoit formée par le concours de l'Astaboras & du Nil, & par une autre rivière nommée Astape qui se jette pareillement dans le Nil. Que le Nil terminoit cette Isle du côté de l'Occident, & qu'elle étoit bornée de deux autres côtes par l'Astape & l'Astaboras, ce qui fait voir que ce n'étoit qu'improprement qu'elle étoit appelée Isle, puisqu'elle n'étoit pas fermée de tous côtes, & qu'elle devoit être semblable à ce que nous appelions icy l'Isle de France.

Nonobstant une description si formelle, Mercator & Ortelius ont représenté l'Isle de Meroë comme formée par deux bras du Nil & l'ont appelée Gueguere, & pres-

que tout le monde s'est laissé entraîner à l'autorité de ces deux Geographes, sur la foy desquels on prononce hardiment que l'Isle de Meroë est aujourd'huy connue sous le nom de Gueguere. Cependant les Isles qui sont formées par le Nil seul au-dessus des Cataractes, sont toutes petites, ce qui ne peut comparir avec ce que nous avons dit de la grandeur de celle de Meroë, ni avec le nombre de ses villes & de ses habitans, & d'ailleurs il n'y en a pas une dont le nom approche de celui de Gueguere.

Les PP. Jésuites qui ont été en Ethiopie sont persuadés que l'Isle de Meroë n'est autre chose que le Royaume de Gojame, qui est presque tout enfermé par la riviere du Nil en forme de presqu'Isle, comme on peut voir dans la Carte; mais cette presqu'Isle qui fait le Royaume de Gojame n'est formée uniquement que par le Nil, point d'Astape, point d'Astaboras, je veux dire aucune riviere que l'on puisse supposer être l'Astape & l'Astaboras, ce qui est contre la description que les Anciens en ont donnée. D'ailleurs la ville de Meroë capitale de cette Isle doit avoir été placée entre le 16 & le 17^e degré de latitude Septentrionale, comme on le verra cy-après, & le Royaume de Gojame ne passe pas le 13^e degré. Enfin si ce que nous appellons aujourd'huy Royaume de Gojame avoit été l'Isle de Meroë si connue des Anciens, n'auroient-ils pas aussi connu les sources du Nil, qui sont sans contestation au milieu de ce Royaume.

Isaac Vossius de la Societé Royale d'Angleterre est un de ceux qui dans ces derniers tems ont travaillé le plus utilement à la Geographie, & quoique sa prétendue reforme des longitudes ne lui ait pas fait honneur, il ne laisse pas d'y avoir d'excellentes recherches dans ses Ouvrages Geographiques. Il prétend que la presqu'Isle que fait la riviere de Mareb du côté de la source, par un circuit presque pareil à celui que fait le Nil autour du Royaume de Gojame, est l'Isle que nous cherchons; mais outre que cette Isle ne seroit formée que par une seule riviere, & non-pas même par celle du Nil, contre ce que
les

les Anciens en ont dit, cette presqu'Isle formée par le Mareb n'a ni l'étendue ni la situation que les Anciens ont donnée à l'Isle de Meroé. Et ce qui détruit absolument cette opinion est que la ville de Meroé capitale de l'Isle étoit sur le Nil, & que l'Isle ou la presqu'Isle de Mareb en est fort éloignée.

Cellarius dont les Ouvrages Geographiques font aujourd'hui assez de bruit parmi les Sçavans, a ramassé à son ordinaire tout ce que les Anciens ont dit de l'Isle de Meroé; mais il ne donne aucune connoissance de l'état présent de ce pais-là, sans quoy néanmoins on ne peut rien conclure, il semble seulement qu'il approuve l'opinion qui confond le Royaume de Gôjame avec Meroé; ce que je viens de refuter.

Le P. Tellez Jesuite, après avoir bien considéré tout ce que les Missionnaires de sa Compagnie ont écrit sur l'Ethiopie, s'est laissé persuader que cette Isle étoit imaginaire. Si j'avois crû qu'une telle opinion pût faire quelque impression sur les esprits, j'aurois commencé par la refuter; car il est inutile de raisonner sur une chose qui n'est pas, ou au moins dont l'existence est douteuse: mais le moyen de revoquer en doute l'existence de l'Isle de Meroé, après les circonstances que les Anciens en ont marquées. Pline assure que Simonides y a demeuré 5 ans, & qu'après lui Aristocreon, Bion & Basilis ont décrit sa longueur, sa largeur, sa distance de la ville de Syene & de la Mer-rouge, sa fertilité, sa ville capitale, & qu'ils ont même rapporté le nombre de ses Reines.

Ludolf qui n'a pû trouver cette Isle, non plus que le P. Tellez, n'a pas douté néanmoins qu'elle n'existât quelque part; mais il prétend qu'il faudroit la chercher plus à l'Occident que l'on ne fait, & que ce sont des pais où l'on ne va pas. Que si après toutes les recherches que l'on en feroit on ne la trouve pas; on peut dire que quelque bras du Nil s'est séché, & que c'est ce qui fait qu'on ne la sçauroit découvrir: mais cet Auteur ne prend pas garde, que ceux qui ont fait récemment le voyage d'Ethio-

pie, ont long tems côtoyé le Nil, & qu'ils doivent au contraire avoir laissé à l'Orient l'Isle de Meroë, puisque le Nil la bornoit à l'Occident, & qu'ainsi c'est à l'Orient qu'il la faut chercher, & non pas à l'Occident comme il le dit. Et à l'égard de la riviere sechée, j'avouë bien qu'il y en a plusieurs en Afrique lesquelles ayant coulé quelque tems par des sables, ou par des terres spongieuses, s'affoiblissent insensiblement, & à la fin disparaissent; mais on ne met pas au nombre de ces rivieres le Nil ni l'Astaboras, & le pouvoir ou plutôt la licence des Geographes, quoique grande, ne va pas jusqu'à faire tarir des rivieres de cette conséquence.

Puisqu'il faut donc trouver l'Isle de Meroë, & qu'il est du devoir d'un Geographe de faire le parallele de l'ancienne Geographie avec la nouvelle, on pourroit conjecturer que c'est cet espace de terre qui est entre le Nil & les rivieres de Tacaze & de Dender, & je vais tâcher d'établir cette conjecture par la situation de ce païs qui me paroît conforme à celle que les Anciens ont donnée à l'Isle de Meroë, par les rivieres dont elle est formée, par son étendue, par sa figure, & par quelques autres singularitez communes à l'Isle de Meroë, & au païs que je viens de désigner.

La situation d'une place ou d'un païs se prouve par le degré sous lequel elle est située, & par la distance de cette place, ou de ce païs, à d'autres endroits qui nous sont connus. La ville la plus connue de tous ces païs là est la ville de Syene. Sa latitude n'est pas douteuse, & c'est un point fixe, duquel on peut sans crainte mesurer les environs. Plin. Liv. 2. chap. 73. assure que le jour du solstice à midy les corps n'y font point d'ombre, & que pour preuve de cela on y a fait creuser un puits, qui dans ce tems-là est tout éclairé. *In Syene oppido, solstitii die medio, nullam umbram jaci; patetque ejus experimenti gratia factum, totum illuminari.* Strabon. a dit la même chose en d'autres termes, ce qui fait voir que la ville de Syene est justement sous le Tropique du Cancer à 23 degrez & de

mi de latitude Septentrionale. Or de Syene à la ville de Meroé, selon les mêmes Auteurs, on comptoit 5 mille stades en tirant au midy, & ces 5 mille stades évalués en mesures Astronomiques font 7 degrez d'un grand cercle, & donnent la position de la ville de Meroé à 15 degrez & demi de l'Equateur.

Gette position de la ville de Meroé, qui se rapporte assez juste à celle que Ptolomée lui donne au 4^e Livre de sa Geographie, est encore confirmée par un autre passage de Plin, qui dit que la ville de Meroé n'a point d'ombre, non-plus que celle de Syene, & que cela arrive deux fois l'année, lorsque le Soleil est au 18^e degré du Tauréau, & au 24^e degré du Lyon. *In Meroe, quæ est caput gentis Æthiopum, bis in anno absumi umbras, Sole duodevicesimam Tauri partem, & quartam decimam Leonis obtinente.* Or il est sûr que quand le Soleil est dans les degrez que je viens de nommer, il a environ 16 degrez & demi de declinaison, qui est la latitude que les Anciens ont donnée à la ville de Meroé, & qui résulte de son éloignement de celle de Syene.

Je pourrois encore prouver par les climats la position de la ville de Meroé. Les Anciens l'ont mise au milieu du premier climat, dont le plus long jour est de 13 heures, ce qui donne par le calcul 16 degrez & demi, qui est la même latitude que nous avons donnée à Meroé sur les Observations, & sur son éloignement de la ville de Syene. J'ay negligé dans ce calcul la refraction, parcequ'elle ne fait pas une difference notable.

L'Isle de Meroé étoit formée par la riviere du Nil, & par deux autres rivieres qui venoient du côté de l'Orient, comme nous avons dit. *Influunt in Nilum, dit Strabon, duo flumina ab Oriente delata, & Meroem ingentem Insulam completuntur.* Je ne sçay si les Anciens ont connu d'autres rivieres que ces deux-là, qui se jettent dans le Nil du côté de l'Orient; mais on voit par les Memoires de Mr du Roule qu'il n'y en a que deux de considerables, sçavoir la riviere de Tacaze & celle de Dender. La riviere de

Tacaze grande comme la moitié du Nil, a bien l'air d'être l'Aftaboras des Anciens; c'est l'opinion de Jean de Barros le Tite-Live des Portugais, & deux choses ne me permettent pas d'en douter. La première est que selon les Jesuites qui ont été en Ethiopie, elle entre dans le Nil à 17 degrez & demi de latitude, qui est à quelques minutes près la même hauteur que Ptolomée donne à l'embouchure de l'Aftaboras 700 stades au-dessous de la ville de Meroé, comme on voit par Strabon, par Diodore & autres.

La seconde chose qui me fait croire que le Tacaze est le même que l'Aftaboras, est que cette riviere s'appelle autrement Atbara, comme on le voit par le rapport des Scheiks de Nubie, & par celui d'un Recollet qui a passé cette riviere en allant en Ethiopie. Or les noms d'Atbara & d'Aftaboras ne sont pas fort differens. Je suppose que l'Atbara est son véritable nom, & que les Grecs l'ont altéré comme ils ont fait tant d'autres, puisque cela arrive encore assez souvent à ceux qui sont obligés d'employer des noms étrangers dans leurs écrits.

Pour la riviere d'Astape, ce sera apparemment celle de Dender; car il n'y a que les deux rivieres d'Atbara & de Dender, au moins qui soient de quelque consideration, qui entrent immédiatement dans le Nil du côté de l'Orient.

L'étendue du país que j'ay désigné est à peu près la même que celle que les Anciens ont donnée à l'Isle de Meroé. Diodore & Strabon l'ont fait longue de 3 mille stades, & large de mille, c'est à dire qu'ils lui ont donné 120 lieues de longueur sur 40 de largeur, & cela se trouve icy à peu de chose près, au lieu qu'il s'en faut bien que le Royaume de Gojame ni la presqu'Isle formée par la riviere de Mareb approche de cette étendue.

Et non-seulement l'étendue est la même, mais aussi la figure que Diodore & Strabon donnent à l'Isle de Meroé convient assez au país dont je parle; c'est à dire celle d'un bouclier. Peut-être qu'un habile dessinateur n'y trouve-

roit pas son compte ; mais il ne faut pas chercher toute la regularité du dessein dans les figures que les Anciens ont données aux païs, non-plus qu'à celles qu'ils ont données aux Constellations.

Il n'y auroit qu'une chose à apprehender, que le plan que je represente icy ne fût pas bien sûr, & que pour prouver ce que j'ay avancé, je ne l'eusse accommodé à l'opinion des Anciens, semblable aux Architectes de Lesbos, qui trouvant de la difficulté à dresser les pierres conformément à leur modele, accommodoient leur modele à la pierre même, se servant pour cela d'une regle de plomb. Mais je répons à cela que ce sont les rivières qui font la figure & la plus grande partie de ce plan, & que ces rivières avec leurs sources, leur cours & leurs embouchures sont tirées de la Carte que les PP. Hieronymo Lobo, François d'Almeyda, & autres Jesuites Portugais ont faite sur les lieux, qu'elles sont prises de la déposition verbale des Scheiks de Nubie interrogez séparément par M. du Roule, des Itinéraires de nos Jesuites François, & du sieur Poncet dont le P. le Gobien a fait imprimer le Voyage, & de quelques autres Voyages manuscrits des Recollets Italiens envoyez dans ce païs-là par la Congregation de la Propagande dont j'ay eu des copies collationnées.

Outre les convenances que j'ay rapportées entre l'Isle de Meroé & le païs que je propose pour la représenter, il y en a encore quelques autres, comme sont les pluies, la fertilité du païs, & la chasse des Elephans.

Strabon dit que les pluies réglées ne commencent qu'à Meroé, & Pline que ceux qui furent envoyez par Neron pour aller chercher les sources du Nil, commencerent à trouver dans ces endroits des arbres & des herbes, *herbas demum circa Meroem sylvarumque aliquid apparuisse cætera solitudines*. Et c'est justement la remarque que le P. Brevédent a faite dans ces mêmes endroits. Nous quitâmes, dit ce Pere, la ville de Corti & la rivière du Nil pour entrer dans le desert de Bihouda. On commença à

voir des arbres & des herbes, les pluies commençant à se faire sentir en ces quartiers-là, au lieu que tout le reste jusques-là n'est arrosé que par le débordement du Nil, ou par le moyen des machines qui élèvent ses eaux pour les répandre sur les terres, & c'est ce que Poncet déclare pareillement dans son Itineraire. Ils pouvoient bien dire comme Pline, *cætera solitudines*, eux qui avoient marché plusieurs journées dans des sables où dans des terres arides, où ils n'avoient trouvé ni eau ni herbe, & rien autre chose que des affreuses solitudes. Et c'est sans doute dans ces lieux deserts que Cambyse Roy de Perse ayant perdu une partie de son armée, fut obligé de retourner en Egypte, sans être parvenu jusqu'à cette partie de l'Ethiopie qui commence à être cultivée & habitée, surquoy on ne sçauroit assez admirer la vanité de ces Auteurs Grecs qui ne vouloient rien ignorer, & qui pour trouver l'origine du nom de Meroé, ont écrit que Cambyse avoit pris cette ville, & qu'il avoit changé le nom qu'elle portoit auparavant en celui de sa sœur qui s'appelloit Meroé, & que cette Princesse y étant morte, elle y avoit été enterrée.

On a fort lotté la fertilité de l'Isle de Meroé & le grand nombre de ses habitans, & cela convient encore parfaitement bien au païs dont je parle. Le P. Paulet Jesuite dit qu'au delà du Nil vis à vis de Sennar, le païs fourmille de monde, & que l'on y voit mille & mille petits hameaux répandus dans toute la campagne. J'ay une route de la même ville de Sennar à Souaquem Isle & Port de la Mer-rouge, où il est dit que le païs que je décris est bien cultivé & bien peuplé. Et dans la Description de Nubie faite par M. du Roule sur le raport des gens du païs, il paroît que dans ces endroits la terre est d'une si grande fertilité que l'on y fait-trois récoltes par an.

Enfin c'est un peu au-dessus de Meroé que l'on commençoit à voir des Elephans selon Pline. Les Ptolomées Rois d'Egypte, entr'autres le fameux Philadelphe qui

s'est si fort attaché à la connoissance de la Nature & des beaux Arts, envoyoit vers ces endroits à la chasse de ces grands animaux, & avoient fait bâtir quelques places pour la commodité de ceux qu'ils y envoyoit, & l'on a remarqué dans la route de Sennar à Souaquem dont je viens de parler, qu'au delà de la riviere d'Atbara vers la même hauteur qui est désignée par Pline, on trouve dans les montagnes des Elephans en grande quantité, & plusieurs autres sortes d'animaux.

Il me semble que pour achever de rendre ma conjecture plus vrai-semblable, il ne faudroit plus que trouver la ville même de Meroé dans l'Isle dont je viens de parler, ou au moins en découvrir les ruïnes ou les vestiges. Si l'on en vouloit croire Joseph & Heliodore qui la mettent à la jonction du Nil & de l'Astaboras, il ne seroit pas difficile, il n'y auroit qu'à chercher le conflant de ces deux rivières qui ne scauroit être douteux; mais on sait assez que l'Histoire Ethiopique d'Heliodore n'est qu'un Roman, & il y a bien de l'apparence que l'Historiette que fait Joseph touchant l'expédition de Moïse en Ethiopie lorsqu'il étoit, dit-il, à la Cour de Pharaon, & General de ses troupes, ne merite pas plus de croyance, puisqu'elle ne se trouve ni dans l'Ecriture ni dans Philon; ainsi il vaut mieux s'en rapporter à Strabon, qui dit que la ville de Meroé étoit 700 stades au-dessus de la jonction de l'Astaboras & du Nil, ou à Pline qui y met 70 mille pas. On trouve vers ces endroits la ville de Guerri, que nos Voyageurs disent être une des plus considerables du pais. Seroit-ce point ce que d'autres appellent Meroé ou Gueguere par une espece de reduplication? Mais il y a peut-être de la temerité à pousser si loin de simples conjectures, & l'Academie fait profession d'une severe exactitude dans la recherche de la verité.

NOUVEL ECLAIRCISSEMENT
sur la prétendue production artificielle du Fer,
publiée par Becher, & soutenue par M. Geoffroy.

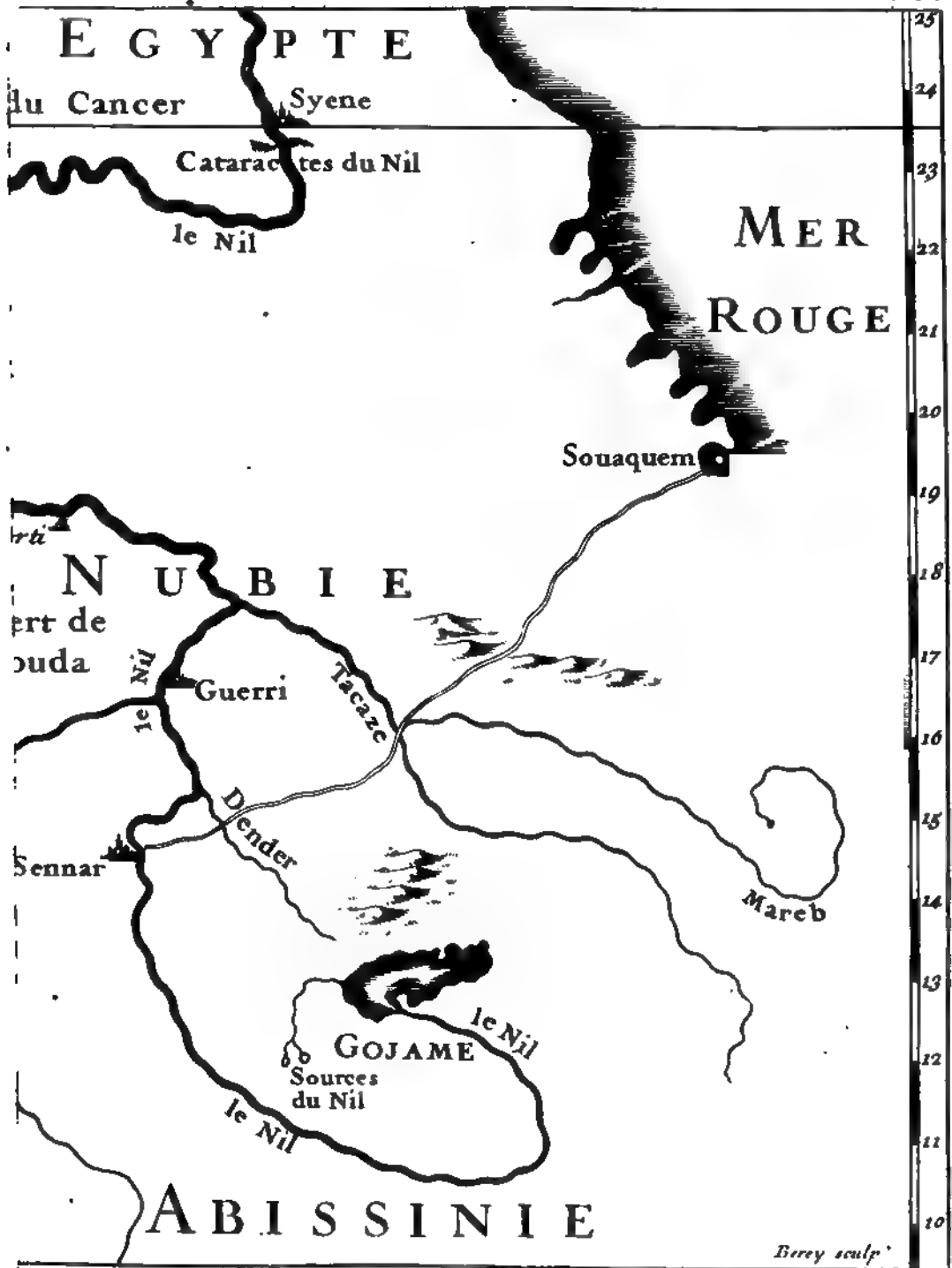
PAR M. LEMERY le fils.

1708.
 5. Decem-
 bre.

Pour remettre la Compagnie au fait de la question qui est entre M. Geoffroy & moy sur la production artificielle du Fer; & pour faire concevoir & suivre plus clairement ce que j'ay à dire aujourd'huy contre cette production metallique, & en faveur de mon sentiment particulier, je vais faire une recapitulation succinte de ce qui s'est dit de part & d'autre sur cette matiere.

Dans l'Assemblée publique du 13 Novembre 1706 je lus un Memoire où je tâchois de prouver que les Plantes contenoient réellement du fer, & par consequent que celui qui se trouvoit dans leurs cendres après leur calcination n'étoit point un fer nouvellement fabriqué. Je fis voir par des experiences incontestables que la pesanteur spécifique du fer, & la grossiereté naturelle de ses parties ne l'empêchoient point de monter dans la plante, d'autant plus que je le supposois réduit alors en vitriol, c'est à dire en sel concret dont la base est du fer, comme la base des autres sels est une terre où des acides se sont incorporez. J'ajoutay que par le feu de la calcination, les acides du vitriol contenu dans les plantes s'échappant en l'air, la base ferrugineuse de ce vitriol vegetal restoit à nud dans leurs cendres, & étoit alors reconnoissable par l'aiman: de même qu'il arrive au vitriol ordinaire & mineral sur lequel l'aiman n'a aucune action tant qu'il est vitriol; mais qui étant poussé par un grand feu, & ayant perdu par-là ses acides se réduit en une masse ferrugineuse dont les pores plus libres peuvent desormais admettre la matiere magnetique, & recevoir les impressions de l'aiman. Enfin la terre étant remplie de fer, &

ce



Ce métal étant dissoluble par presque toute sorte de liqueurs, les suc de la terre qui s'en sont chargez, & qui servent à la nourriture des plantes, y portent naturellement avec eux le fer qu'ils ont dissous; d'où je conclus qu'il y auroit bien plus de lieu d'être surpris si après cela on ne trouvoit point de fer dans les plantes, qu'on ne doit être étonné d'en trouver.

Ce raisonnement ou cette explication de l'origine du fer qui se trouve dans les cendres des plantes ne fut pas du goût de M. Geoffroy. En voici la raison. Becher Médecin Chimiste, & connu pour tel par plusieurs écrits donnez au public, voulant ranimer le courage de ceux qui travaillent à la métallification, & défendre l'Alchimie contre les injures publiques, fit imprimer en 1671 un petit Ouvrage qui est une espece de Supplément à un autre Ouvrage plus considerable, dont le titre est *Actorum laboratorii Chimici monacensis, &c.* Dans ce petit Traité Becher prétend nous prouver qu'il est plus aisé de faire des métaux qu'on ne se l'imagine, & il apporte pour preuve de cette vérité prétendue une expérience fort curieuse, mais qui ne prouve rien moins que ce qu'il avance; c'est le mélange de l'huile de Tin, & de l'argille rapporté par M. Geoffroy dans les Memoires de l'Academie de l'année 1704. pag. 285.

Ce mélange de Becher qui poussé par le feu donne effectivement des grains ferrugineux, a porté cet Auteur à publier qu'il avoit fait du fer par une operation tres-facile & en peu de tems, & cette même expérience jointe à une autre de même nature qui donne aussi des grains ferrugineux, a donné lieu à M. Geoffroy d'assurer après Becher qu'il avoit fait du fer par ces deux operations, & que ce fer artificiel avoit été formé par un acide vitriolique, & par des parties huileuses & terreuses unies étroitement ensemble par l'action du feu.

Si le fer se forme avec tant de facilité & en si peu de tems, & si pour sa formation il ne demande que les principes dont il a été parlé, il est aisé de concevoir que pen-

dant la calcination d'une plante, il se forme du fer de la même maniere par les principes mêmes de la plante. C'est-là ce qui me fut objecté, & ce qui donna occasion à un Memoire lu & imprimé en 1707, dans lequel je fis voir par des experiences claires & évidentes qu'il y avoit tout lieu de croire que les matieres dont Becher & M. Geoffroy s'étoient servis contenoient réellement du fer, & que ce n'étoit point le mélange de ces matieres qui produisoit le fer, puisqu'elles en donnoient chacune séparément par l'analyse la plus simple; qu'ainsi n'y ayant aucune apparence que M. Geoffroy eût fait du fer par les experiences dont on vient de parler, il ne lui restoit aucune preuve que le simple mélange d'un acide vitriolique, d'une huile & d'une terre pût en general former du fer, & que celui qui se trouve dans les plantes calcinées eût été formé de la même maniere.

M. Geoffroy sentant la force de cette objection qui sapoit les fondemens de son système sur la production du fer, & qui rendoit à la nature le peu de fer dont Becher s'étoit fait honneur, fit un Memoire en 1707 pour établir son système par des experiences nouvelles, pour répondre à mes objections, & pour détruire mon sentiment sur l'origine du fer qui se trouve & se manifeste dans plusieurs matieres calcinées. C'est sur ce Memoire que nous allons faire nos reflexions.

M. Geoffroy après avoir avancé son sentiment sur le fer qui se trouve dans plusieurs matieres calcinées, dit que d'autres prétendent au contraire que ce fer est déjà tout formé dans ces substances; qu'ils fondent cette opinion sur la difficulté ou même l'impossibilité qu'il y a selon eux de composer ou de décomposer les métaux, sur la grande difference qu'ils oient remarquer entre les principes des vegetaux, & ceux des minéraux pour qu'ils puissent aisément se transformer de l'un en l'autre, & qu'ils appuient ce sentiment sur des experiences par lesquelles ils essaient de démontrer le métal déjà tout formé dans les substances qui paroissent le produire. Ces experiences sont les miennes, & ce sont ces mêmes experiences

que M. Geoffroy examine immédiatement après.

Je n'ay jamais dit que la production artificielle des métaux fût impossible ; j'ay bien dit, & je dis encore, qu'elle est plus difficile que ni Becher ni M. Geoffroy ne se le sont imaginez, & qu'il n'y a aucune preuve ni même aucune apparence qu'ils ayent fait du fer ; ainsi j'avouë le mot de difficulté que M. Geoffroy semble m'imputer, mais celui d'impossibilité de composer & de décomposer les métaux en general m'appartient d'autant moins, que j'ay dit avant lui dans un Memoire imprimé en 1706, qu'on pouvoit décomposer le fer, non pas à la verité parfaitement, comme on le fera voir clairement dans la suite, mais en lui enlevant une partie de son huile, qui est tout ce que fait M. Geoffroy par ses experiences.

Je n'ay point dit non plus qu'il y eût une difference essentielle entre les principes des vegetaux & ceux des mineaux, & bien loin de le dire, M. Geoffroy verra dans la suite que je ne suis peut-être que trop sur cela du même sentiment que lui. Enfin je déclare que ce ne sont point-là les motifs qui m'ont engagé à faire les experiences & les raisonnemens qui sont si contraires aux siens. J'ay été bien aisé de faire faire cette remarque à la Compagnie & au public, afin que ceux qui liront le Memoire de M. Geoffroy ne m'imputent point des choses formellement opposées à ce que j'ay dit dans mes Memoires précédens, & à ce que je diray dans celui cy.

J'ay objecté à M. Geoffroy que ce n'étoit point le mélange de l'argille & de l'huile de lin qui formoit du fer, & que chacune de ces matieres en contenoient réellement, puisque chacunes prises séparément en donnoient par l'operation la plus simple qui n'est qu'une analyse, ou une desunion des principes.

M. Geoffroy avouë que l'on trouve dans l'argille quelques parcelles de fer, mais en si petite quantité qu'il faut bien chercher pour les trouver ; au lieu que si l'on se donne la peine de distiller cette terre avec l'huile de lin, on y trouve une tres-

grande abondance de moleculles ferrugineuses assez grosses, de sorte qu'une partie tres-considerable de l'argille paroît s'être convertie en fer. Or, continuë-t-il, il n'y a pas d'apparence que cette quantité de fer eût pu être contenue dans cette terre, sans s'y découvrir d'une maniere plus sensible.

Comme j'ay fait plusieurs observations sur l'argille, & sur plusieurs matieres qui contiennent réellement du fer, je vais rapporter quelques-unes de ces observations qui serviront beaucoup à éclaircir le fait dont il s'agit presentement.

J'ay remarqué que le coüteau aimanté n'enlevoit pas une égale quantité de fer de toutes sortes d'argilles, soit que les unes en contiennent moins que les autres, soit que le fer soit plus caché dans les unes que dans les autres; car j'ay prouvé dans un Memoire donné en 1706, que pour peu que les pores du fer fussent bouchés, la matiere magnetique n'y trouvant plus un passage libre, ce métal n'étoit plus ou presque plus susceptible des impressions de l'aiman. Or comme il y a dans l'argille des parties huileuses, acides & terreuses, tout cela contribue à envelopper le fer qui s'y trouve aussi, & à boucher plus ou moins les pores suivant la quantité de ces parties: il ne faut donc pas croire que l'argille sechée ne contienne de fer que ce que le coüteau aimanté en enleve pour lors; car en la poussant par un feu plus considerable, il s'en échape des acides & des parties huileuses qui y laissent paroître ensuite un peu plus de fer qu'auparavant: mais il y en a certainement encore d'invisible dans cette argille, & qui demande une autre opération pour devenir sensible, comme je vais le faire voir dans un moment.

Pour ce qui est de la quantité du fer qui se trouve plus grande dans l'argille mêlée avec l'huile de lin que dans l'argille seule poussée par le feu, je ne conçois pas comment cette observation peut donner lieu à M. Geoffroy d'avancer que le fer de plus qui se rencontre dans l'une des deux experiences est une production nouvelle; car premierement puisque l'huile de lin & l'argille donnent

chacune du fer séparément, il suit delà que l'un & l'autre fer étant réunis par une même operation doivent faire une quantité plus considerable que quand le fer de l'argille se trouve seul; & il n'est pas besoin pour expliquer cette difference d'avoir recours à une production nouvelle qui certainement n'en est point une conséquence; car pour qu'elle en fût une, il faudroit que M. Geoffroy eût auparavant prouvé qu'il n'y a point de fer dans l'huile de lin, & qu'il n'y en a dans l'argille seule poussée par le feu, que ce qu'il en paroît par le secours de l'aiman: c'est certainement ce qu'il ne prouvera jamais, comme on le va voir par la suite.

En second lieu l'huile de lin unie à l'argille n'augmente pas seulement par elle-même & de son propre fond la quantité des parties ferrugineuses, elle sert encore à développer d'autres parties ferrugineuses contenues dans l'argille, & qui sans le secours de l'huile de lin ou de quelque autre matiere semblable, ne se manifesteroient point par le même degré de feu. Voici une experience qui le prouve sensiblement.

J'ay versé sur du fer une suffisante quantité d'acides pour lui faire perdre la propriété particuliere qu'il a d'être attiré par l'aiman; j'ay mis une égale portion de ce fer déguisé dans deux petits creusets après l'avoir bien fait dessécher; dans l'un de ces creusets j'ay ajoûté de l'huile de lin; j'ay poussé l'une & l'autre matiere par un même feu qui étoit mediocre, & il s'est trouvé que celle où il y avoit de l'huile de lin étoit devenue noire & étoit attirée tres-facilement par l'aiman, tandis que l'autre qui étoit encore fort rougeâtre n'en étoit attirée que faiblement & en beaucoup moindre quantité; & il est à remarquer que cette dernière matiere n'est devenue semblable à la première, que quand on lui a eu donné un feu de fonte tres-considerable.

L'huile de lin produit cet effet pour deux raisons. Premièrement parcequ'elle excite une fusion plus prompte & plus parfaite dans les molecules ferrugineuses, ce qui

fait qu'elles chassent & expriment plus efficacement par ce moyen les acides qui bouchoient leurs pores, & qui les empêchoient d'être attirées par l'aiman. En second lieu l'huile de lin s'accrochant à ces acides les enleve avec elle pendant qu'elle s'enflamme, & par ce moyen en dépoüille plus parfaitement ce métal.

Je prouve que l'huile de lin sert de fondant au fer. 1°. Par l'expérience même qui vient d'être rapportée, & qui le suppose nécessairement. 2°. Parceque nous voyons que ce métal qui est de tous les métaux le plus difficile à fondre, se fond aisément quand on y mêle quelque corps gras, & que quand on enleve au fer une partie de son huile naturelle par le verre ardent, ce même fer n'est plus ou presque plus fusible, comme M. Homberg l'a remarqué.

Je prouve ensuite par plusieurs expériences que l'huile de lin mêlée avec un fer caché par des acides contribue à l'en dépoüiller plus parfaitement en les enlevant avec elle en l'air, & en effet quand on veut chasser plus aisément & plus parfaitement des acides incorporez dans un corps terreux ou métallique, on se sert de quelque huile pour cela; par exemple, on sçait que le nitre est un sel concret composé d'un acide & d'une terre, & qu'on peut le faire devenir alkali en lui enlevant une partie de ses acides, qui en sortant de leur matrice terreuse y laissent des pores libres & disposez à recevoir dorénavant les premiers acides étrangers qui se présenteront à eux. Si donc on pousse le nitre seul par un bon feu dans un creuset, il perdra à la vérité beaucoup de ses acides, & il deviendra alkali; mais il ne le deviendra pas aussi parfaitement, ni en aussi peu de tems, que si on y mêle quelque matière huileuse propre à servir de véhicule à ses acides, & à les détacher de la partie terreuse où ils sont engagez.

On sçait encore que quand on veut adoucir quelque préparation de mercure chargé d'acides, on y fait brûler de l'esprit de vin qui absorbe & entraîne avec lui une partie de ces acides: c'est ce qui arrive dans l'*arcane corallin*.

Je pourrois citer encore plusieurs autres expériences pour prouver la même chose, mais celles-cy suffisent; je puis donc conclure avec assez de fondement de tout ce qui a été dit, que les molécules ferrugineuses de l'argille se développant plus parfaitement quand elles sont mêlées avec l'huile de lin, que quand il n'y en a pas, parceque cette huile y excite une fusion & une exaltation d'acides plus complete, il arrive que telles molécules ferrugineuses qui dans l'argille seule poussée par le feu n'auroient point été rendues sensibles, le deviennent par le moyen de l'huile de lin; & qu'ainsi quoiqu'on découvre dans ce dernier cas une plus grande quantité de fer, il ne se fait point une production nouvelle, mais seulement un plus grand développement des parties ferrugineuses qui existoient réellement dans l'argille, & qui faute d'être assez débarrassées n'y étoient point reconnoissables par l'aiman avant que l'huile de lin y eût produit son action.

Cette vérité paroît encore confirmée par quelques observations que j'ay faites sur des mines de fer, & qui viennent assez bien au sujet.

La mine de fer est un mélange de parties terreuses & souvent pierreuses, de parties salines & sulphureuses, & de grains ferrugineux. Toutes ces parties se trouvent dans une proportion, & dans une union plus ou moins grande les unes par rapport aux autres, & c'est-là ce qui fait la différence des mines. Si on écrase ces mines, & qu'on y presente une lame d'acier aimantée, dans les unes elle en attire quelques grains ferrugineux, dans les autres elle n'en attire point ou presque point. J'ay même remarqué une chose assez curieuse sur ce fait: c'est qu'une mine que j'ay, & qui par la fonte fournit beaucoup de fer, étant simplement écrasée & présentée à l'aiman, donne par cette voie beaucoup moins de grains ferrugineux que plusieurs mines mauvaises que je lui ay comparées, & qui dans la fonte fournissent tres-peu de fer; & cela parceque le fer de la bonne mine, quoiqu'en plus grande quantité que celui de la mauvaise mine est cependant plus intime-

ment uni aux parties huileuses, salines & terreuses de cette mine, qui l'envelopent & bouchent ses pores de maniere que la matiere magnetique n'y trouve point de passage.

Cette remarque prouve évidemment qu'une matiere qui dans son état naturel donne peu de grains ferrugineux par le moyen de l'aiman, peut en contenir beaucoup davantage qu'il n'en paroît, & qu'ainfi quoique l'argille seule poussée par le feu laisse paroître en cet état peu de grains ferrugineux, il y en peut avoir, & il y en a effectivement beaucoup d'autres qui y existent réellement, quoiqu'ils ne soient pas sensibles par l'aiman. Je reviens à la mine de fer. ●

Quand on pousse cette mine seule par le feu, plusieurs grains ferrugineux qui auparavant n'étoient point ou presque point attirés par l'aiman deviennent propres à cet effet; mais tous ne le deviennent point par cette operation, & il faut pour cela un fondant qui les dépouille des parties étrangères qui bouchent leurs pores, & qui leur donne une fusion parfaite, ce que le feu seul ne peut produire à cause de la difficulté naturelle qu'a le fer à se fondre. Cette vérité paroît clairement dans la fonte du fer qu'on fait en plusieurs lieux, & pour laquelle on est obligé d'avoir recours à un fondant sulphureux, comme la Castine & le Charbon.

On voit par-là qu'il arrive la même chose du plus au moins dans la mine ordinaire de fer que dans l'argille; car l'une & l'autre dans leur état naturel laissent bien voir quelques particules de fer, mais elles ne donnent tout ce qu'elles en contiennent que par le moyen d'un fondant; & en effet l'argille doit être regardée comme une espece de mine de fer, moins riche à la vérité que la mine de fer ordinaire, mais enfin qui en est toujours une, puisque de l'aveu même de M. Geoffroy elle contient du fer qui ne lui doit point son origine, & que de plus j'ay fait voir qu'elle en contient encore réellement qui ne se manifeste que dans la suite, comme il arrive dans la mine de fer ordinaire.

Si donc le fer qui se trouve de plus dans le mélange de l'argille & de l'huile de lin, comparé à l'argille seule poussée par le feu, étoit un fer de la façon de Becher & de M. Geoffroy, il s'ensuivroit delà que le fer de plus qui se remarque aussi dans la mine de fer mêlée avec quelque fondant, & comparée à la même mine poussée simplement par le feu, seroit aussi un fer de nouvelle fabrique ; car tout ce qui s'observe dans l'argille pour la quantité plus ou moins grande de fer qu'on y découvre en différens cas, s'observe de la même manière dans la mine de fer, & avec les mêmes circonstances, comme je l'ay fait voir assez clairement. Il faut donc ou que M. Geoffroy mette encore sur le compte de son système la plus grande partie du fer que donne la mine de ce métal mêlée avec un fondant, ou qu'il rende à l'argille une partie du fer que ce système lui avoit dérobé.

Voici présentement une objection que me fait M. Geoffroy sur le fer que je soutiens exister réellement dans la plante, & dans les sucres qu'on en retire tels que l'huile de lin & plusieurs autres. Il ne dit rien ni sur la pesanteur spécifique du fer, ni sur la grossièreté naturelle de ses parties que j'ay prouvé par des expériences sensibles, & par des raisons évidentes n'être point un obstacle à l'ascension de ce métal dans les plantes, & à son passage dans leurs tuyaux les plus déliés. Il demande seulement, *comment le fer dissous par des sucs différens, & réduit apparemment dans ses dernières parties, ne se décompose-t-il pas, puisque l'eau seule est capable de le détruire, d'en séparer les principes, & de le réduire en une terre ou rouille qui n'a plus rien des propriétés du fer ?*

Pour satisfaire à cette demande, il n'y a 1°. qu'à faire attention à la manière dont j'ay prouvé dans mon système que le fer s'insinuoit dans la plante ; je n'ay pas supposé qu'il y montât sous sa forme métallique, mais sous une autre plus commode qu'il avoit acquise en s'unissant à des acides, en un mot sous une forme vitriolique. Or je demande à mon tour à M. Geoffroy quelle preuve il

a que le fer qui a été réduit en vitriol, & qui de son propre aveu existe encore réellement dans ce composé, se détruit & s'aneantisse ensuite, parceque ce vitriol aura été dissous par différentes liqueurs. Si M. Geoffroy veut soutenir cette proposition, je m'offre à détruire ses preuves & à lui démontrer le contraire.

En second lieu sur quel fondement assure-t-il encore que la rouille est une terre qui n'a plus rien des propriétés du fer. Pour être convaincu du contraire, il n'y a qu'à faire attention à la composition & à la décomposition de cette matiere.

J'ay déjà expliqué dans les Memoires de l'Academie de l'année 1706. pag. 127. comment se forme la rouille de fer, & par quelle mécanique l'eau seule est capable de rouiller ce métal; je ne repeteray donc point ce que j'en ay dit; il suffit presentement de sçavoir que ce qui fait la rouille de fer, c'est un sel qui s'est insinué dans une grande quantité de ses pores, & qui empêche par-là la matiere magnetique d'y passer; & en effet quand on veut faire de la rouille plus parfaite & en moins de tems que par la maniere ordinaire, il n'y a qu'à faire fondre un peu de sel dans l'eau dont on humecte le fer. La rouille de ce métal est donc un fer dissous aussi-bien que le vitriol, & elle n'en differe qu'en ce qu'elle contient moins d'acides, ce qui fait qu'elle n'a pas une forme saline comme lui.

Si donc le fer contenu dans le vitriol n'y est pas détruit, comme M. Geoffroy l'avouë formellement dans le Memoire dont il s'agit pag. 178. pourquoy la rouille qui dans sa composition a admis moins d'acides que le vitriol est-elle un fer aneanti? Car enfin l'une & l'autre matieres dépouillées de leurs acides par un feu de fonte tres-considerable, se rétablissent par-là dans la forme ferrugineuse où elles étoient avant que d'être rouille & vitriol, & elles redeviennent susceptibles des impressions de l'aimant. Est-ce que par la même operation le fer totalement détruit dans la rouille renaîtroit & ressusciteroit,

& le fer simplement caché dans le vitriol ne feroit que reparoître ? Mais comment renaîtroit-il , dans le sentiment même de M. Geoffroy , puisqu'on n'a point employé d'huile pour cela , qu'on ne s'est servi que du feu de fonte , & qu'il faut nécessairement de l'huile pour la production artificielle du fer ? Il paroît donc plus vraisemblable que la rouille reprend sa forme ferrugineuse par la même mécanique que le vitriol , & par conséquent que le fer existe également dans l'un & dans l'autre.

Voici une autre objection que fait M. Geoffroy contre le sentiment où je suis que le fer est réellement contenu dans les plantes & dans leurs suc. *Le fer*, dit-il, *n'est pas une matiere qui se puisse aisément cacher, il y a des marques pour le reconnoître ; il se découvre bien-tôt par le goût qu'il donne aux liqueurs, qui le tiennent en dissolution : ces liqueurs pour peu qu'elles soient chargées de fer, prennent une couleur rouge ou noire, lorsqu'on les mêle avec les infusions de noix de galle, de feuilles de chêne & d'autres matieres semblables ; & cela est si considerable, qu'un grain de vitriol qui ne tient pas sa quatrième partie de fer, étant dissous dans douze pintes d'eau, donne un goût sensible à l'eau, & se colore d'un peu de rouge leger par le mélange de la noix de galle. Si donc la quatrième partie d'un grain de fer étendu en 221184 grains de liqueurs est encore sensible au goût & à la vûe, pourquoy ne le sera-t-il pas dans les suc des plantes & dans les liqueurs qui s'en tirent, comme dans l'huile de lin, l'esprit de therebentine & autres liqueurs semblables, qui fournissent beaucoup plus de fer à proportion qu'il n'y en a dans cette eau vitriolée ?* On voit clairement par l'énoncé de cette objection que M. Geoffroy convient que le fer qui a servi à faire du vitriol , n'est pas détruit dans ce composé , comme celui de la rouille qu'il prétend l'être , & qu'ainsi je ne lui en ay point imposé.

Je réponds qu'il n'en est pas du vitriol contenu dans les plantes & dans leurs suc huileux ou autres, comme du vitriol dissous par une liqueur purement aqueuse : dans les plantes, outre le vitriol , il se trouve un grand nombre d'autres parties salines, terreuses & huileuses qui cou-

vrent & cachent ce vitriol vegetal, & dont quelques-unes ont leurs saveurs particulieres; enforte que de l'assemblage de toutes ces parties fortement unies les unes aux autres, il ne se peut former qu'une saveur moyenne, qui n'est pas capable de faire distinguer le vitriol qui y reside. C'est par la même raison qu'on n'apperçoit dans le sucre aucune acidité, quoiqu'il contienne réellement un acide fort piquant, qui ne devient sensible qu'après sa desunion d'avec la partie huileuse qui l'enveloppeit.

Pour ce qui est de la couleur qui résulte du mélange du vitriol avec la noix de galle, ou avec quelqu'autre matiere semblable; j'ay prouvé dans un Memoire donné en 1707 qu'elle venoit immédiatement du fer contenu dans le vitriol, & que la noix de galle étoit un veritable absorbant, qui se chargeant des acides du vitriol, laissoit le fer à nud dans la liqueur. La mécanique de ce phénomène étant entendue, comment veut-on que la noix de galle porte son action sur le vitriol des plantes qui s'y trouve envelopé par quantité d'autres parties salines, terreuses & huileuses qui sont étroitement unies à ce vitriol, & qui empêchent par-là les parties absorbantes de de la noix de galle de l'aborder? De plus ne se peut-il pas faire encore que la noix de galle trouvant dans les plantes d'autres acides plus libres & plus dégagés que ceux du vitriol, s'unisse à eux, s'en rassasie en quelque sorte, & devienne par-là incapable d'exercer son action sur le vitriol de ces plantes? Ce que j'avance va être prouvé par des experiences sensibles.

J'ay mêlé ensemble un acide, une huile, & de l'eau chargée de vitriol; j'en ay fait une espece de nutritum qui contenoit certainement plus de vitriol qu'il n'en faudroit à un volume d'eau beaucoup plus considerable pour faire une encre fort noire avec un absorbant propre à cet effet. Quand le nutritum a été fait, & que toutes les parties ont été intimement unies, j'en ay mêlé avec de la teinture de noix de galle, & je n'y ay apperçu aucun changement sensible.

J'ay fait ensuite trois experiences plus faciles & plus promptes ; j'ay mis dans trois verres, de la solution de vitriol, j'ay ajouté dans l'un un peu d'eau-forte, dans l'autre un peu d'esprit de sel, & enfin dans l'autre un peu d'esprit de vitriol. J'ay versé sur ces trois mélanges de la décoction de noix de galle ; & quelque quantité que j'en aye mise, il ne s'est pas fait la moindre apparence de changement.

On voit par ces experiences & par les raisons qui ont été alleguées que le fer ou le vitriol se cache souvent plus facilement que M. Geoffroy ne se l'imagine, qu'il ne se découvre pas toujours au goût & à la vûe, & qu'ainsi quoiqu'il y ait à proportion plus de fer dans les plantes & dans leurs suc, qu'il n'y en a dans douze pintes d'eau chargée d'un grain de vitriol ; cependant comme la noix de galle ne peut porter son action sur le vitriol des plantes, & qu'elle la peut porter immédiatement sur l'autre vitriol, qui n'a pour toute union que des parties aqueuses, le fer doit demeurer invisible dans le premier cas, & reparoître dans le second. J'ajoutéray encore une experience qui vient assez bien au sujet.

M. Geoffroy convient qu'il y a dans l'argille un peu de fer ; il dit aussi qu'il y a un acide vitriolique, par conséquent on y peut supposer du vitriol qui n'est qu'un assemblage de ces deux matieres. J'ay versé de la décoction de noix de galle sur cette terre, j'ay agité le mélange, & je l'ay laissé un peu de tems en situation, sans que j'y aye rien apperçu. Puis donc que le fer de l'argille ne paroît point par le moyen de la noix de galle, pourquoy M. Geoffroy veut-il que le fer des plantes qui vraisemblablement y est encore plus envelopé paroisse par la même voye ? Il est certain que quand la noix de galle mêlée avec quelque corps produit de l'encre, on peut croire sur cela seul que ce corps contient du fer ou du vitriol ; mais on n'est pas en droit d'assurer qu'il n'en contient point, quand la noix de galle n'y fait rien. Il faut avant que de tirer cette consequence avoir mis le corps à d'au-

tres épreuves ; d'où je conclus que M. Geoffroy a eu tort de nier l'existence du fer dans les plantes sur l'expérience de la noix de galle.

Voilà toutes les objections que M. Geoffroy fait contre mon système. On voit que bien loin d'en avoir reçu la moindre atteinte, il n'en est que mieux prouvé, & plus sûrement établi ; cependant M. Geoffroy prétend tout le contraire, & sûr d'avoir donné des preuves suffisantes qu'il n'y a point de fer dans les plantes, & dans leurs suc huileux ou autres, il conclut que celui qu'on trouve dans leurs cendres y a été formé pendant la calcination par le mélange intime d'un acide, d'une huile & d'une terre. Cette conclusion seroit juste s'il avoit effectivement détruit mon sentiment, & prouvé le sien par des expériences certaines, c'est à dire en nous faisant voir du fer qui fût à l'abri de tout soupçon fondé d'avoir existé réellement avant l'opération ; car tant qu'on concevra aisément comment le fer peut se loger dans les plantes, & qu'on n'aura aucune preuve claire & distincte d'un fer nouvellement produit de la manière dont M. Geoffroy le prétend, on sera toujours porté à préférer l'opinion qui suppose le fer tout fait, parcequ'elle est certainement moins merveilleuse & plus vraisemblable.

J'avois objecté la même chose sur le mélange des huiles de vitriol & de therebentine, que sur celui de l'argille & de l'huile de lin ; c'est à dire que ce n'étoit point l'union de ces deux liqueurs qui formoit du fer, puisque sans cette union elles en donnoient chacune séparément, & paroïssent d'ailleurs en contenir suivant mon explication.

M. Geoffroy n'emploie aucune raison pour justifier ce mélange, & pour prouver qu'il ait servi comme celui de Becher à faire véritablement du fer, ou du moins à en faire paroître une plus grande quantité que les deux liqueurs analysées séparément n'en auroient rendus. Il se contente d'examiner le résultat des opérations que j'ay faites sur chaque liqueur en particulier ; & il explique la

formation du fer qui se trouve dans les cendres de l'huile de therebentine, & en general des matieres inflammables, de la même maniere qu'il a expliqué celle du fer que donne l'huile de lin. Cela étant, je n'ay autre chose à repliquer sur cet article que ce que j'ay déjà dit.

Pour ce qui est de l'huile de vitriol, il répond 1°. que cette huile bien rectifiée ne laisse jamais de fer dans la distillation; je lui accorde ce fait, aussi n'ay-je pas dit que j'y eusse trouvé du fer en cet état, mais seulement dans l'huile noire de vitriol que je croyois être celle dont M. Geoffroy s'étoit servi pour son expérience; mais quand aucune huile de vitriol ne donneroit de fer, mon objection seroit toujours dans sa force; car dès que l'huile de therebentine donne aussi-bien du fer étant seule qu'étant mêlée avec l'huile de vitriol, ce n'est point le mélange de ces deux liqueurs qui produit le fer qu'on découvre pour lors.

On voit par-là que les grains de fer que j'ay trouvez dans l'huile de vitriol ne sont pour preuve contre le sentiment de M. Croix, que j'aurois bien pû m'en passer; si je n'étois parvenu à le faire parler, je lui aurois épargné bien de la peine pour expliquer la formation de ces grains, & pour expliquer aux mortels les causes de la formation du fer dans le vitriol avant sa distillation, à la terre & les recipientes, ou à quelques portions des bouchons de papier, de liege, de cire, ou autres choses semblables qui seront tombées dans la liqueur, & qui en auront été rongées & dissoutes. C'est assurément-là faire son profit de tout, & par ce moyen tous les ingrediens & préparatifs nécessaires pour la formation du fer se trouvent heureusement rassemblés dans une même liqueur; car le principe sulfuré & la terre sont fournis par les matieres étrangères, & l'acide vitriolique se rencontrant abondamment dans l'huile de vitriol, il ne s'agit plus que d'unir tout cela ensemble par l'action du feu pour la production du fer, qu'on retire de cette huile de vitriol.

On pourroit dire ce que j'ay déjà avancé dans un autre Memoire, que l'huile de vitriol étant sortie des pores d'un véritable fer, & en étant sortie par une dernière violence de feu, peut fort bien avoir enlevé avec elle quelque portion de ce métal; mais passons à M. Geoffroy que le fer qu'on retire de cette liqueur ne vienne point de la base du vitriol, & attribuons-le aux matieres étrangères qui s'y sont mêlées, comment nous convaincra-t-il presentement que ces matieres ne contenoient point elles-mêmes du fer; car j'ay prouvé assez clairement, & je prouveray encore dans la suite que les matieres vegetales en contiennent réellement, & j'ay répondu aux objections qu'il avoit faites contre ce sentiment. Je lui ay fait voir encore que les deux mélanges sur lesquels il avoit fondé le système de la production artificielle du fer ne prouvoient rien moins qu'un métal nouvellement produit. Ce système n'est donc établi sur rien, & sans vouloir faire l'incrédule sur la possibilité de cette production, on pourra toujours dire à M. Geoffroy sur des experiences solides, qu'il n'a jamais fait de fer, & qu'il lui reste encore à prouver que le mélange d'un acide vitriolique d'une huile & d'une terre en puisse produire, & par conséquent qu'il n'est pas en droit d'appliquer son système au fer qui se trouve dans les cendres des plantes & de leurs suc. Ces raisons qu'il a bien senties l'ont engagé à chercher de nouvelles experiences pour soutenir son système qui manquoit par ses fondemens; mais je vais faire voir que ces dernières experiences ne le soutiennent pas mieux que les premières, & que les unes & les autres conduisent naturellement à des conséquences parfaitement opposées à celles qu'il en a tirées.

Avant que d'entrer dans ces experiences, il a crû devoir montrer que les principes des vegetaux & ceux des minéraux étoient essentiellement les mêmes. Je me garderay bien de combattre ce sentiment, qui avec toute la vrai-semblance possible favorise si fort mon opinion sur l'existence du fer dans les plantes; car enfin les suc de la

terre

terre fournissant aux plantes toute leur nourriture & leur subsistance, ils y portent naturellement ce qu'ils ont puisé dans la terre même, & par conséquent il n'est pas possible que les substances qui composent les minéraux & les plantes soient essentiellement différentes. Cela étant, comme il se rencontre dans la terre beaucoup de vitriol, il en doit monter dans les plantes, & ainsi elles en doivent contenir réellement. M. Geoffroy ne paroît pas en disconvenir dans cet endroit de son Memoire. Voici ses propres termes pag. 180. *Les principaux sels minéraux sont le nitre, le sel marin & le vitriol. Nous trouvons ces mêmes sels dans les plantes.* Si l'on y trouve du vitriol, on y doit trouver aussi du fer, qui de l'aveu même de M. Geoffroy fait la base de ce sel mineral. Les plantes contiennent donc du fer.

M. Geoffroy ne manquera pas de dire qu'il n'a point entendu par le mot de vitriol dont il s'est servi, que la partie ferrugineuse de ce mineral montât dans la plante, mais seulement l'acide vitriolique.

On pourroit lui répondre que qui dit vitriol dit un sel concret, ou un assemblage d'un acide particulier & d'un métal, & que l'acide vitriolique seul ou engagé dans une matrice purement terreuse, ne peut point être pris pour du vitriol. Quand il a dit qu'il se trouvoit dans les plantes du nitre & du sel commun, il n'a pas seulement entendu que ce fût l'acide seul de ces sels, mais ce même acide incorporé dans la matrice propre qui les constitue nitre & sel commun; en un mot tels essentiellement qu'on les retire de la terre, & produisant les mêmes effets chimiques, comme on le peut voir par son Ecrit pag. 180. & 181. par la même raison quand il dit qu'il se trouve du vitriol dans les plantes pareil au vitriol mineral, on pourroit croire qu'il n'a pas seulement entendu par-là un acide vitriolique, mais un vitriol veritable & tel que la terre nous le fournit. Mais enfin, quoiqu'il en soit, j'accepte volontiers telle réponse qu'il me voudra donner sur cela, d'autant plus que quand il auroit dit sans y penser qu'il se

trouve dans les plantes un parfait vitriol, cet aveu n'étant qu'une pure méprise & une contradiction par rapport à M. Geoffroy & à son système, il ne seroit pas d'un grand poids pour mon sentiment particulier, il donneroit seulement lieu de croire que ce sentiment est si naturel & si conforme à la vérité, qu'à moins d'être toujours sur ses gardes, on y tombe insensiblement par les expériences & les raisons mêmes qu'on apporte pour le combattre. Je n'insisteray donc pas davantage sur cet article, je feray seulement deux instances à M. Geoffroy, en supposant avec lui que l'acide vitriolique monte dans les plantes.

Si donc cet acide s'insinue bien dans les plantes, pourquoy le fer, & particulièrement le fer réduit en vitriol, ne s'y insinue-t-il pas aussi? Car j'ay suffisamment prouvé dans un autre Memoire qu'il le pouvoit par lui-même, & M. Geoffroy en attaquant mon système a passé cet article de mon Memoire sous silence, comme je l'ay déjà remarqué dans celui cy. Qu'il nous explique donc présentement par quelle mécanique l'acide vitriolique monte dans les plantes, sans que le fer ou le vitriol y puisse monter; car jusque-là on sera porté à croire que l'un & l'autre y peuvent être reçus, d'autant plus que si on trouve dans les plantes un acide vitriolique, on y trouve aussi du fer.

En second lieu si l'acide vitriolique retiré des plantes par le feu, comme par exemple le vinaigre distillé, n'est pas un effet du feu, pourquoy le fer qu'on retire des plantes est il un effet de cet agent? N'y auroit-il pas en cela une sorte de contradiction? Et n'est-il pas au contraire plus vrai-semblable que l'acide vitriolique & le fer montent ensemble dans la plante sous la forme de vitriol, & que l'acide vitriolique & le fer qu'on en retire séparément ne se manifestent sous cette seconde forme que par une simple analyse du vitriol qui s'y étoit introduit? comme je l'ay déjà dit plusieurs fois ailleurs. Par cette analyse qui peut être comparée à celle du vitriol mineral, les acides se détachant de leur base ferrugineuse, & étant en pleine liberté, forment les sucres acides & vitrioliques

que donnent les plantes, & par-là laissent à nud dans les cendres le fer qu'ils cachent auparavant, & qui originellement vient de la terre aussi-bien que les acides eux-mêmes. Les considérations suivantes servent encore à appuyer cette vérité.

Si l'on examine avec attention ce qui se passe dans la découverte du fer des plantes & dans celle du fer contenu dans le vitriol ordinaire, on verra qu'elles se font l'une & l'autre précisément de la même manière & avec les mêmes circonstances. Et en effet on remarque 1°. que les plantes simplement séchées ne donnent point de fer sensible par le secours de l'aiman, non-plus que le vitriol ordinaire desséché en blancheur ou en rougeur; parce que le vitriol végétal & le vitriol minéral contenant encore en cet état trop d'acides, les pores de leur fer ne sont pas assez libres & assez ouverts pour admettre la matière magnétique.

En second lieu le vitriol ordinaire desséché en rougeur, étant poussé même par un bon feu de calcination, ne laisse point encore paroître beaucoup de fer, parce que ce métal, comme il a déjà été dit, est fort difficile à fondre, & qu'il ne peut sans une sorte de fusion se dépouiller des acides qui le cachent; il faut donc employer pour cela, ou un feu de fonte très-considérable; ou un intermède sulfureux qui puisse avec un simple feu de calcination exciter la fusion de ce métal, & l'exaltation des acides qui s'y étoient incorporés. Or cet intermède sulfureux se trouve naturellement dans les plantes, car elles contiennent toutes de l'huile; & c'est-là ce qui fait que le feu qu'on emploie ordinairement pour leur calcination, & qui seul ne seroit pas capable de faire paroître le fer du vitriol végétal, devient alors suffisant pour cet effet.

En troisième lieu le fer tiré du vitriol minéral a perdu pendant l'opération une certaine quantité de parties huileuses; ce qu'il est aisé de reconnoître par plusieurs expériences rapportées dans un Mémoire que j'ay donné en 1706. p. 122.

En un mot c'est un fer moins sulphureux & moins malleable que le fer ordinaire, & qui ressemble parfaitement à la matiere propre de l'aiman. Or j'ay reconnu que les mêmes experiences faites sur le fer des plantes & sur celui du vitriol, réussissoient précisément de la même maniere; d'où l'on peut conclure qu'ils sont de même nature, & qu'ils ont souffert les mêmes alterations.

Enfin si l'experience nous démontre que le fer entre dans la composition du vitriol, la raison nous convainc que ce même vitriol entre dans la composition des plantes, & par conséquent que le fer existe aussi réellement dans les plantes que dans le vitriol. Je passe presentement aux experiences nouvelles de M. Geoffroy, & je vais rapporter les propres termes.

Quelque fixe que soit le principe sulphureux dans le fer, le grand feu ne laisse pas de l'enlever, & de convertir ce métal, après une longue calcination en une cendre rougeâtre qu'on nomme safran de Mars. Cette cendre ne se vitrifie qu'à peine seule au feu ordinaire: le feu du Soleil la vitrifie promptement de même que le fer. Si on mêle cette cendre avec de l'huile de lin, & qu'on les calcine ensemble, on la convertira en fer; & dans cette operation la terre du fer reprend le principe sulphureux qu'elle avoit perdu. D'où il paroît qu'en ôtant au fer le principe sulphureux, il cesse d'être métal, ce n'est plus qu'une terre susceptible de vitrification. Si au contraire on rend à cette terre son principe sulphureux, elle devient aussi-tôt fusible, malleable, ductile; en un mot c'est du métal.

Voilà les preuves & les experiences sur lesquelles M. Geoffroy établit & fortifie son opinion de la production artificielle du fer; il n'y a qu'à examiner en particulier chaque operation qu'il rapporte, pour voir clairement que les conséquences qu'il en tire ne sont pas justes.

Il est vrai que le fer calciné long-tems par un bon feu, se réduit en une poudre rouge qui n'est plus ou presque plus attirable par l'aimant; mais qu'est-ce que cette poudre? C'est un fer veritable dont le feu a fortement rarefié les souffres, & dans les pores duquel les acides du bois

ou du charbon se sont incorporéz, & ont bouché par-là l'entrée à la matiere magnetique. La verité de ce que j'avance sur la formation de cette poudre est sensiblement prouvée, parceque si on calcine du fer déjà chargé d'acides, il se réduit en une poudre rouge semblable à la premiere, & qui n'en differe que par le tems de sa formation, qui est beaucoup plus court; parceque ce fer contenant déjà des acides, n'a besoin du feu que pour la rarefaction de ses souffres; au lieu que l'autre fer faisant sa provision d'acides dans le feu même, ne la peut faire qu'après un tems assez considerable.

Si l'on pousse l'une & l'autre poudre par un feu de fonte, elles se dépouillent par la fusion des acides qui s'étoient logez dans leurs pores, & elles redeviennent par-là susceptibles des impressions de l'aiman, comme elles l'étoient auparavant. Pourquoi donc M. Geoffroy assure-t-il que la cendre rougeâtre dont il s'agit n'est qu'une terre? Une terre veritable a-t-elle cette propriété, quand elle auroit été poussée par un feu égal, & même plus violent? Si M. Geoffroy nous faisoit voir quelque terre hors de tout soupçon de contenir du fer, & qui par un simple feu de fusion se réduisit entierement en une matiere propre à être attirée par l'aiman, comme la cendre rougeâtre, il ne lui faudroit point d'autre preuve pour avancer qu'il a fait du fer.

Mais il ne manquera pas de me faire une objection qui se trouve déjà insinuée dans son Memoire; c'est que quoi que la cendre rougeâtre en question se réduise en une matiere propre à être attirée par l'aiman, cette matiere n'a plus la malleabilité du fer ordinaire, & par conséquent elle n'est plus fer.

Je réponds que la malleabilité du fer peut être détruite de deux manieres, sans que pour cela le fer soit détruit. La premiere c'est quand les pores de ce métal sont chargés de quelques acides qui séparent les parties véritablement ferrugineuses, & qui les empêchent de s'unir assez étroitement les unes aux autres pour former un

corps doux & ductile. Or comme on ne peut pas dire que l'or & l'argent penetrez par des acides ne sont plus or & argent, parcequ'ils ne sont plus malleables en cet état; on ne le peut pas dire non-plus du fer dans le même cas.

La seconde maniere dont ce métal peut cesser d'être malleable sans cesser d'être fer, c'est quand le feu lui a enlevé une portion de la partie huileuse qui servoit à lier ensemble tous les grains ferrugineux, en telle sorte que quand on frapoit le tout avec un marteau, il s'applatissoit sans que les grains se desunissent; car c'est en cela que consiste la malleabilité; mais ce fer dépouillé de cette espece de colle étant encore attirable par l'aiman, ne cesse point d'être fer suivant même M. Geoffroy. Et en effet quand il a avancé en premier lieu qu'il avoit fait du fer par le mélange de l'argille & de l'huile de lin, & par celui des huiles de vitriol & de theriebentine; a-t-il été examiner si les grains ferrugineux que fournissoient ces matieres étoient malleables ou non? S'il l'eût fait, il auroit reconnu qu'ils ne l'étoient point ou presque point. Sur quoy donc a-t-il avancé que c'étoit du fer? Sur cela seul que l'aiman les attiroit. C'est-là la marque essentielle dont il s'est servi pour reconnoître le fer; d'ailleurs que nous a-t-il voulu faire entendre par ces deux operations? C'est que telles parties de terre qui étoient incapables d'être attirées par l'aiman, acqueroient cette propriété par leur union intime avec un acide vitriolique & une huile, & par conséquent qu'elles devenoient du fer. Car s'il eût dit, par exemple, qu'il y avoit dans l'argille & dans l'huile de lin prises séparément, des grains actuellement attirables par l'aiman, qui n'étoient pourtant point du fer, & qui le devenoient par le mélange de ces matieres; on lui auroit répondu que cette production du fer étoit imaginaire: mais il n'a point eu cette pensée, il a simplement prétendu pour lors, comme je l'ay déjà dit, que les grains qui se trouvent dans l'operation de Becher, & dans le mélange des huiles de vitriol & de theriebentine

sine étoient du fer véritable, par cela seul que l'aiman les attiroit, & sans examiner s'ils étoient malleables ou non. Puis donc que ses dernières expériences sont faites pour appuyer les premières, & pour établir la production artificielle du fer, il doit parler le même langage, & soutenir la même chose dans les unes & dans les autres, & ne pas ôter le nom de fer dans les dernières à ce qu'il auroit appelé dans les premières un véritable fer, & un fer nouvellement produit.

Mais pour prouver clairement encore que le fer peut perdre sa malleabilité par la dissipation de ses parties huileuses, sans pour cela cesser d'être fer, je me serviray d'une comparaison qui toute triviale qu'elle est vient parfaitement au sujet. Quand le pain est nouveau, il est tendre & pour ainsi dire malleable, à cause de l'humidité aqueuse qu'il contient; mais quand il a été gardé long-temps, comme il a perdu alors beaucoup de cette même humidité, ses parties n'ont plus la même souplesse & la même ductilité qu'elles avoient auparavant, & elles se réduisent aisément en poussière, comme le fer dépouillé de son huile. Cela étant, dira-t-on que quand le pain est en l'état de sécheresse dont on vient de parler, il n'est plus pain, & qu'il est détruit? Non certainement; il faudroit pour cela que les parties mêmes de la farine fussent réduites en leurs principes. Par la même raison quand le fer a été privé de la portion huileuse qui humectoit ses parties & qui le rendoit malleable, il est toujours fer, & il ne doit être censé détruit que quand ses grains ferrugineux auront entièrement perdu la qualité essentielle qui les caractérise, & dont M. Geoffroy s'est uniquement servi jusqu'icy pour reconnoître le fer. Ce que je viens de dire est non-seulement une réponse à M. Geoffroy, mais encore un éclaircissement à ce que j'ay avancé dans mon Memoire du 14. Avril 1706. sur la décomposition du fer, qui ne doit point être regardée comme une destruction véritable de ce métal, mais seulement comme une destruction de sa malleabilité.

Après avoir suffisamment prouvé que le fer réduit en une poudre rouge par une longue calcination n'est point une pure terre, comme l'assure M. Geoffroy, mais un véritable fer caché par les acides qui s'y sont incorporez, on voit clairement qu'en mêlant cette poudre rouge avec de l'huile de lin, il ne récompose pas du fer, puisque ce métal n'a point été détruit, & qu'il est encore réellement existant dans cette poudre rouge. Que produit donc l'huile de lin en cette occasion ? Elle sert à dégager plus vite le fer des acides qui s'y étoient incorporez, & à le faire reparoître plus promptement sous sa forme naturelle.

J'ay déjà expliqué en plusieurs endroits de ce Memoire comment l'huile de lin en particulier & les huiles en general operoient cette réduction ou revivification du fer; ainsi je ne repeteray point icy la même chose, je remarqueray seulement qu'il y auroit lieu d'être surpris si quelqu'un osoit avancer que le mercure pénétré par les acides du nitre, & calciné en rougeur, est un mercure détruit, & qu'il est ensuite récomposé, quand par le moyen d'un absorbant qui arrête les acides qui le fixoient, on le distille sous la première forme. Cependant la récomposition prétendue du fer publiée par M. Geoffroy ne diffère point essentiellement de la revivification du mercure, & l'une & l'autre se font par une mécanique semblable. La différence principale qui se trouve entre ces deux operations, c'est que le mercure étant un corps volatil, on lui donne un absorbant fixe; & le fer étant un corps fixe, on lui donne un absorbant volatil: car si l'on faisoit autrement, le mercure & le fer demeureroient toujours unis à des matieres étrangères.

Mais accordons à M. Geoffroy que l'huile de lin, outre sa qualité absorbante par laquelle elle détache les acides qui s'étoient engagez dans les pores des grains ferrugineux, communique encore à ces grains quelques parties huileuses, & réparant par-là en quelque sorte la perte que le feu leur en a fait faire, entretienne le tout dans

dans une certaine malleabilité , il arrive alors la même chose que si en rendant au pain sec les parties aqueuses qu'il a perduës , on le rétablissoit dans la souplesse & l'espece de malleabilité qu'il avoit auparavant. Mais comme on ne peut dire que le pain redevenu tendre & mou ait été récomposé, puisqu'il n'avoit point été détruit en sechant ; aussi ne peut-on pas dire que le fer redevenu malleable ait été récomposé, puisqu'il n'avoit point perdu la propriété essentielle qui le caractérise. Voilà donc où se termine toute la récomposition prétendue du fer publiée par M. Geoffroy ; mais qu'en peut-il conclure pour confirmer ses premières expériences , & pour appuyer son système sur la production artificielle du fer ? Car quand il a avancé en premier lieu qu'il avoit fait du fer , il n'a pas prétendu nous dire qu'il avoit donné de la malleabilité à une matiere qui étoit déjà attirable par l'aiman ; il nous a au contraire fait entendre qu'une pure terre qui n'avoit essentiellement aucune propriété magnétique , l'acqueroit quand elle étoit unie à une huile & un acide vitriolique. Pour donc que ses dernières expériences prouvent quelque chose en faveur de ses premières & de son système, il ne suffit pas d'emporter au fer sa malleabilité, & de la rétablir ensuite tellement quellement : le point principal c'est de lui enlever entièrement sa vertu magnétique par la destruction totale de ce métal , & de la rétablir ensuite par la récomposition parfaite du même métal. C'est-là ce qu'il falloit faire, & ce que M. Geoffroy n'a point fait.

Il ne lui resté donc plus de preuve qu'il ait fait du fer, ni même qu'on en puisse faire aussi promptement qu'il se l' imagine , & par le simple mélange d'un acide , d'une huile & d'une terre ; car j'ay fait voir assez clairement que les premières & les secondes expériences sur lesquelles il appuie ce sentiment ne le prouvent point du tout, & que les conséquences qu'il tire des unes & des autres ne sont pas justes. Mais enfin quand il trouveroit le secret de faire véritablement du fer , il ne s'ensuivroit pas delà

que le fer trouvé dans les cendres des plantes fût aussi nouvellement produit; & il me seroit aisé de prouver très-sensiblement que le système que j'ay donné pour l'explication de ce phenomene seroit encore préférable à tout autre dans le cas présent, d'autant plus que ce système se trouve parfaitement établi & confirmé non-seulement par les experiences & les raisons que j'ay rapportées dans d'autres Memoires; mais encore par celles que M. Geoffroy m'a fait naître en attaquant mon système, & en défendant le sien.

Je n'examineray point icy ce que M. Geoffroy publie sur la production des autres métaux, & des matieres métalliques; il ne s'agit presentement que du fer, & mon Memoire qui n'est déjà que trop long, le deviendrait excessivement, si j'entamois cette autre matiere que je traiteray peut-être une autre fois; je remarqueray seulement que pour entrer dans le secret de la composition de ces métaux, il suit précisément la même voye, & il employe les mêmes experiences que celles dont il s'est servi pour le fer; c'est à dire qu'il tâche de les détruire, & de les recomposer ensuite par des moyens semblables, & qu'il ne fait cependant ni l'un ni l'autre.

OBSERVATIONS

*De l'Eclipse de Soleil arrivée le 14 Septembre 1708
au matin, à l'Observatoire.*

PAR M. DE LA HIRE.

Les nuages empêcherent de pouvoir voir le commencement de cette Eclipsé ; mais s'étant pres-^{1708.}
qu'aussi-tôt dissipés, on vit le Soleil éclipsé d'environ ^{28. Novem-}
un tiers de doit à 6^h 53'. Les autres Phases furent observées bre.
comme il suit avec le Micrometre appliqué à une Lunete
de 7 piés de foyer.

| | | | | | |
|---------------------------------------|----------------|-----|-----|-------------------|-----|
| A | 6 ^h | 53' | 47" | 0 ^{doit} | 39' |
| | | 55 | 45 | 0 | 57 |
| | | 57 | 40 | 1 | 10 |
| | | 59 | 38 | 1 | 25 |
| 7 | 1 | 13 | | 1 | 40 |
| | 2 | 58 | | 1 | 54 |
| | 4 | 49 | | 2 | 08 |
| | 6 | 37 | | 2 | 22 |
| | 8 | 27 | | 2 | 36 |
| | 10 | 16 | | 2 | 51 |
| | 12 | 15 | | 3 | 05 |
| | 14 | 22 | | 3 | 19 |
| | 16 | 36 | | 3 | 33 |
| | 18 | 44 | | 3 | 48 |
| | 21 | 51 | | 4 | 02 |
| | 24 | 34 | | 4 | 16 |
| | 27 | 33 | | 4 | 30 |
| | 31 | 54 | | 4 | 44 |
| | 37 | 41 | | 4 | 59 |
| C'étoit icy la plus grande obscurité. | | | | | |
| | 52 | 46 | | 4 | 44 |
| | 58 | 03 | | 4 | 30 |
| 8 | 1 | 07 | | 4 | 16 |

Ecc ij

Il vint ensuite des nuages qui empêcherent de poursuivre l'Observation jusqu'à

| | | | | |
|----------------|-----|-----|--------------------|-----|
| 8 ^h | 20' | 17" | 2 ^{doits} | 22' |
| 24 | 17 | | I | 54 |
| 25 | 57 | | I | 40 |
| 27 | 43 | | I | 25 |
| 30 | 3 | | I | 10 |
| 31 | 57 | | 0 | 57 |
| 34 | 12 | | 0 | 39 |
| 35 | 46 | | 0 | 29 |
| 38 | 42 | | 0 | 0 |

Fin de l'Eclipse.

On trouva le diametre du Soleil de 31' 48" par plusieurs Observations repetées, tant par les passages du Soleil par un meridien, que par le moyen du Micrometre.

On observa encore qu'à 7^h 31' 55" la ligne menée par les cornes du Soleil éclipse, étoit sensiblement parallele à l'horizon, & par conséquent les centres des deux astres étoient alors dans le même vertical, & la distance entre cette ligne & le limbe du Soleil qui étoit découvert, étoit de 25' 20". Mais alors la partie claire restante du Soleil étoit de 19'; d'où l'on conclut que le diametre de la Lune devoit être de 31' 40", qui est tres-proche de celui du Soleil. Mais par le calcul de mes Tables on trouve que le diametre de la Lune étoit de 32' 16" un peu plus grand qu'on ne le tire de l'Observation; ce qui doit toujours arriver dans les Eclipses de Soleil, à cause de la grande lumiere qui diminue un peu la partie obscure qui est cachée par la Lune.



SUR L'OBSERVATION

*De l'Eclipse de Lune arrivée le 29 Septembre au soir
1708 à l'Observatoire.*

PAR M^r DE LA HIRE.

UN peu avant l'Eclipse le Ciel étoit assez serein , & l'on observa le diametre de la Lune avec le Micro-metre de 30' 43'', la Lune étant élevée sur l'horizon de 18°. Mais ensuite le Ciel se couvrit de nuages assez époïs pour ne laisser voir la Lune que fort imparfaitement & seulement par intervalles ; & quand elle paroïsoit le plus clairement, on ne voyoit pas l'ombre de la Terre bien terminée sur le disque de la Lune. Ainsi on n'a pû faire aucune Observation de cette Eclipse avec exactitude.

Pour ce qui est des taches on n'en a pû rien observer, à cause des nuages qui passoient continuellement au devant de la Lune, & qui ne permettoient pas de les distinguer. Ce qu'on voyoit quelquefois le plus distinctement, c'étoit les cornes de la Lune éclipsee ; car comme la Lune paroît toujours plus claire dans la circonference de son disque, aussi l'ombre y est-elle plus sensible.

Nous observâmes le mieux qu'il nous fut possible qu'à 8^h 17' l'Eclipse étoit de un doigt 42 minutes. Mais les Observations suivantes n'ont été faites que par la distance entre la ligne menée par les cornes de la Lune éclipsee, & la partie du limbe éclairé qui en étoit la plus éloignée ; d'où nous avons conclu en posant le diametre de la Lune tel que nous l'avions observé, & le diametre de l'ombre tiré des Tables que l'Eclipse étoit à 8^h 30', de 3 doigts 11' ; à 8^h 33', de 3 doigts 58' ; à 8^h 40', de 4 doigts 30' ; & à 8^h 52', de 4 doigts 47'.

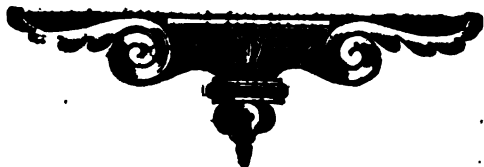
Avertissement.

Lorsque je composai mes Tables Astronomiques, je

Ecc iij

donnai dans la 17^e Table pour la correction de la Lune, le même nombre des minutes tant pour les Eclipses de Soleil que pour celles de Lune ; car il me sembloit que je ne pouvois rien établir de bien certain dans les Eclipses de Lune qui peuvent varier considerablement par des causes Physiques. Cependant les circonstances particulieres qui se sont rencontrées dans quelques-unes des dernieres Eclipses de Lune, m'ont fait connoître que cette correction étoit trop forte de 3' dans le milieu de la dernière colonne, & qui est son point le plus haut ; & qu'au lieu de 13' il faut mettre 10', & qu'elle doit être diminuée à proportion tant en montant qu'en descendant dans les trois dernieres colonnes de cette Table, en laissant les trois premieres comme elles sont. Pour m'en assurer j'ay calculé de nouveau toutes les Eclipses de Lune que j'avois pour certaines & qui étoient presque centrales, comme celles qui me sembloient plus propres pour mon dessein, & semblablement les partiales qui s'étoient trouvées trop écartées par mes premiers calculs, ce qui m'a confirmé dans cette correction, en ajoutant encore 30" à 1' que j'avois ajoutée pour le demi-diametre de l'ombre dans le précepte des Eclipses page 27.

Sur cette correction j'ay trouvé que l'Eclipse de Lune que je rapporté dans ce Memoire devoit commencer à 8^h 7' 35" ; son milieu devoit être à 9^h 21' 37" , & sa fin à 10^h 35' 39" , & sa quantité de 5 doits 24'. On pourra la confronter avec des Observations exactes qui en auront été faites.



OBSERVATIONS

De l'Eclipse du Soleil du 14 Septembre 1708.

PAR M^{rs} CASSINI ET MARALDI.

Nous nous sommes servis pour observer cette Eclipsé des mêmes methodes que nous avons employé pour l'Observation de l'Eclipse du Soleil du 12 May 1706; scavoir d'un Micrometre mis au foyer d'une Lunete de 8 pieds, de divers reticules formez par des fils paralleles mis au foyer d'une autre Lunete de même grandeur, & en troisieme lieu par la Lunete de 34 pieds au foyer de laquelle on avoit attaché sur un tambour un papier sur lequel se peignoit l'image du Soleil, dont le diametre étoit divisé en douze par six cercles concentriques. Cette derniere methode fut celle dont l'on fit le moins d'usage, à cause que pendant la durée de l'Eclipse l'on voyoit souvent le Soleil au travers des nuages rares, qui empêchoient que son image ne se peignit distinctement sur le tambour.

1708.
28. Novem-
bre.

Le 14 Septembre au matin on apperçut le Soleil quelque temps après son lever. Il se cacha ensuite dans des nuages qui étoient du côté de l'Orient.

A 6^h 52' 48" le Soleil se découvrit lorsqu'il étoit déjà éclipsé d'environ un tiers de doit.

Nous fîmes ensuite les Observations suivantes.

Observations faites par le Micrometre.

| | | | |
|------------------|----|----|----------------------------|
| A 7 ^b | 1' | 2" | Un doit 29 minutes. |
| | 4 | 40 | Deux doigts 5 minutes. |
| | 9 | 34 | Deux doigts 49 minutes. |
| | 12 | 38 | Trois doigts 20 minutes. |
| | 15 | 43 | Trois doigts 38 minutes. |
| | 19 | 0 | Trois doigts trois quarts. |

| | |
|--------------------------|---------------------------|
| A 7 ^h 22' 53" | Quatre doigts 21 minutes. |
| 28 0 | Quatre doigts 49 minutes. |
| 31 34 | Quatre doigts 53 minutes. |
| 37 0 | Cinq doigts 7 minutes. |
| 41 4 | Cinq doigts 10 minutes. |
| 42 0 | Cinq doigts 10 minutes. |
| 45 0 | Cinq doigts 10 minutes. |
| 46 0 | Cinq doigts 10 minutes. |
| 53 8 | Quatre doigts 48 minutes. |
| 56 48 | Quatre doigts 33 minutes. |
| 8 0 30 | Quatre doigts un tiers. |
| 26 30 | Un doit 29 minutes. |
| 29 23 | Un doit 10 minutes. |
| 34 0 | 41 minutes. |
| 36 38 | 18 minutes. |
| 38 27 | Fin de l'Eclipse. |

La grandeur de l'Eclipse fut trouvée par le Micrometre de 5 doigts 10 minutes. On n'apperçut point avec la Lunete de 8 pieds dont l'on se servoit pour cette Observation, la Tache qui devoit être sur le bord du Soleil apparent près d'en sortir.

Observations faites par les Reticules réduites en doigts & demi doigts.

| | |
|-------------------------|------------------------|
| A 6 ^h 50' 0" | Commencement estimé, |
| 56 46 | Un doit. |
| 7 3 42 | Deux doigts. |
| 11 0 | Trois doigts. |
| 20 28 | Quatre doigts. |
| 26 44 | Quatre doigts & demi. |
| 35 26 | Cinq doigts. |
| 41 0 | Cinq doigts 5 minutes. |
| 59 46 | Quatre doigts & demi. |
| 8 24 10 | Deux doigts. |
| 28 22 | Un doit & demi, |
| 31 59 | Un doit. |

A 8^h 35' 22"
38 28

Un demi doit.
Fin de l'Eclipsé.

La grandeur de l'Eclipsé fut observée par les Reticules de cinq doigts & 5 minutes.

OBSERVATIONS

De l'Eclipsé de Lune du 29 Septembre 1708.

PAR M^{rs} CASSINI ET MARALDI.

LE temps n'a pas été favorable pour l'Observation de cette Eclipsé; car pendant sa durée la Lune a été ou entièrement cachée, ou couverte de broüillards qui empêchoient de distinguer avec quelque précision le terme de l'ombre de la Terre sur le disque de la Lune. 1708.
28. Novem-
bre.

Nous n'avons pas laissé d'en faire les Observations suivantes avec deux Lunetes de 8 pieds, à l'une desquelles il y avoit un Micrometre, & à l'autre des Reticules.

A 8^h 16' 20" la Lune paroïssoit éclipsee au travers des broüillards de Un doit 20 minutes.

| | |
|---------|----------------------------|
| 22 50 | Deux doigts & demi. |
| 29 20 | Trois doigts & 6 minutes. |
| 30 50 | Trois doigts & 18 minutes. |
| 32 50 | Trois doigts & 42 minutes. |
| 45 0 | Quatre doigts & 54 min. |
| 10 6 20 | Trois doigts & 6 minutes. |
| 20 20 | Un doit & 20 minutes. |

La fin de l'Eclipsé ne pût pas être observée.

En comparant ensemble les deux dernieres Observations qui ont été faites lorsque l'Eclipsé diminuoit, avec deux autres qui ont été faites précisément dans les mêmes phases lorsque l'Eclipsé augmentoit, l'on a par la premiere Observation comparée avec la dernière le milieu de l'Eclipsé à 9^h 18' 20", & par la seconde comparaison on a le milieu à 9^h 18' 0".

1708.

Fff

A l'égard de la grandeur de cette Eclipsé, nous n'avons pas pû la déterminer exactement; c'est pourquoy il est plus à propos de s'en rapporter aux Observations qui en auront été faites en d'autres païs.

R E F L E X I O N S

*Sur les Eclipses du Soleil & de la Lune du mois de
Septembre 1708.*

P A R M. C A S S I N I.

1708.
28 Novem-
bre.

L Es Observations de l'Eclipsé du Soleil du 14 Septembre 1708 étant comparées à la figure qui a été dressée pour le calcul de cette Eclipsé, ont fait voir que la conjonction qui résulte de nos Tables n'anticipe que de deux minutes d'heure celle que nous avons déterminée par nos Observations.

Ayant corrigé cette difference en sorte que la figure représente exactement l'Eclipsé telle qu'elle a été observée à Paris, nous avons trouvé qu'elle représentoit aussi avec la même exactitude les temps & les phases observées en d'autres lieux, en égard à la difference des meridiens.

Nous avons déjà reçu les Observations qui en ont été faites à Montpellier, à Marseille, à Langres, à Genes, à Bologne & à Rome, & nous espérons d'en recevoir encore d'autres faites dans des païs où l'Eclipsé aura été plus grande qu'à Paris.

Nous avons en attendant déterminé les lieux de la Terre où elle a paru sous diverses phases, & nous trouvons qu'elle a dû être totale au lever du Soleil dans le Groenland à 71 degrés de latitude septentrionale; que l'ombre totale de la Lune a ensuite parcouru la Norvege & la Moscovie, & que l'Eclipsé a été totale sur le parallèle de Paris 57 degrés à l'Orient de cette ville; qu'elle a dû passer ensuite par la Perse, par le Mogol près d'Agra,

par le Royaume de Siam & par la Cochinchine, & qu'elle a cessé de paroître totale au coucher du Soleil 112 degrés à l'Orient de Paris, & à 14 degrés de latitude septentrionale.

La trace qu'a décrit l'ombre totale de la Lune dans cette Eclipsé croise fort obliquement celle qui fut décrite dans l'Eclipsé totale du mois de May 1706, qui commença dans la mer entre la Cayenne & les Canaries, passa par la partie meridionale de l'Espagne, de la France, & alla terminer dans la Tartarie. Ces deux traces se coupent dans la partie septentrionale de Moscovie, quelques degrés au Nord de Moscou, où elle aura été vûë totale cette année-cy, de même qu'en 1706.

L'Eclipsé de l'année 1699 qui fut aussi totale en divers endroits de la Terre, paroît avoir décrit une route qui a plus de conformité à celle que l'ombre totale de l'Eclipsé de cette année a parcouru sur la Terre.

On a rapporté dans les Memoires de l'Academie de l'année 1699, que cette Eclipsé a commencé à paroître totale dans une Isle du Groenland; qu'elle a ensuite passé par les côtes septentrionales de l'Ecosse, par la partie meridionale du Danemark, & par les parties septentrionales de la Pomeranie, par la petite Tartarie, par la Mer Noire, par la Perse, par le Royaume du Mogol, & par les Indes Orientales jusqu'aux confins du Royaume de Siam.

En comparant cette trace avec celle de l'Eclipsé de cette année, l'on voit qu'elles ont commencé toutes les deux à paroître totales au lever du Soleil dans le Groenland. Que la dernière a passé par l'Europe dans des lieux plus septentrionaux, & que les deux traces de l'ombre se sont rencontrées dans la Perse & dans le Mogol, où ces Eclipsés auront été vûës toutes les deux totales dans un espace de país considerable.

Nous avons aussi déterminé les lieux où l'Eclipsé de cette année a été de 6 doigts tant du côté du Midy que du Septentrion.

Du côté du Midy elle a dû commencer à paroître de 6 doigts au lever du Soleil dans la mer de Tartarie ou Glaciale à la distance de 9 degrés du Pole septentrional ; & après avoir traversé une partie de la Tartarie à peu près du Nord vers le Midy, elle a dû paroître de 6 doigts au coucher du Soleil 119 degrés à l'Orient de Paris, & à 42 degrés $\frac{1}{2}$ de latitude septentrionale.

La trace septentrionale de 6 doigts commence 29 degrés $\frac{1}{2}$ à l'Occident de Paris à 52 degrés $\frac{1}{2}$ de latitude septentrionale. Elle passe ensuite par la partie meridionale de l'Angleterre, par la partie septentrionale de la France, par l'Hongrie, par la Mer Noire, par le Golfe Persique, par la côte de Coromandel, au Nord de l'Isle de Sumatra, & va terminer à la partie meridionale de l'Isle de Borneo.

La ligne qui separe les païs où l'on a vû l'Eclipse, de ceux où elle n'a point paru, passe par les Isles Terceres, par la partie meridionale de l'Afrique, par la nouvelle Hollande, par les Philippines, par le Japon & par la côte orientale de la Tartarie ; de sorte que cette Eclipse a dû paroître dans toute l'Europe & presque dans toute l'Asie.

Reflexions sur l'Eclipse de Lune du 29 Septembre

1708.

Une des plus exactes Observations que l'état de l'air a permis de faire de la derniere Eclipse arrivée le 29 Septembre de cette année 1708, est celle qui a été faite à Marseille par le Pere Laval Jesuite Professeur Royal d'Hydrographie, & par M. Chazelles de l'Academie Royale des Sciences. Ils ont eu le temps tres-favorable, au lieu qu'il étoit fort broüillé à Paris. Cette Observation est d'une tres-grande importance, car elle sert à verifien plusieurs Elemens de la Theorie de la Lune, cet Astre se trouvant alors dans une situation propre pour cet effet. Elle étoit proche de la moyenne distance de la

Terre, où la premiere inégalité de son mouvement est plus grande, ce qui sert à verifier son excentricité qui regle cette inégalité. Et le Soleil étoit aussi tres-proche de la moyenne distance, où est sa plus grande Equation, dont nous assignons la 10^e partie à la Lune, mais d'une affection contraire, qui dans cette Eclipsé étoit plus grande que dans toutes les autres situations du Soleil ; ce qui nous faisoit souhaiter une Observation exacte de cette même Eclipsé pour la mieux verifier à cette occasion qui étoit une des plus favorables.

Nous avons eu la satisfaction de voir que la premiere Equation de la Lune que nous emploïons, & qui ne difere point sensiblement de celle des Tables Rudolphines, est conforme à celle que nous avons emploïée dans le calcul de cette Eclipsé aussi exactement que l'on peut souhaiter, & que l'Equation tirée de celle du Soleil qui est la 4^e Equation de la Lune, s'accorde à cette Observation avec la même exactitude.

Car ayant appliqué ces deux Equations au moyen mouvement de la Lune verifié par toutes les Eclipses précédentes que nous avons pû comparer ensemble, le calcul nous avoit donné le milieu de cette Eclipsé à la même heure & à la même minute qu'elle a été observée à Marseille, ayant emploïé la difference des meridiens entre Paris & Marseille telle qu'elle est marquée dans le Livre de la Connoissance des Temps, & emploïant l'Equation des jours inserée dans nos Tables des Satellites de Jupiter.

Il y a eu une difference d'un tiers de doit dans la grandeur de l'Eclipsé qui fut observée à Marseille de 5 doits un tiers. Mais cette difference ne dépend que d'une minute de latitude de la Lune qu'il est difficile de regler à une minute près.

Car dans le calcul on ne tient pas compte de la difference qu'il y a entre la veritable figure de la Terre, qui par diverses Observations a été trouvée un peu Elliptique, & la figure supposée spherique. On ne tient pas

compte non plus de quelque variation de son ombre, qui peut être causée par quelque diversité de la refraction des rayons du Soleil dans la rencontre de diverses parties de l'Atmosphère de la Terre plus ou moins dense en un endroit qu'en un autre.

On neglige aussi dans la détermination de l'ombre les inégalitez dans sa circonference, qui peuvent être causées par les montagnes qui se rencontrent aux lieux de la Terre où le Soleil se leve & où il se couche à l'heure de l'Eclipse, parceque ces inégalitez des hauteurs des montagnes n'ont pas une proportion sensible au demi-diametre de la Terre. Neanmoins si l'on avoit une description assez distincte des chaînes des montagnes telle que M. le Comte Marfigli a entrepris de faire, l'on pourroit observer dans les Eclipses de Lune s'il n'y en paroît point quelques vestiges dans la penombre.

Les divers états de l'air contribuent aussi à causer dans cette ombre quelques diversitez apparentes. L'état de l'air qui à Paris étoit fort broüillé au temps de cette Eclipsé, ne permettoit que tres-rarement de voir le terme de l'ombre; neanmoins la Lune s'étant laissé voir dans une espace un peu moins trouble, un peu après le commencement & un peu avant la fin de l'Eclipsé, deux phases égales, une en croissant, l'autre en décroissant, on a conclu le milieu de l'Eclipsé à $9^h 18' 20''$, à quelques secondes près de ce qui résulte de l'Observation de Marseille, ayant eu égard à la difference des meridiens déterminée par d'autres Observations.



COMPARAISON

*De diverses Observations de l'Eclipse du Soleil
du 14 Septembre 1708.*

PAR M. CASSINI le fils.

Nous avons reçu de divers lieux les Observations de l'Eclipse du Soleil du 14 Septembre 1708, & nous les avons comparées à nôtre Observation suivant la méthode que nous avons pratiquée dans de semblables occasions, pour connoître la différence des meridiens entre Paris & les lieux où cette Eclipse a été observée. 1708.
1. Decembre.

Quoique cette Eclipse ait dû être totale en divers endroits de la Terre, nous n'en avons encore reçu aucune relation, & toutes les Observations que l'on nous en a envoyé marquent sa grandeur plus petite qu'elle n'a été vûe à Paris, où elle fut observée de 5^d.

Nous n'avons pas pû voir à Paris le commencement de cette Eclipse, mais nous l'avons conclu des Phases suivantes à 6^h 50' 0", ce qui nous a servi à dresser la Figure que nous avons employée pour déterminer la différence des meridiens qui résulte des Phases différentes observées en divers lieux.

Nous avons comparé non-seulement les Observations du commencement & de la fin, mais aussi celles des Phases ou doits observez, dont les plus exactes sont celles qui ont été faites près du commencement & de la fin. Celles qui sont vers le milieu ne pouvant pas se distinguer avec la même évidence, à cause que l'augmentation ou la diminution des doits se fait alors moins sensiblement.

*Comparaison de l'Eclipse observée à Montpellier par
les Astronomes de la Société Royale des Sciences.*

| | A Montpellier. | A Paris par la figure. | Diff. des merid. entre Paris & Montpellier. |
|--------------|----------------------|---------------------------|---|
| Commencement | 7 ^h 3' 6" | 6 ^h 57' 0" | 6' 6" |
| Fin | 8 36 17 | 8 29 40 | 6 37 |

La grandeur de l'Eclipse fut observée de trois doigts.

En prenant une moyenne entre les différences qui résultent de la comparaison des Phases observées de part & d'autre, l'on aura la différence des meridiens entre Paris & Montpellier de 6' 18".

A Marseille par le P. Laval & M. Chazelles.

| | A Marseille. | A Paris par la figure. | Diff. des merid. entre Paris & Marseille. |
|--------------|------------------------|---------------------------|---|
| Commencement | 7 ^h 10' 37" | 6 ^h 58' 0" | 12' 37" |
| Fin | 8 43 24 | 8 31 5 | 12 19 |

La grandeur de l'Eclipse fut observée de 3 doigts 20 minutes.

En prenant une moyenne entre les différences qui résultent de la comparaison des Phases, l'on aura la différence des meridiens entre Paris & Marseille de 12' 17".

A Langres par M. de Tancarville.

| | A Langres. | A Paris par la figure. | Diff. des merid. entre Paris & Langres. |
|----------------------|-----------------------|---------------------------|---|
| Commencement douteux | 7 ^h 5' 18" | 6 ^h 51' 40" | 13' 38" |
| Fin exacte | 8 52 35 | 8 40 30 | 12 5 |

Suivant l'Observation de la fin de l'Eclipse qui a été observée plus exactement tant à Langres qu'à Paris, l'on a la différence des meridiens entre Paris & Langres de 12' 5" de temps, qui réduits en degrés font 3^d 1' 15" dont Langres est plus Oriental que Paris. Le lieu où l'Observation a été faite est plus près du méridien de Paris de

de 22" de degré que la Tour de l'Eglise de S. Pierre qui est au centre de Langres. M. de Tancarville a aussi déterminé la hauteur du Pole de Langres de 47° 50' 50".

A Genes par M. le Marquis Salvago & M. l'Abbé Barabbini.

| | A Genes. | A Paris par la figure. | Diff. des merid. entre Paris & Genes. |
|--------------|--------------------|------------------------|---------------------------------------|
| Commencement | 7 ^h 22' | 6 ^h 57' | 25' 0" |
| Fin | 9 6 | 8 39 50 | 26 10 |

La grandeur de l'Eclipse fut observée de 4 doigts précisément.

A Bologne par M. Manfredi.

Le commencement de l'Eclipse ne pût pas être observé à Bologne, & on n'apperçût le Soleil qu'à 8^h 22' 21" qu'il étoit déjà éclipsé de quatre doigts.

| | A Bologne. | A Paris par la figure. | Diff. des merid. entre Paris & Bologne. |
|-----|------------------------|------------------------|---|
| Fin | 9 ^h 20' 27" | 8 ^h 34' 0" | 36' 27" |

En prenant une moyenne entre les différences qui résultent de la comparaison des meridiens entre Paris & Bologne, on aura la différence de 36' 21".

M. Manfredi apperçût dans la Lune une cavité fort longue & fort déliée qui étoit au milieu entre les cornes de l'Eclipse vers les premières Phases.

A Rome par M. Bianchini.

Le commencement de l'Eclipse ne pût pas être observé à Rome.

| | A Rome. | A Paris par la figure. | Diff. des merid. entre Paris & Rome. |
|-----|------------------------|------------------------|--------------------------------------|
| Fin | 9 ^h 20' 20" | 8 ^h 39' 30" | 40' 50" |

En prenant une moyenne entre les différences qui résultent de la comparaison des Phases, l'on aura la différence des meridiens entre Paris & Rome de 41' 10".

1708.

Ggg

OBSERVATIONS

De l'Eclipsé de Lune du 29 Septembre 1708, faites à Genes par M^r le Marquis Salvago & l'Abbé Barabbini, & à Marseille par le P. Laval & M. Chazelles. Rapportées,

PAR M^r CASSINI ET MARALDI.

1708.
12. Decem-
bre.

LE temps nebuleux qu'il fit à Paris pendant la durée de cette Eclipsé ne nous permit pas de l'observer avec beaucoup d'exaëtitude; mais les Observations qui en ont été faites à Genes & à Marseille, dont nous connoissons la difference des meridiens à l'égard de Paris, pourront suppléer au défaut des nôtres. Voici l'extrait de ces Observations.

Observation faite à Genes.

A 8^h 33' 49" à Genes l'Eclipsé paroissoit commencer à la vue simple, mais on doutoit de son commencement par une Lunete.

10 57 21 Fin de l'Eclipsé.

Observation faite à Marseille.

A 8^h 21' 0" Commencement de l'Eclipsé observée par M. Chazelles par une Lunete de 8 pieds.

8 20 45 Commencement observé par le P. Laval avec une Lunete de 8 pieds.

10 41 30 Fin de l'Eclipsé observée par M. Chazelles.

10 41 26 Fin de l'Eclipsé observée par le P. Laval.

La grandeur de l'Eclipsé fut trouvée par le P. Laval de 5 doigts 20', & le diametre apparent de la Lune de 33' 40".

AUTRES SOLUTIONS

Du Problème déjà résolu dans le Mémoire du 18. Juillet dernier, pag. 251. &c. touchant la Courbe que décriroit un corps de pesanteur constante, jetté dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps.

PAR M. VARIGNON.

DAns ce Mémoire du 18. Juillet dernier j'ay donné deux Solutions du Problème où il s'agissoit de trouver cette Courbe, lesquelles ne dépendent de la vitesse de projection, que comme d'une vitesse simple, sans qu'il y soit besoin d'avoir égard aux vitesses verticales & horizontales résultantes des projections obliques ou inclinées. Et dans le Mémoire du 22. Aoust dernier, pag. 303. &c. j'ay fait voir l'accord de ces deux Solutions avec celles de M. Newton & de M. Hughens, dépendantes de la considération de ces vitesses verticale & horizontale, dans lesquelles ils ont décomposé celle de projection oblique. Voici encore deux autres Solutions du même Problème, en considérant aussi le mouvement de projection oblique comme composé d'un vertical & d'un horizontal, toutes différentes encore des leurs, & cependant encore d'accord avec elles, pour faire voir comment ce mouvement ainsi considéré les donne aussi à nôtre manière & pour confirmer encore la validité de toutes ces Solutions, suivant la promesse que j'en ay faite à la fin du Mémoire du 18. Juillet, pag. 274. & de celui du 22. Aoust dernier, pag. 312. Je n'ay différé jusqu'ici à donner ces deux dernières Solutions, que parceque les ayant trouvées d'abord, chacune en deux manières, avec quantité de Corollaires, le Mémoire que j'en avois fait, étoit devenu trop long, & qu'il m'a fallu du tems pour le réduire à celui-ci.

1708.
5. Decem-
bre.

Ggg ij

Comme on fera quelquefois ici mention des deux Solutions qui se trouvent dans le Mémoire du 18. Juillet dernier, pag. 250. &c. appellées *Solut.* 1. 2. de leur Identité entr'elles, & de leurs Corollaires qui y sont au nombre de 21. celles-ci vont être appellées *Solut.* 3. 4. & leurs Corollaires, *Corol.* 22. 23. &c. pour la commodité des citations.

L E M M E I.

FIG. I.
II.
III.
IV.

Par deux points quelconques A, Z , d'une ligne droite AZ divisée à volonté en K , soient deux arcs AVO, ZRO , d'une même logarithmique aussi quelconque, sur une asymptote commune KO perpendiculaire en K sur AZ , & sur laquelle soit prise $K\omega = KZ$. Ensuite après avoir tiré des points A, Z , par le point ω , les droites $A\omega, Z\omega$, indéfiniment prolongées de part & d'autre des côtés de O ; soit aussi tirée une ordonnée quelconque VR parallèle à AZ , & qui rencontre les arcs logarithmiques AVO, ZRO , en V, R ; leur asymptote commune en T ; & les droites AO, ZO , en F, G . Enfin des points V, R , soient $V\Pi, RE$, parallèles à KO , & qui rencontrent les droites AO, ZO , en Π, E .

Cela fait, je dis que l'on aura par tout ici $V\Pi = RE$ correspondante.

D É M O N S T R A T I O N.

Puisque l'abscisse KT est (*constr.*) commune aux deux arcs AV, ZR , correspondans d'une même logarithmique sur l'asymptote KO , l'on aura ici $VT. TR :: AK. KZ :: FT. TG$. ou (en permutant) $VT. FT :: TR. TG$. Et (en divisant ou en composant) $VF. FT :: GR. TG$. ou (en permutant) $VF. GR :: FT. TG :: AK. KZ$ (la construction donnant $K\omega = KZ$) :: $AK. K\omega$ (à cause des triangles semblables $AK\omega, FV\Pi$) :: $VF. V\Pi$. Donc $V\Pi = GR$. Mais la construction donnant $K\omega = KZ$, & les triangles $ZK\omega, GRE$, étant (*constr.*) semblables, l'on aura de même $GR = RE$. Donc $V\Pi = RE$ correspondante, quoique le contraire paroisse aux yeux en quelques endroits des Figures qui sont mal tracées. Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Donc le cas de $V\Pi=o$, rendra aussi la correspondante $RE=o$. Mais $V\Pi=o$, & $RE=o$, rendent de même $VF=o$, & $RG=o$. Donc le cas de $VF=o$, rendra pareillement la correspondante $GR=o$; & réciproquement.

COROLLAIRE II.

Donc aussi lorsqu'une des droites AO , ZO , coupe un des arcs AVO , ZRO : par exemple, lorsque la droite AO coupe l'arc AVO en A , C ; si du point C on fait $C\Psi$ parallèle à AZ , & qui rencontre l'autre arc ZRO en Ψ ; cet arc déjà (*hyp.*) rencontré en Z par ZO , le sera encore en Ψ par la même ZO ; puisque (*Corol. I.*) $VF=o$ en C , doit aussi rendre $GR=o$ en Ψ . Par conséquent non-seulement la droite ZO coupera l'arc ZRO en Z , Ψ ; mais encore les points C , Ψ , dans lesquels les droites AO , ZO , rencontrent ainsi les arcs AVO , ZRO , seront sur une même ordonnée $C\Psi$ perpendiculaire à KO , de même que les points A , Z , où ces droites rencontrent encore (*hyp.*) ces arcs, sont sur une même droite AZ aussi perpendiculaire à KO : de sorte que les arcs AVC , $ZR\Psi$, compris entre ces points de rencontre, seront aussi compris entre deux ordonnées AZ , $C\Psi$, perpendiculaires à KO .

FIG. II.

COROLLAIRE III.

On voit de là que si l'ordonnée $C\Psi$ étoit muë parallèlement à elle-même vers AZ , & les droites AO , ZO , autour des points fixes A , Z , en passant toujours par les points C , Ψ , de rencontre de cette ordonnée $C\Psi$ avec les arcs logarithmiques AVO , ZRO ; non-seulement cette ordonnée $C\Psi$ se confondroit enfin avec AZ ; mais encore les points C , Ψ , se confondant aussi pour lors avec A , Z , les secantes AO , ZO , se trouveroient alors tangentes en ces points A , Z , des arcs AVO , ZRO , qu'elles coupoient, ayant alors $K\omega$ pour leur soûtangente commune, ainsi

que dans la Fig. 1. tout le reste demeurant le même que lorsqu'elles étoient sécantes dans la Fig. 2.

LEMMES II.

FIG. V.

Soient imaginées les deux Fig. 1. 2. du précédent Lem. 1. réduites en une seule Fig. 5. dans laquelle sur l'ordonnée KZ, soit prise KY égale à la sous-tangente commune (hyp.) aux deux arcs logarithmiques AVO, ZRO. Par Y soit YQ parallèle à leur asymptote commune KO, & qui rencontre l'arc ZRO en N; par lequel point N soient la tangente ON de cet arc, & l'ordonnée NU parallèle à ZA, lesquelles rencontrent KO en S, U. Du point B où l'autre arc AVO est rencontré par l'ordonnée NU prolongée, soit tirée par S la droite BS, laquelle sera aussi tangente en B de cet arc AVO, puisqu'on le suppose ici de même sous-tangente que l'autre ZRO. Soient L, M, les points où l'ordonnée AZ est rencontrée par les tangentes SB, SN, prolongées vers O. Enfin par les points A, Z, où cette ordonnée AZ rencontre les arcs AVO, ZRO, soient deux sécantes OA, OZ, parallèles à ces tangentes, & qui prolongées rencontrent encore ces arcs en d'autres points C, &.

Cela fait, je dis que ces sécantes OA, OZ, prolongées jusqu'à l'asymptote KO, la rencontreront en un même point.

DÉMONSTRATION.

Soit, si l'on veut ω le point où la sécante OA rencontre cette asymptote KO, & α celui où cette asymptote est rencontrée par l'autre sécante OZ. Le parallélisme supposé de ces sécantes avec les tangentes OB, ON, donnera AK. K ω :: LK. KS (la construction qui donne US = UN, donnant aussi KS = KM, & K α = KZ) :: LK. KM :: BU. UN (à cause de l'abscisse commune KU) :: AK. KZ (à cause de K α = KZ) :: AK. K α . c'est à dire, AK. K ω :: AK. K α . Donc K ω = K α ; & par conséquent les sécantes OA, OZ, prolongées jusqu'à l'asymptote KO, doivent la rencontrer en un même point ω ou α . Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Donc (*Corol. 2. Lem. 1.*) les points C, Ψ , dans lesquels les secantes OA, OZ , tirées par les points A, Z , d'une même ordonnée AZ , parallèlement aux touchantes OB, ON , couperont encore les arcs logarithmiques AVO, ZRO , seront aussi sur une même ordonnée $C\Psi$ parallèle à AZ ; & réciproquement. Il est indifférent pour la vérité de tout ceci, de quel côté $AZ, C\Psi$, soient de BN qui est toujours entr'elles.

COROLLAIRE II.

Il suit delà qu'après avoir mené les tangentes OB, ON , comme ci-dessus, si d'un point ω quelconque pris sur KO au-dessous de S (du côté où les arcs logarithmiques s'approchent de cette asymptote commune) on mène les secantes ωO parallèles aux tangentes SO , leurs premiers points C, Ψ , de rencontre avec les arcs AVO, ZRO , seront sur une même ordonnée $C\Psi$ perpendiculaire à l'asymptote KO ; & les seconds A, Z , pareillement sur une même ordonnée AZ perpendiculaire aussi à KO : sans cela il est visible que les secantes tirées des extrémités A, Z , d'une même ordonnée AZ parallèlement aux tangentes précédentes ne rencontreroient pas KO en un seul & même point; ce que le présent Lemme fait voir être faux. Donc, &c.

COROLLAIRE III.

Puisque (*constr.*) $KM = KS, KZ = K\omega$ (*Lem. 2.*) $= K\omega$; &c. si après avoir marqué des lettres F, G , les points où les tangentes BO, NO , prolongées sont rencontrées par les IV, ER , du Lem. 1. prolongées aussi jusqu'à ces tangentes: tout le reste demeurant le même que dans ce Lemme & ses Fig. 1. 2. il donnera ici $VF = RG, V\pi = RE$ correspondante; & conséquemment $BP = NQ$.

Il est manifeste que pour la vérité des deux Lemmes précédents & de leurs Corollaires, il est indifférent que les arcs loga-

arithmiques AVO, ZRO, soient du même ou de différens côtés de leur asymptote commune KO : c'est pour cela qu'on neglige d'exprimer ici cette variété de position dans plusieurs cas, qui non-seulement en auroit embarrassé les Figures, mais encore les auroit multipliées d'autant plus inutilement, qu'il est presentement aisé de les imaginer sur le modele de celles-ci. Je passe donc au Problème dont il est ici question.

PROBLÈME.

FIG. VI. Soit un corps de pesanteur constante jetté de A vers F suivant une direction quelconque AF, d'une force aussi quelconque, dans un milieu qui lui résiste à chaque instant en raison de ses vitesses actuelles : On demande la Courbe que ce corps ainsi jetté décrira dans ce milieu.

SOLUTION III.

S'agissant ici (*hyp.*) de considérer le mouvement de projection oblique, comme composé d'un horizontal & d'un vertical; ce vertical, qui peut être de bas en haut, ou de haut en bas, en fait deux cas, dont voici les Solutions séparées : Celle des projections horizontales en résultera sans peine, n'y ayant qu'à considérer ce mouvement vertical comme nul,

I. CAS.

Des projections obliques de bas en haut.

FIG. VI. I. Soit donc à present le mouvement du corps jetté obliquement de bas en haut de A vers F suivant AF, d'une force quelconque AF, considéré comme composé d'un horizontal suivant AK, & d'un vertical suivant KF, dont les vitesses soient à celle de projection suivant AF, comme AK, KF, sont à AF, en supposant toujours AK perpendiculaire en K sur la verticale FO. Soit ensuite cette horizontale AK divisée de manière en X, que AX soit à XK, comme la vitesse verticale est à la terminale du corps jetté; c'est à dire (*pag. 123. Corol. 9.*) à la plus grande qu'il pût acquerir en vertu de sa pesanteur en tombant

lant dans le milieu supposé. Sur AK prolongée vers Z , soit aussi prise KY à KF comme cette vitesse terminale est à cette verticale, c'est à dire, $KY.KF::XK.XA$. Après cela par le point A , & sur l'asymptote KO , soit un arc quelconque ABO d'une logarithmique qui ait ses sous-tangentes égales chacune à KY . Par le point X soit XB parallèle à KO , & qui rencontre cet arc ABO en B , par lequel point soit la touchante BS , avec l'ordonnée BU parallèle à AK , lesquelles rencontrent KO en S , U , & donnent ainsi (*hyp.*) $US=KY$. Du point A soit la droite $A\varpi$ parallèle à BS , & qui rencontre l'arc logarithmique ABO encore en un autre point C , son asymptote KO en ϖ , & XB prolongée en P . Par tant de points V , π , C , v , &c. qu'on voudra de cet arc, soient les droites $H\Pi$, hp , kC , $n\pi$, &c. parallèles à KO , lesquelles rencontrent l'ordonnée AK en H , l , n , &c. la tangente BS en f , ζ , ϕ , &c. & la parallèle $A\varpi$ en Π , p , π , &c.

Je dis que si sur ces mêmes lignes prolongées du côté F on prend par tout $HL=V\Pi$, $X\Lambda=BP$, $l\lambda=\pi p$, $n\kappa=v\pi$, &c. c'est à dire, les droites HL , $X\Lambda$, $b\lambda$, $n\kappa$, &c. perpendiculaires à l'axe AK , par tout égales à leurs correspondantes $V\Pi$, BP , πp , $v\pi$, &c. comprises entre l'arc logarithmique ABO , & la droite $A\varpi$ parallèle à sa tangente BS ; la ligne $AL\Lambda\lambda\kappa O$, qui passera par tous les points L , Λ , λ , κ , &c. ainsi trouvés, sera la Courbe requise.

DEMONSTRATION.

II. Sur AK prolongée vers Z , soit prise $YZ=KF$; par le point Z sur l'asymptote KO , soit encore un autre arc ZRO de la même logarithmique que le précédent ABO . Il est visible que ce dernier arc ZRO passera par le point N dans lequel BU prolongée rencontre YO parallèle à KO , & que la droite NS sera tangente de ce dernier arc en ce point N : de sorte qu'on y aura $UN=KY$ (*hyp.*) $=US$.

III. Soient presentement faites VR , πr , $C\psi$, $v\rho$, &c. parallèles à AZ , lesquelles rencontrent l'arc logarithmi-

que ABO en V, u, C, v , &c. l'autre ZNO en R, r, Ψ, ρ , &c. leur asymptote commune KO en T, t, a, θ , &c. la droite YO en D, d, δ , &c. & la tangente NO en b, β , &c. Soient de plus par les points R, r, ρ , &c. parallèlement à KO les droites $ME, me, \mu e$, &c. lesquelles rencontrent l'ordonnée ZK en M, m, μ , &c. la tangente NO en g, γ , &c. & sa parallèle $Z\omega$ en E, e, ϵ , &c. laquelle est aussi rencontrée en Q par YN prolongée, & coupe (*Lem. 2.*) KO au même point ω que la droite AC , ayant $K\omega = KZ$, puisque (*art. 2.*) $US = UN$.

IV. En prenant, comme dans la construction, AF pour la vitesse oblique de projection de A vers F suivant cette ligne AF , l'on aura aussi AK pour la vitesse horizontale résultante de cette projection, & FK pour la verticale qui en résulte aussi : de sorte qu'ayant (*constr.*) KY à KF comme la vitesse terminale du corps jetté est à cette verticale, & (*art. 2.*) $KZ = FK$, l'on aura ici AF pour la vitesse oblique de projection, AK pour l'horizontale qui en résulte, FK ou YZ pour la verticale qui en résulte aussi, & KY pour la terminale résultante de la pesanteur du corps jetté malgré les résistances supposées.

V. Soient enfin appelées YK ou (*art. 2.*) US, a ; AK, e ; FK ou (*art. 2.*) YZ, c ; KT, t ; YV, u ; & RD, v .

1°. La Solution du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391 donnant $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{u}$ pour l'équation de la logarithmique ABO , dont les ordonnées $VT (u)$ expriment les vitesses qui à la fin des tems $KT (t)$, & malgré les résistances supposées, resteroient de l'horizontale AK résultante (*art. 4.*) de celle AF de projection, donnera conséquemment $u dt = -a du$; & (en intégrant) $\int u dt (AKTV) = -a u + q$, que le cas de $AKTV = 0$, qui rend $VT (u) = AK (e)$, réduit à $0 = -ae + q$; ce qui donnant $q = ae$, donne aussi $AKTV = ae - au = a \times AK - VT = KY \times AH = US \times AH$ conformément au Corol. 2. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391. & 392.

2°. La Solution du Probl. 3. des Mem. du 7. Mars der-

nier, pag. 136. donnant pareillement $\frac{dt}{a} = \frac{-dv}{a+v}$ pour l'équation de la logarithmique ZNO , dont les ordonnées $RD (v)$ expriment les vitesses qui à la fin des tems YD ou $KT (t)$, & malgré les résistances tant de la pesanteur du mobile que du milieu supposé, resteroient de la vitesse verticale KF ou (*art. 2. & 4.*) $YZ (c)$ de bas en haut, résultante aussi de celle AF de projection; donnera de même $adt + vdt = -adv$, ou $vdt = -adt - adv$: de sorte qu'en intégrant, l'on aura pareillement ici $\int vdt (ZYDR) = -at - av + q$, que le cas de $ZYDR = 0$, qui rend aussi YD ou $KT (t) = 0$, & $DR (v) = YZ (c)$, réduit à $0 = -ac + q$; ce qui donnant $q = ac$, donne pareillement $ZYDR = ac - at - av = a \times YZ - KT - DR = a \times MZ - MR$ (à cause que l'*art. 1.* donnant $UN = US$, donne aussi $MZ = ME$) $= a \times ME - MR = YK \times RE = US \times RE$.

3°. Donc (*nomb. 1. & 2.*) $AKTV. ZYDR :: US \times AH. US \times RE$; ; $AH. RE$ (*Lem. 1.*) :: $AH. V\Pi$ (la construction exigeant ici $HL = V\Pi$) :: $AH. HL$.

4°. Mais suivant le *Lem. 2.* du *Mem. du 7. Mars* dernier, pag. 117. les espaces ici parcourus pendant un même tems quelconque $KT (t)$ sont entr'eux comme les sommes $AKTV, ZYDR$, des vitesses $VT (u)$, & $RD (v)$; en vertu desquelles ils ont été parcourus. Donc les espaces ici parcourus pendant le même tems KT en vertu de ces vitesses restantes de l'horizontale AK , & de la verticale KF , ou (*art. 4.*) YZ de bas en haut, résultantes l'une & l'autre de celle AF de projection, & retardées de la manière qu'on les suppose ici, doivent y être entr'eux (*nomb. 3.*) :: AH, HL . Par conséquent en y prenant AH pour l'horizontal parcouru pendant le tems KT en vertu des vitesses VT restantes de l'horizontale AK , malgré les résistances du milieu opposé, l'on y aura aussi HL pour le vertical parcouru en même tems de bas en haut en vertu des vitesses RD restantes de la verticale KF , ou (*art. 4.*), YZ malgré ces mêmes résistances & malgré celle de la

pesanteur du même corps jetté suivant AF . Donc ce corps se trouvera en Z à la fin de ce tems KT par le concours de ces vitesses; & par tout ici de même depuis A jusqu'en $X\Lambda = BP$, qui est la plus grande hauteur à laquelle ce corps puisse ici monter au-dessus de l'horizontale AK , à cause que (*Lem. 1.*) $BP = NQ$, & que (*numb. 2.*) NQ est la valeur de tout ce qu'il parcourt d'espace en vertu des vitesses RD de bas en haut, restantes de la verticale KF ou (*art. 2.*) YZ pendant le tems KU ou YN à la fin duquel elles se trouvent entièrement éteintes. D'où l'on voit que ce même corps doit ici décrire l'arc ALA en vertu du concours des vitesses horizontales VT , & de ces verticales RD , pendant le tems KU ou YN , ou XB , & malgré les résistances tant de sa pesanteur que du milieu supposé; & qu'après être ainsi arrivé en A , il en doit aussi tôt retomber en vertu de sa pesanteur, par le concours de laquelle & de ce qui lui reste encore de force ou de vitesse horizontale XK ou BU , il décrira depuis le commencement U du tems UO , le reste ALO de la Courbe de projection malgré les résistances du milieu supposé.

V I. Pour le voir soient à présent Us ou $Nd = s$, $rd = v$, au lieu de KT ou $YD = t$, $DR = v$, du précédent art. 5. & le reste comme dans cet article, c'est à dire, comme dans la construction & dans la démonstration précédente. La Solution du Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 119. donnera presentement $\frac{ds}{s} = \frac{dv}{a-v}$ pour l'équation de la logarithmique ZNO , ce qui suit aussi de la précédente (*art. 5. numb. 2.*) équation $\frac{ds}{s} = \frac{-dv}{a+v}$, RD se trouvant négative en rd , & v se changeant par-là en $-v$.

1°. Donc on aura ici $ads - vds = adv$, ou $vds = ads - adv$; & par conséquent (en intégrant) $\int vds (Nd) = as - av = a \times Nd - rd$ (à cause que l'art. 2. donnant $UN = US$, donne aussi $bd = Nd$, & $br = rs$) $= a \times bd - rd = a \times br - ar$ (*Lem. 1.*) $= a \times rf = KY \times rf = US \times rf$.

2°. Doncaussi (*art. 5. nomb. 1.*) $AK \times TV. Nrd :: US \times AH.$
 $US \times uf :: AH. uf :: AH. pf - pu :: AH. BP - pu$ (la
 construction donnant $\Delta X = BP$) :: $AH. \Delta X - pu$ (soit
 $\Delta\Delta$ parallèle à l'horizontale AK , & rencontrée en Δ , o ,
 α , q , Δ , par les verticales BX , ub , Cl , vn , OK , prolon-
 gées jusqu'à elle) :: $AH. bu - up$ (la construction de l'art.
 1. exigeant $h\lambda = up$) :: $AH. bu - h\lambda :: AH. o\lambda$. Par con-
 séquent suivant le Lem. 2. cité ci-dessus dans le nomb. 4.
 de l'art. 5. si l'on prend encore ici AH pour l'espace ho-
 rizontal parcouru pendant le tems KT malgré les rési-
 stances du milieu supposé, en vertu des vitesses VT qui
 malgré ces résistances restent de l'horizontale AK résul-
 tante de celle AF de projection, l'on aura pareillement
 ici $o\lambda$ pour l'espace vertical parcouru de haut en bas pen-
 dant le tems Nd ou Ut en vertu de la pesanteur du mo-
 bile malgré les mêmes résistances.

3°. Mais le nomb. 1. de l'art. 5. fait voir que si le mobile
 parcourt AH pendant le tems KT en vertu de ses vitesses
 TV restantes de l'horizontale AK , elles lui feront parcou-
 rir de même AX pendant le tems KU , & Ab pendant le
 tems Ki , & par conséquent aussi Xb ou Aq pendant le
 tems Ut en vertu de ces mêmes vitesses instantanées suc-
 cessivement restantes de la même horizontale AK pen-
 dant ce tems malgré les résistances du milieu supposé.
 Donc pendant le même tems Ut que ce corps parcourt
 l'espace Ao en vertu des vitesses ut successivement re-
 stantes de l'horizontale AK à chaque instant de ce
 tems malgré les résistances du milieu supposé, il parcou-
 ra aussi (*nomb. 2.*) l'espace vertical $o\lambda$ en vertu de la pesan-
 teur malgré les mêmes résistances. Par conséquent à la
 fin de ce tems il se trouvera en λ par le concours de ces
 vitesses ut restantes de l'horizontale AK pendant le tems
 Ut , & des acquies id pendant ce même tems en vertu de
 la pesanteur, & malgré les résistances du milieu supposé.

4°. En prenant $q\lambda = bx$, $qs = eo$, &c. on trouvera de
 même que pendant les tems Us , $U\theta$, &c. que ce corps
 parcourroit $X\gamma$, $X\eta$, &c. ou $A\gamma$, $A\eta$, &c. en vertu des vi-

reſſes horizontales iſtantes Ca , vd , &c. reſtantes de la primitive AK pendant ces tems malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé; il parcourroit auſſi les hauteurs el , qx , &c. en vertu de la peſanteur malgré les mêmes réſiſtances; & qu'ainſi il devroit pareillement ſe trouver en l , x , &c. à la fin de ces tems correſpondans.

5°. Donc (nomb. 2. 3. 4.) en prenant par tout $al = af$, $el = ex$, $qx = v\phi$, &c. depuis A juſqu'en Δ , l'arc $AAxO$ qui paſſera par tous les points λ , l , x , &c. ainſi trouvés à l'infini; ſera celui que le corps jetté ſuivant AF , décrira ici pendant le tems VO malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé.

VII. Mais on vient de voir (art. 5. nomb. 4.) que ce corps ainſi jetté; décrira auſſi l'arc ALA pendant le tems KU , en prenant par tout $HB = K\pi$ correſpondante depuis A juſqu'en X , & enfin $XA = BB$. Donc en prenant par tout (art. 5. nomb. 4.) $HL = K\pi$ correſpondante depuis X juſqu'en X , & de même (art. 6. nomb. 5.) $al = af$, $el = ex$, $qx = v\phi$, &c. correſpondantes depuis X juſqu'en K ; la ligne ALA de O , qui paſſera par tous les points L , A , λ , l , x , &c. ainſi trouvés, ſera la Courbe cherchée du projectile.

VIII. Or par (art. 5. nomb. 4.) $HB = K\pi$ (art. 5. nomb. 4.) $= HA$ (art. 6. nomb. 5.) $= ab = ax = ha$, $av = \phi a = \phi v = BB$ (art. 3. nomb. 4.) $= \phi o = XA = \phi v = qv$ (art. 6. nomb. 5.) $= qv = qn = ax$, &c. depuis X juſqu'en K . Donc (art. 7.) en prenant également par tout $HL = K\pi$, $HA = BB$, $al = ap$, $el = v\phi$, &c. c'eſt à dire les ordonnées verticales HL , HA , ha , av , &c. par rapport égales aux verticales HB , BB , ap , $v\phi$, &c. correſpondantes aux abſciſſes HA , AA , ah , Av , &c. de l'axe horizontal AK depuis l'origine A , & comprises entre la logarithmique WBO & la droite AW parallèle à la tangente BS au point B du bon $B\pi$ (parallèle à l'asymptote OX) & à diviſer. Cet axe en deux parties AK , AK , qui ſont entières comme la viſeſſe verticale AP reſultante de celle AF de projection; & de la terminale $K\pi$.

du corps jetté, ainsi que l'ordonne la construction; la ligne $AL\lambda\lambda xO$, qui passera par tous les points L, λ, x , &c. ainsi trouvés, sera la Courbe que le corps jetté suivant AF , de la force ou vitesse AF , doit ici décrire malgré les résistances du milieu supposé. *Ce qu'il falloit démontrer.*

II. C A S.

Des projections obliques de haut en bas.

IX. Soit encore le mouvement de projection oblique de A vers P suivant AF , considéré comme composé d'un horizontal AK , & d'un vertical KF qui soit présentement de haut en bas, & conséquemment qui soit négatif par rapport au précédent (*cas 1.*) qui étoit de bas en haut: de sorte que si l'on prend encore ici KY à KF , comme la vitesse terminale du corps jetté, est à la verticale KF résultante de celle AF de projection oblique de haut en bas; & $YZ = KF$, quoique le contraire paroisse aux yeux dans la Fig. 7. qui est mal faite: cette YZ devenue ainsi négative, de positive qu'elle étoit dans le premier cas, doit être ici à gauche de la verticale FO , avec l'arc logarithmique ZRO , au lieu qu'ils étoient (*art. 2. fig. 6.*) à droite, cet arc & l'autre AVO de la même logarithmique ayant toujours la verticale KO pour leur asymptote commune, & sur elle leurs soit tangentes chacune $= KY$ prise sur l'horizontale AK prolongée de ce côté-là.

FIG. VII.
VIII.

Cela conçu, soit encore (sur OK) $Kw = KZ$ comme on l'a trouvé dans l'art. 3. pour le premier cas. Du point w par A, z , soient les droites wA, wZ ; soit ensuite une ordonnée quelconque VD parallèle à l'horizontale AY , & qui rencontre les verticales FO, KO , en D, T ; l'oblique Zw en Q ; & les arcs logarithmiques ZRO, AVO , en R, V . Enfin du point V soit VH parallèle à OK , & qui rencontre les droites AK, Aw , en H, N .

Cela fait, je dis que si l'on prend par tout $HL = VN$, la ligne ALO , qui passera par tous les points L ainsi trouvés, sera Courbe requise.

DÉMONSTRATION.

X. Après avoir fait ZO , RE , parallèles à KO , & qui rencontrent les droites VD , Zw , en P , E ; soient encore appellées KY , a ; AK , c ; FK ou YZ , c ; KT , t ; VT , u ; RD , v .

1°. En se servant de ces noms comme dans le nomb. 1. de l'art. 5. du premier cas, on trouvera encore ici comme-là, $AKTV = KY \times AH$: l'arc APO ayant ici (constr.) comme-là, ses soit tangentes chacune $= KY = a$, & $\frac{dt}{a} = \frac{dv}{u}$ pour son équation, dont les ordonnées u (VT) expriment les vitesses qui à la fin des tems KT (t), & malgré les résistances supposées, resteroient de l'horizontale AK résultante de celle AF de projection.

2°. La Solution du Probl. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 128. donnant ici $\frac{dt}{a} = \frac{dv}{u}$ pour l'équation de l'arc logarithmique ZRO qu'on suppose aussi avoir ses soit tangentes chacune $= KY = a$, & dont les ordonnées v (RD) expriment les vitesses verticales de haut en bas, qui à la fin des tems KT (t) & malgré les résistances supposées, resteroient de la verticale KP & des aquises en vertu de la pesanteur du corps jeté: cet arc ZRO doit être non seulement posé comme on le voit ici par rapport à son asymptote KO dans les Fig. 7. 8. conformément au Corol. 1. 2. & 4. de ce Probl. 2. Mais encore avoir $adt = vds = adv$, ou $vds = ads - adv$; & (en intégrant) $\int vds$ ($ZYDR$) $= at - av + q$. Mais le cas de $ZYDR = 0$, qui rend $RD(v) = ZY(t)$, $KT(t) = a$, réduisant cette intégrale à $0 = at - av + q$, donne $q = av$. Donc $ZYDR = at - av + av = a \times KT - RD + ZY = a \times KT + PR = a \times ZP + PR$ (l'hypothèse de $Kw = KZ$ donnant aussi $ZP = QP$, & $QR = RE$) $= a \times QP + PR = a \times QR = a \times RE = KY \times RE$ (Lem. 1.) $= KY \times V\Pi$.

3°. Donc (nomb. 1. & 2.) $AKTV : ZYDR :: KY \times AH. KY \times V\Pi :: AH. V\Pi$ (constr. art. 9.) $:: AH. HL$.

XI. Mais suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier,

nier, pag. 117. les espaces ici parcourus pendant un même tems quelconque KT (t) sont entr'eux comme les sommes $AKTV$, $ZYDR$, des vitesses VT (u), RD (v), en vertu desquelles ils ont été parcourus. Donc (art. 10. nomb. 3.) les espaces ici parcourus pendant un même tems quelconque KT en vertu de ces vitesses restantes de l'horizontale AK , & de la verticale KF jointe à ce qu'il en a résulté de la pesanteur du corps jetté malgré les résistances du milieu supposé, doivent ici être entr'eux :: AH . HL . Par conséquent en prenant encore ici AH pour l'horizontal parcouru pendant le tems KT en vertu des vitesses VT successivement restantes de l'horizontale AK pendant ce tems & malgré les résistances du milieu supposé; l'on y aura aussi HL pour l'espace vertical parcouru en même tems (KT) de haut en bas en vertu des vitesses RD successivement restantes de la verticale KF ou (art. 9.) YZ & des acquises par la pesanteur pendant ce tems malgré les mêmes résistances. Donc le corps obliquement jetté de haut en bas de A vers F , d'une force ou vitesse quelconque AF , se trouvera en L à la fin du tems KT par le concours de ces vitesses restantes; & par tout ici de même. Par conséquent la ligne ALO , qui passera par tous les points L trouvés comme ci-dessus (art. 10.) en prenant par tout $HL = VT$, ainsi qu'il est prescrit dans l'art. 9. sera la Courbe que ce corps doit ici décrire malgré les résistances du milieu supposé. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*

COROLLAIRE XXII.

Il suit en général de la Solution des deux cas précédens, que suivant quelque direction AF que la projection d'un corps se fasse dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps: si après avoir fait l'horizontale AZ avec la verticale FO qui la rencontre en K ; avoir pris $K\varpi$ à KF comme la vitesse terminale du corps jetté, est à la verticale résultante de celle AF de projection; avoir pris $YZ = KF$, $K\varpi = KZ$; avoir mené la droite $A\varpi$; & avoir supposé une logarithmique AVO , qui ait KO

FIG. VI.
VII.
VIII.

pour asymptote, & les tangentes (sur cette asymptote) chacune $= KK$: par quelque point V de cette logarithmique qu'on fasse VH parallèle à OK , & qui prolongée rencontre AF , AK , $A\omega$, en G , H , Π ; la ligne qui passera par toutes les extrémités L d'ordonnées $HL = V\Pi$ correspondantes, sur l'axe AK , sera la Courbe de projection ici requise, laquelle aura sa concavité ou sa convexité tournée vers AK tant que la logarithmique AVO l'aura vers $A\omega$; & conséquemment cette Courbe ALO sera au-dessus ou au-dessous de son axe horizontal AK , tant que cette logarithmique aura sa concavité ou sa convexité tournée vers $A\omega$, & rencontrera cet axe AK au point correspondant à celui (autre que A) où cette même logarithmique AVO rencontrera la droite $A\omega$.

FIG. VI.

D'où l'on voit que la Courbe de projection ALO ne doit présenter sa concavité à son axe horizontal AK , que dans les projections obliques de bas en haut, exprimées dans la Fig. 6. Cette Courbe y sera d'abord au-dessus de cet axe horizontal en lui présentant sa concavité depuis le premier instant de la projection, c'est à dire depuis A , jusqu'à ce que $V\Pi$ soit devenu $= 0$ en C ; qu'alors elle coupera cet axe dans le point I correspondant, & qu'après cela elle ne lui présentera plus jamais que sa convexité en s'approchant toujours de KO qui en sera l'asymptote, ainsi qu'on l'a déjà vu dans les Cor. 1. & 6. du Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 254. & 256. la vitesse horizontale AK résultante de celle AF de projection, s'éteignant entièrement en K après un tems infini KO , ainsi que le marquent les ordonnées VT de la logarithmique AVO , qui expriment les vitesses restantes à la fin des tems KT , & qui ne s'anéantiront qu'à la fin de son asymptote infinie KO .

COROLLAIRE XXIII.

FIG. VII.

VIII.

La démonstration du cas des projections obliques de haut en bas, fait aussi voir que celui où la vitesse verticale KF ou (art. 9.) YZ seroit égale à la terminale KY , la Courbe de projection ALO seroit, elle-même, une logarith-

mique confonduë avec AVO ; puisqu'alors KZ ou (*hyp.*) $K\varpi$ se trouvant nulle, l'arc logarithmique ZRO se confondroit aussi avec son asymptote KO , & rendroit ainsi par tout $VH=RM=RE$ (*Lem. 1.*) $=V\Pi$ (*constr. art. 9.*) $=HL$, c'est à dire L en V , & conséquemment la Courbe de projection ALO confonduë avec l'arc logarithmique AVO ; ce qui s'accorde avec le Corol. 10. du Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 258. &c. où l'on a aussi fait voir qu'en ce cas cette Courbe de projection ALO seroit effectivement une logarithmique qui auroit KO pour asymptote, & KY (expression de la vitesse terminale du corps jetté) pour la valeur de chacune de ses soûtangentes sur cette asymptote, de même (*hyp.*) que l'arc logarithmique AVO avec lequel elle se confondroit en ce cas-ci de la vitesse terminale du corps jetté égale à sa verticale résultante de celle de sa projection oblique de haut en bas.

COROLLAIRE XXIV.

Les projections horizontales ayant toutes KP ou (*art. 9.*) *FIG. IX.* $YZ=0$, l'arc logarithmique ZRO y passeroit par le point Y , ayant toujours KO pour asymptote, les Fig. 7. 8. y dé-générent en la Fig. 9. Ce qui rendant Z en Y , & ϖ vers O sur KO , en donnant encore $K\varpi=KZ$ (ici) $=KY$ (*hyp.*) $=$ à chacune des soûtangentes des arcs logarith-miques AVO , ZRO ; les droites $A\varpi$, $Z\varpi O$, en seroient les tangentes aux points A , Z , lesquelles donneroient enco-re par tout (*Lem. 1.*) les $RE=V\Pi$ correspondantes. Ainsi (*Solut. 3.*) en prenant encore ici toutes les $HL=V\Pi$ cor-respondantes, la ligne ALO qui passeroit par tous les points L ainsi trouvés, seroit aussi la Courbe des projé-ctions horizontales faites dans le milieu résistant en rai-son des vitesses du corps jetté.

Tous les autres Corollaires des deux autres Solutions de ce Problème-ci, déjà données dans le Mem. du 18. Juillet der-nier, pag. 254. &c. suivront pareillement de celle-ci, dont voici l'accord avec elles & avec celles de M. Newton & de M. Haghens.

IDENTITE'

Des Courbes précédentes ALO de projection, & entr'elles, & avec celles tant des Solut. 1. 2. du Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 251. & 264. que de M. Newton & de M. Hugheens.

FIG. VI. *Premier cas.* Outre les noms employés dans la précédente Solut. 3. sçavoir $YK = a$, $AK = e$, FK ou $YZ = c$, $KT = t$, $VT = u$, $RD = v$; soient de plus $AF = b$, $AG = y$, & $GL = x$ en prolongeant HL jusqu'à la rencontre de AF en G .

Les triangles (*constr.*) semblables AKF , AHG , donneront $AF(b).$ $AG(y) :: FK(c).$ $GH = \frac{cy}{b}$. Mais suivant le premier cas de la précédente Solut. 3. (*art. 1.*) $HL = V\pi$ (*Lem. 1.*) $= RE = ME - MR$ (l'*art. 3.* de la Solut. 3. qui donne $KZ = K\omega$, donnant aussi $MZ = ME) = MZ - MR = YZ - YM - MR = YZ - DR - KT = c - v - t$. Donc $\frac{cy}{b} - c - t + v = GH - HL = GL = x$, & $\frac{cdy}{b} - t + dv + dt = dx$. Or $AF(b).$ $AG(y) :: AK(e).$ $AH(e - u)$. D'où résulte $be - bu = ey$, ou $u(VT) = \frac{be - ey}{b}$, & $du = \frac{-edy}{b}$, & conséquemment aussi $\frac{dy}{b - y} = \frac{-du}{a}$ (*Solut. 3. cas 1. art. 5. nomb. 1.*) $= \frac{dt}{a}$, ou $dt = \frac{ady}{b - y}$. Donc $dx = \frac{cdy}{b} + dv + \frac{ady}{b - y}$. Or AVO , ZRO , étant (*hyp.*) des arcs d'une même logarithmique, & ayant leurs ordonnées AK , VT , en même distance (KT) entr'elles que ZK , RT ; l'on aura de plus ici $AK(e).$ $VT(\frac{be - ey}{b}) :: KZ(a + c).$ $RT(a + v)$. D'où résulte $v = \frac{a + c \times b - y}{b} - a = \frac{bc - ay - cy}{b}$, & $dv = \frac{-ady - cdy}{b}$. Donc $dx = \frac{cdy}{b} - \frac{ady - cdy}{b} + \frac{ady}{b - y} = -\frac{ady}{b} + \frac{ady}{b - y} = \frac{-ab + ay + ab}{bb - by} \times dy = \frac{aydy}{bb - by}$, ou $dx = \frac{aydy}{bb - by}$ fera l'équation de la Courbe de projection ALO trouvée pour le premier cas de la précédente Solut. 3.

Second cas. Les noms demeurant les mêmes, l'on aura *Fig. VII.*
 encore ici $AF(b). AG(y) :: FK(c). GH = \frac{cy}{b}$, excepté *VIII.*
 dans la *Fig. 9.* qui ayant $FK = o = GH$, a pareillement *IX.*
 $c = o$. Donc le second cas de la précédente Solut. 3. arr.
 9. donnant $HL = V\Pi$ (*Lem. 1.*) $= RE = MR \mp ME$
 (cet art. 9. de la Solut. 3. qui donne $KZ = K\varpi$, donnant
 aussi $MZ = ME$) $= MR \mp MZ$ (les signes superieurs
 sont pour les *Fig. 7. 9.* & les inferieurs pour la *Fig. 8.*) $=$
 $= MR - YM \mp YZ = KT - RD \mp YZ = t - v \mp c$.
 Donc $t - v \mp c - \frac{cy}{b} = HL - GH = GL = x$, & $dt -$
 $- dv - \frac{cdy}{b} = dx$. Mais on trouvera ici, comme dans le
 cas précédent, $dt = \frac{ady}{b-y}$. Donc $dx = \frac{ady}{b-y} - dv - \frac{cdy}{b}$.
 On aura pareillement ici, comme dans le cas précédent,
 $AK(c). VT(\frac{b-y}{b}) :: KZ(\pm a \mp c). TR(\pm a \mp v)$.
 c'est à dire (en multipliant les deux derniers termes de
 cette Analogie par ∓ 1 , & les deux premiers par $\frac{b}{c}$) $b.b-y ::$
 $-a \mp c. -a \mp v :: c-a. v-a$. D'où résulte $v =$
 $= \frac{b-y \times c-a}{b} \mp a = \frac{bc-ty-ba+ay+ba}{b} = \frac{bc+ay-cy}{b}$, & $dv =$
 $= \frac{ady-cdy}{b}$. Donc $dx = \frac{ady}{b-y} - \frac{ady+cdy}{b} - \frac{cdy}{b} = \frac{ady}{b-y} - \frac{ady}{b}$
 $= \frac{ab-ab+ay}{bb-by} \times dy = \frac{aydy}{bb-by}$, c'est à dire que $dx = \frac{aydy}{bb-by}$ sera
 aussi l'équation de la Courbe de projection *ALO* trouvée
 par le second cas de la précédente Solut. 3.

Idemité. Mais cette équation $dx = \frac{aydy}{bb-by}$ pareillement
 trouvée par le premier cas, est aussi celle des Courbes de
 projection trouvées, tant (*Mem. 18. Juil. pag. 255. & 270.*)
 dans nos deux premieres Solutions, que (*Mem. du 22. Aoust,*
pag. 303. & c.) par M^r Newton & Hughs. Donc nos deux
 premieres Solutions & les leurs s'accordent parfaitement
 avec la précédente; ou (ce qui revient au même) ce n'est
 par tout-là & ici qu'une même nature de Courbe de pro-
 jection. *Ce qu'il falloit démontrer.*

FIG. VI.
VII.
VIII.
IX.

I. L'Analogie $dx. dy :: ay. bb - by$. résultante de la précédente équation $dx = \frac{aydy}{bb-by}$, se réduisant à $dx. dy :: o. bb$. dans le cas de $y (AG) = o$, fait voir que la droite AF de projection est toujours touchante en A de la Courbe ALO que décriroit ici le corps jetté de A vers F dans le milieu supposé; ce qu'on sçait d'ailleurs aussi devoir être, étant évident en général que cela doit arriver dans toutes sortes de projections faites dans quelques milieux que ce soient, soit qu'ils résistent ou non, & quelles que soient leurs résistances, c'est à dire, quelles que soient les Courbes que les corps jettés y devroient décrire.

II. Presentement si outre les noms précédens, on donne celui de m à HL ; l'on aura ici $AF(b). AG(y) :: AK(c). AH(c-u)$. D'où résulte $y = \frac{bc-bu}{c}$, $b-y = b - \frac{bc-bu}{c} = \frac{bc+bu}{c} = \frac{bu}{c}$, $dy = -\frac{bdu}{c}$; & par conséquent $ydy = -\frac{bbu-bbu}{c} \times du$, $aydy = \frac{abbu-abbu}{c} \times du$, $bb-by = \frac{bbu}{c}$.
Donc $\frac{aydy}{bb-by} = \frac{audu-acdu}{cu}$.

L'on aura de plus $AF(b). AG(y) :: KF(c). HG = \frac{c}{b}$.
De sorte qu'ayant (*hyp.*) $GL = x$, l'on aura ici $\frac{c}{b} \mp x = HG \mp GL = HL = m$, & $\frac{cdy}{b} \mp dx = dm$, ou $\mp dx = dm - \frac{cdy}{b}$ (à cause de $dy = -\frac{bdu}{c}$) $= dm + \frac{cdx}{c}$, ou bien aussi (en multipliant le tout par ∓ 1) $dx = \mp dm \mp \frac{cdx}{c}$: les signes superieurs sont pour le cas de la Fig. 6. & les inférieurs pour ceux des Fig. 7. 8. 9.

Mais l'identité précédente donne $dx = \frac{aydy}{bb-by}$ pour tous les cas. Donc $\mp dm \mp \frac{cdx}{c} = \frac{audu-acdu}{cu}$, ou $\mp dm = \frac{audu-acdu}{cu} \mp \frac{cdx}{c} = \frac{au-au \mp cdu}{cu} \times du$: de sorte qu'en multipliant encore le tout par ∓ 1 , l'on aura encore $dm =$

$= \frac{+AN+Ac-CN}{ON} \times du$ pour une nouvelle équation générale des Courbes *ALO* de projection, décrites par des corps jettés de *A* vers *F* suivant des directions quelconques *AF*, avec des forces ou vitesses aussi quelconques dans un milieu qui leur résisteroit en raison de leurs vitesses actuelles, les signes supérieurs étant pour le cas des projections obliques de bas en haut, & les inférieurs pour tous les autres.

III. De sorte que l'équation de ces Courbes *ALO* sera $dm = \frac{Ac-CN-CN}{ON} \times du$ dans le cas (Fig. 6.) des projections obliques de bas en haut; $dm = \frac{AN-CN-Ac}{ON} \times du$ dans celui (Fig. 7. 8.) des projections obliques de haut en bas; & $dm = \frac{AN-Ac}{ON} \times du$ dans celui (Fig. 9.) des projections horizontales qui rendent $FK(c) = 0$.

IV. Il suit encore delà que dans le cas des projections obliques de haut en bas, si la vitesse verticale *KF* qui en résulte, se trouve égale à la terminale *KY*; cette égalité de $KF(c) = KY(a)$ réduisant à $dm = -\frac{adu}{n}$ l'équation $dm = \frac{AN-CN-Ac}{ON} \times du$ (art. 3.) de la Courbe de projection de ce cas, cette Courbe *ALO* sera pour lors une logarithmique confondue avec *AVO*, dont l'équation est (Solut. 3. art. 4. & 9. nomb. 1.) $dt = -\frac{adu}{n}$, ainsi qu'on le vient aussi de voir dans le Corol. 23. & qu'on l'avoit déjà vu dans le Corol. 10. du Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 258. &c.

FIG. VII.
VIII.

SOLUTION IV.

I. CAS.

Des projections obliques de bas en haut.

I. Soit encore ici le mouvement de projection du corps jetté obliquement de bas en haut de *A* vers *F* suivant *AF*, considéré comme composé d'un horizontal suivant *AK*, & d'un vertical suivant *KF*, dont les vitesses soient

FIG. X;

à celle de projection, comme AK, KF , sont à AF , en supposant toujours AK perpendiculaire en K sur la verticale OF prolongée vers S : de sorte qu'en prenant encore AF pour cette vitesse quelconque de projection, l'on aura pareillement encore AK pour la vitesse horizontale qui en résulte, & KF pour la verticale qui en résulte aussi. Soit ensuite une hyperbole équilatère quelconque CBS entre les asymptotes orthogonales AK, KS ; & l'horizontale AK divisée en X de manière que AX soit à XK , comme la vitesse verticale KF résultante de celle AF de projection, est à la terminale du corps jetté, c'est à dire (*Corol. 9. pag. 123. du Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier*) à la plus grande que ce corps puisse aquerir en tombant en vertu de sa pesanteur dans le milieu supposé résistant en raison des vitesses de ce corps, laquelle vitesse terminale soit exprimée par KY prise sur AK prolongée de ce côté-là de manière que KY soit à KF comme cette vitesse terminale est à la verticale résultante de celle AF de projection, & conséquemment $AX. XK :: KF. KY$. Des points A, X , & de tel autre H ou h qu'on voudra, de l'horizontale AK , pris à volonté depuis l'origine A jusqu'en K , soient les ordonnées AC, XB, HV ou $h\pi$, parallèles à KS , & qui rencontrent l'hyperbole CBS en C, B, V ou π . Par le point B soit PT parallèle à AK , & qui rencontre $KS, h\pi, HV, AC$, prolongées en T, p, Π, P . Enfin entre les asymptotes orthogonales KY, KS , soit encore l'hyperbole ϕNS précisément la même que la précédente, en sorte qu'en lui faisant une ordonnée YN parallèle à KS , & qui la rencontre en N , l'on ait $KY \times YN = AK \times AC$; & par tout de même.

Cela fait, je dis que si l'on prend ici par tout $HL = \frac{PCV\Pi}{YN}$ correspondante depuis A jusqu'en X , $X\Lambda = \frac{CBP}{YN}$ en X , & $h\lambda = \frac{CBP - Bp\pi}{YN}$ pareillement correspondante depuis X jusqu'en K ; la ligne $A\Lambda\lambda O$, qui passera par tous les points L, Λ, λ , &c. ainsi trouvés, sera la Courbe requise de projection.

DÉMONSTR.

DEMONSTRATION.

II. Sur l'horizontale AK prolongée vers Z , soit prise $YZ = KF$; ce qui donnera (*constr. art. 1.*) $ZY.YK :: AX.XK$. Et conséquemment $ZK.YK :: AK.XK$. ou $ZK.AK :: YK.XK$. Soient prises par tout de l'origine K sur KZ , des portions $KM.KH :: KZ.KA :: YK.XK$. ou $Km.Kb :: KZ.KA :: YK.XK$. Et après avoir mené les ordonnées MR, mr , parallèles à KS , & qui rencontrent l'hyperbole ϕNS en R, r ; soit par le point N la droite DQ parallèle à KZ , & qui rencontre $KS, mr, MR, Z\phi$, prolongées en D, e, E, Q .

III. Cela fait, si l'on prend suivant le Corol. 8. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 393. & 394. les aires hyperboliques $CAHV$, à commencer en A jusqu'en K , pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement; ce Corol. 8. donnera les HK correspondantes depuis leur origine K vers A , pour les vitesses instantanées qui à la fin de ces tems, & malgré les résistances supposées, resteroient de l'horizontale primitive AK résultante de celle AF de projection. Et en prenant de même suivant le Corol. 20. du Probl. 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 150. les aires hyperboliques ϕZMR , à commencer en Z jusqu'en Y , pour les tems écoulés depuis le commencement du même mouvement; le Corol. 19. de ce Probl. 3. pag. 149. & 150. donnera pareillement les YM correspondantes depuis leur origine Y , pour les vitesses qui à la fin de ces tems, malgré la pesanteur du mobile & les résistances du milieu supposées en raison des vitesses de ce corps jetté suivant AF , resteroient de la vitesse verticale YZ ou (*art. 2.*) KF de bas en haut, résultante aussi de celle AF de projection.

I. V. Cela étant ainsi reconnu, soit appelé : le premier de ces tems à la fin duquel restent les vitesses horizontales HK ; & le second à la fin duquel restent de même les vitesses verticales YM de bas en haut. Soient aussi appelées, comme dans la précédente Solut. 3. $KY, a; YZ$

ou KF, e ; AK, e ; KH, u ; YM, v ; HV, s ; MR, r ; & YN, m .

V. Suivant ces noms l'hyperbole CBS étant (*art.* 1.) la même que ϕNS , l'on aura ici $HV (s)$. $YN (m) :: KY (a)$. $HK (u) = \frac{am}{s}$. Et $MR (r)$. $YN (m) :: KY (a)$. $KM (a+v) = \frac{am}{r}$. D'où résulte $v = \frac{am}{r} - a = \frac{am - ar}{r}$. Donc,

1°. Le Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391. donnant ici $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{u}$, l'on y aura $\frac{dt}{a} = \frac{-sdu}{am}$, ou $dt = \frac{-sdu}{m}$, & $u dt = -a du$; dont les intégrales sont $t = -\int \frac{sdu}{m} + q = -\frac{SVHKS}{TN} + q$, & $\int u dt = -au + q = -YK \times HK + q$. Mais le cas de $t = 0$, rendant $\int u dt = 0$, $HK = AK$, & par conséquent $SVHKS = SCAKS$, réduit ces intégrales à $0 = -\frac{SCAKS}{TN} + q$, $0 = -YK \times AK + q$; d'où résulte $q = \frac{SCAKS}{TN}$ dans la première, & $q = YK \times AK$ dans la seconde. Donc ces intégrales complètes sont $t = \frac{SCAKS - SVHKS}{TN} = \frac{CAHV}{TN}$, & $\int u dt = YK \times AK - YK \times HK = AH \times YK$.

2°. Le Probl. 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 136. donnant ici $\frac{d\theta}{a} = \frac{-dv}{a+v}$, l'on aura $\frac{d\theta}{a} = \frac{-rdv}{am}$, ou $d\theta = -\frac{rdv}{m}$, & $v d\theta = \frac{-amd v + ardv}{m}$; dont les intégrales sont $\theta = -\int \frac{rdv}{m} + q = -\frac{SRMKs}{TN} + q$, & $\int v d\theta = -\frac{a}{m} \times mv + \frac{a}{m} \times \int r dv + q = -\frac{a}{m} \times YN \times YM + \frac{a}{m} \times SRMKs + q$. Mais le cas de $\theta = 0$, rendant $\int v d\theta = 0$, $YM = YZ$, & conséquemment $SRMKs = S\phi ZKS$, réduit ces intégrales à $0 = -\frac{S\phi ZKS}{TN} + q$, $0 = -\frac{a}{m} \times YN \times YZ + \frac{a}{m} \times S\phi ZKS + q$; d'où résulte $q = \frac{S\phi ZKS}{TN}$ pour la première, & $q =$

$$= \frac{a}{m} \times YN \times YZ - \frac{a}{m} \times S\phi ZKS \text{ pour la seconde. Donc ces } \\ \text{intégrales complètes sont } \theta = \frac{S\phi ZKS - SRMKS}{YN} = \frac{\phi ZMR}{YN}, \\ \int v d\theta = \frac{a}{m} \times YN \times YZ - \frac{a}{m} \times S\phi ZKS - \frac{a}{m} \times YN \times YM + \\ + \frac{a}{m} \times SRMKS = \frac{a}{m} \times QZME - \frac{a}{m} \times \phi ZMR = \frac{a}{m} Q\phi RE \\ = \frac{YK \times Q\phi RE}{YN}.$$

$$3^{\circ}. \text{ Donc (nomb. 1. \& 2.) } t. \theta :: \frac{CAHV}{YN} . \frac{\phi ZMR}{YN} :: CAHV. \\ \phi ZMR. \text{ Et } \int u dt. \int v d\theta :: AH \times YK. \frac{YK \times Q\phi RE}{YN} :: AH. \\ \frac{Q\phi RE}{YN}.$$

VI. Or suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. les espaces ici parcourus pendant les tems t, θ , ou (*art. 5. nomb. 3.*) $CAHV, \phi ZMR$, sont entr'eux comme les sommes $\int u dt, \int v d\theta$, des vitesses $u(HK), v(YM)$, en vertu desquelles ils ont été parcourus. Donc les espaces ici parcourus pendant ces tems, sont aussi (*art. 5. nomb. 3.*) entr'eux :: $AH. \frac{Q\phi RE}{YN}$.

VII. Mais $CBS, \phi NS$, n'étant ici (*art. 1.*) qu'une même hyperbole répétée aux deux côtés de son asymptote KS .

1^o. La supposition qu'on y fait par tout (*art. 2.*) de $KM. KH :: KZ. KA :: YK. XK :: Km. Kh$. doit rendre les aires $Z\phi RM = ACVH, Z\phi NY = ACBX, Z\phi rm = ACbh$ correspondantes; & par conséquent $NYmr = BXbn$.

2^o. Elle doit aussi rendre $MZ. HA :: KZ. AK :: YK. XK :: BX. NY :: AP. ZQ$. Et $YZ. AX :: ZK. AK :: AP. ZQ$. Et pareillement $mZ. hA :: ZK. AK :: AP. ZQ$. D'où résulte $MZ \times ZQ = HA \times AP, YZ \times ZQ = AX \times AP, mZ \times ZQ = hA \times AP$; ou $ZQEM = APT\pi H, ZQNY = APBX, ZQem = APph$; & conséquemment aussi $YNem = XBph$.

3^o. En retranchant de ces parallelogrammes du nomb. 2. les aires hyperboliques correspondantes du nomb. 1.

Kkk ij

depuis Z jusqu'à Y , & depuis A jusqu'à X ; l'on aura pareillement ici les aires hyperboliques $Q\phi RE = PCV\Pi$, $Q\phi N = PCB$. Et en retranchant au contraire des aires hyperboliques du nomb. 1. les parallelogrammes correspondans du nomb. 2. depuis Y & X jusqu'en K ; l'on aura de même les aires hyperboliques $Ner = Bpn$, &c.

VIII. Donc (*art. 7. nomb. 3.*) $\frac{Q\phi RE}{TN} = \frac{PCV\Pi}{TN}$; & par conséquent (*art. 6.*) les espaces ici parcourus pendant les tems $ACVH(t)$, $Z\phi RM(\theta)$, seront non-seulement entr'eux :: $AH. \frac{PCV\Pi}{TN}$ (*art. 1.*) :: $AH. HL$. mais encore parcourus en tems égaux ou pendant le même $ACVH(t)$, puisque (*art. 7. nomb. 1.*) $ACVH = Z\phi RM$.

IX. Ces espaces parcourus pendant un même tems quelconque $ACVH$ en vertu des vitesses restantes de l'horizontale AK , & de la verticale KF de bas en haut à chaque instant de ce tems, étant ici entr'eux (*art. 8.*) :: $AH. HL$. Il est visible que si l'on prend, par exemple, AH pour l'horizontal parcouru pendant ce tems, l'on aura aussi HL pour le parcouru de bas en haut pendant le même tems. Par conséquent le mobile ici jetté de A vers F suivant AF , doit se trouver en Z à la fin de ce tems $ACVH$ par le concours des vitesses restantes de l'horizontale AK & de la verticale KF , résultantes de celle AF de projection, malgré les résistances supposées; & par tout de même en prenant toujours $HL = \frac{PCV\Pi}{TN}$ depuis A jusqu'en X où l'on aura $X\Lambda = \frac{PCB}{TN}$. Donc l'arc ALA , qui passera par tous les points Z ainsi trouvés, fera celui que ce corps décrira malgré sa pesanteur & les résistances du milieu supposé, pendant le tems $CAXB$. Et sa vitesse (YM) d'ascension se trouvant nulle ou zero à la fin de ce tems égal (*art. 7. nomb. 1.*) à ϕZYN , le point Λ sera le plus haut où ce corps puisse ici monter au-dessus de l'horizontale AK , & duquel il doit retomber aussi-tôt en vertu de sa pesanteur, par le concours de laquelle &

du reste (art. 3.) XK ou $\Lambda\Delta$ (en faisant $\Lambda\Delta$ parallèle à AK , & qui rencontre KS , hu , en Δ , ω) de sa vitesse horizontale AK , il décrira le reste $\Lambda\Delta O$ de la Courbe requise de projection.

X. Pour le voir soit presentement Ym la vitesse acquise de ce corps en vertu de sa pesanteur malgré les résistances du milieu supposé, en tombant de Λ pendant un tems quelconque appelé τ . Si l'on appelle encore hu , s ; mr , r ; hK , u ; Ym , v ; & le reste comme ci-dessus, art. 4. l'hyperbole ϕNS donnera encore ici $mr(r)$. $YN(m) :: YK(a)$. $mK(a-v) = \frac{am}{r}$. D'où résulte $v = a - \frac{am}{r} = \frac{ar-am}{r}$.

1°. Donc le Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 119. donnant ici $\frac{d\tau}{a} = \frac{dv}{a-v}$, l'on y aura $\frac{d\tau}{a} = \frac{rdv}{am}$, ou $d\tau = \frac{rdv}{m}$, & $v d\tau = \frac{arv - amdv}{m}$; desquelles équations les intégrales sont $\tau = \int \frac{rdv}{m} = \frac{NYmr}{TN}$, & $\int v d\tau = \frac{a}{m} \times \int r dv - \frac{a}{m} \times mv = \frac{a}{m} \times NYmr - \frac{a}{m} \times NYme = \frac{a}{m} \times Ner = \frac{YK \times Ner}{TN}$.

2°. Donc aussi (art. 5. nomb. 1.) t . $\tau :: \frac{CAHV}{TN} \cdot \frac{NYmr}{TN} :: CAHV \cdot NYmr$. Et $\int u dt$. $\int v d\tau :: AH \times YK \cdot \frac{YK \times Ner}{TN} :: AH \cdot \frac{Ner}{TN}$.

XI. Mais (art. 7. nomb. 3.) $Ner = Bpu$, d'où résulte $\frac{Ner}{TN} = \frac{Bpu}{TN}$. Donc (art. 10. nomb. 2.) $\int u dt$. $\int v d\tau :: AH \cdot \frac{Bpu}{TN}$ (en prenant $\omega\lambda = \frac{Bpu}{TN}$) :: $AH \cdot \omega\lambda$. c'est à dire, suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. que les espaces parcourus en vertu des vitesses u (HK), v (Ym), pendant les tems t , τ , ou (art. 10. nomb. 2.) $CAHV$, $NYmr$, seront ici entr'eux :: $AH \cdot \omega\lambda$. Donc aussi en prenant AH pour l'espace horizontal parcouru pendant le tems t ou $CAHV$ en vertu des vitesses HK (u) qui malgré les résistances du milieu supposé resteroient alors de la vitesse horizontale AK résultante de

celle AF de projection; l'on aura pareillement $\omega\lambda$ pour l'espace vertical parcouru de haut en bas, en tombant (*art. 9.*) du point Λ pendant le tems τ ou $NYmr$ malgré ces résistances en vertu de la pesanteur du mobile.

XII. Or en prenant ainsi AH pour l'espace horizontal parcouru pendant le tems $CAHV$, on trouvera pareillement AX pour l'horizontal parcouru pendant le tems $CAXB$, & Ab pour l'horizontal aussi parcouru pendant le tems $CAhu$; & par conséquent Xh ou $\Delta\omega$ pour l'horizontal parcouru pendant le tems $BXhu$. Donc (*art. 11.*) $BXhu$, $NYmr$, sont les tems pendant lesquels les espaces $\Delta\omega$, $\omega\lambda$, seroient ici parcourus; & par conséquent (*art. 7. nomb. 1.*) ces espaces seroient ici parcourus en tems égaux, ou pendant le même $BXhu$. Donc aussi le mobile se trouvera en λ à la fin de ce tems.

XIII. Mais puisque (*art. 11.*) $\omega\lambda = \frac{BPu}{YN}$, & (*art. 9.*) XA ou $h\omega = \frac{CBP}{YN}$, l'on aura $h\lambda$ ($h\omega - \omega\lambda$) = $\frac{CBP - BPu}{YN}$. Donc en prenant encore ici $h\lambda = \frac{CBP - BPu}{YN}$, le mobile (*art. 12.*) s'y trouvera en λ à la fin du tems $BXhu$; & ainsi de tous les autres points à l'infini où ce corps se doit trouver depuis AX jusqu'en ΔO pendant le tems infini $SBXKS$: De sorte que l'arc $\Lambda\lambda O$, qui passera par tous les points λ ainsi trouvés depuis BX jusqu'en SO , sera encore celui que ce corps doit ici décrire pendant ce reste infini de tems.

XIV. Donc (*art. 9.*) en prenant par tout depuis A jusqu'en X , les $HL = \frac{PCVII}{YN}$ correspondantes; $XA = \frac{CBP}{YN}$ en X ; & (*art. 13.*) depuis X jusqu'en K , les $h\lambda = \frac{CBP - BPu}{YN}$ pareillement correspondantes; la ligne $AZ\Lambda\lambda O$, qui passera par tous les points Z, A, λ , &c. ainsi trouvés, sera la Courbe requise de projection. *Ce qu'il falloit démontrer.*

II. CAS.

Des projections obliques de haut en bas.

XV. Soit encore ici le mouvement de projection oblique AF de A vers F suivant AF , considéré comme composé d'un horizontal AK , & d'un vertical KF présentement de haut en bas, & qui conséquemment soit négatif par rapport au précédent qui étoit de bas en haut: de sorte que si l'on prend encore ici (sur l'horizontale AK prolongée vers K) KY à KF comme la vitesse terminale du corps jetté est à la verticale KF résultante de celle AF de projection, & $YZ = KF$; cette YZ devenue ainsi négative de positive qu'elle étoit dans le premier cas, doit être ici à gauche du point Y avec l'arc hyperbolique ϕRS , au lieu qu'ils y étoient (*art. 1. fig. 10.*) à droite.

FIG. XI.

XII.

Cela posé, soit encore l'autre arc CVS de la même hyperbole équilatère entre les asymptotes AK , KS , comme le premier ϕRS est entre les mêmes asymptotes dans la Fig. 12. d'une vitesse verticale KF plus grande que la terminale KY , & entre les asymptotes YK , KS ; dans la Fig. 11. d'une vitesse verticale moindre que la terminale; après avoir mené les droites AC , & VG quelconque perpendiculairement à AK , lesquelles rencontrent l'arc CVS en C , V , & les droites AK , AF , en H , G ; soit prise (sur KY) KM . $KZ :: KH$. KA . Soient ensuite les ordonnées $Z\phi$, MR , parallèles aussi à KS , & qui rencontrent l'arc ϕRS en ϕ , R . Soient de plus par les points C , ϕ , les droites $C\pi$, ϕP , parallèles à AY : la première $C\pi$ rencontrant HV , KS , en U , π ; & la seconde ϕP rencontrant de même MR , KS , en E , P . Soit enfin l'arc NS de la même hyperbole que les précédens entre les asymptotes YK , KS , lequel soit rencontré en N par YN parallèle à KS .

Cela fait, je dis que si sur HG prolongée du côté de G , on prend par tout $HL = \frac{CV}{YN} + HG$, la ligne ALO qui passera par tous les points L ainsi trouvés, sera la Courbe

que le corps ici jetté de A vers F obliquement de haut en bas suivant AF , y doit décrire malgré les résistances du milieu supposé.

DÉMONSTRATION.

XVI. Si l'on prend encore ici (comme dans l'art. 4.) t pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement horizontal résultant de celui de projection; & (comme dans l'art. 3.) les HK , appelées u , depuis leur origine K jusqu'en A , pour les vitesses instantanées qui à la fin de ces tems & malgré les résistances du milieu supposé, resteroient de l'horizontale primitive AK résultante de l'oblique AF de projection: l'on aura encore ici, comme dans le nomb. 1. de l'art. 5. $t = \frac{CAHF}{YN}$, & $\int u dt = KY \times AH$.

XVII. En prenant de même ici θ pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement vertical de haut en bas, résultant de celui de projection & de la pesanteur du mobile, dont les vitesses faites des restantes de ce mouvement vertical, & des acquises par la pesanteur, à la fin de ces tems & malgré les résistances du milieu supposé, soient (suivant le Corol. 11. pag. 133. & 134. du Mem. du 7. Mars dernier) YM appelées v , depuis leur origine Y jusqu'entre K , Z . Soient encore appelées ici (comme dans l'art. 4.) KY , a ; YZ ou (art. 15.) KF , c ; MR , r ; YN , m ; l'hyperbole QRS donnera MR (r). YN (m):: KY (a). KM ($\pm a \mp v$). D'où résulte $a - v = \pm \frac{am}{r}$, & $v = a \mp \frac{am}{r} = \frac{ar \mp am}{r}$. Donc le Probl. 2. du Mem. du 7.

Mars dernier, pag. 128. donnant ici $\frac{d\theta}{a} = \frac{dv}{a-v}$, l'on y aura,

1°. $\frac{d\theta}{a} = \pm \frac{rdv}{am}$, ou $d\theta = \pm \frac{rdv}{m}$, dont l'intégrale est

$\theta = \int \pm \frac{rdv}{m} = \frac{ZQRM}{m} = \frac{ZQRM}{YN}$, comme dans le nomb. 1. du

Corol. 11. pag. 134. du Mem. du 7. Mars dernier, en d'autres lettres desquelles m y signifie la même chose qu'ici. Les signes supérieurs sont ici pour la Fig. 11. & les inférieurs pour la Fig. 12.

2°. $vd\theta = \pm \frac{ardv - amdv}{m}$, dont l'intégrale est $\int vd\theta = \pm \frac{a}{m} \times \int r dv - \frac{a}{m} \times mv - + q = \frac{a}{m} \times Z\phi RM - \frac{a}{m} \times YN \times YM - + q$. Mais le cas de $\int vd\theta = 0$, rendant aussi $Z\phi RM = 0$, & $YM = YZ$, réduit cette intégrale à $0 = -\frac{a}{m} \times YN \times YZ - + q$, d'où résulte $q = \frac{a}{m} \times YN \times YZ$. Donc cette intégrale complète sera $\int vd\theta = \frac{a}{m} \times Z\phi RM - \frac{a}{m} \times YN \times YM - + \frac{a}{m} \times YN \times YZ = \frac{a}{m} \times Z\phi RM - \frac{a}{m} \times YN \times ZM$ (soit ND parallèle à YK , & qui rencontre OS , RM , ϕZ , en D , B , Q) $= \frac{a}{m} \times Z\phi RM - \frac{a}{m} \times ZQ \times ZM = \frac{a}{m} \times \phi QBR = \frac{a}{m} \times \phi ER - + \frac{a}{m} \times \phi Q \times MZ = \frac{KY \phi ER}{TN} + \frac{KY \times \phi Q \times MZ}{TN}$, comme dans le nomb. 2. du Corol. 11. pag. 134. où l'on a négligé les doubles signes \pm , \mp , employés ci-dessus, la considération de ce qu'un des deux cas de ce Corol. 11. a de négatif par rapport à l'autre, produisant le même effet.

3°. Mais les arcs NS , ϕRS , (*art. 15.*) d'une même hyperbole, donnant $KY. KZ :: Z\phi. YN$. donne aussi $KY. YZ :: Z\phi. \phi Q$ ou $KY \times \phi Q = YZ \times Z\phi$. Donc (*nomb. 2.*) $\int vd\theta = \frac{KY}{TN} \times \phi ER - + \frac{YZ}{TN} \times Z\phi \times MZ$.

4°. Or la construction (*art. 15.*) donnant $KA. KH :: KZ. KM$. donne aussi (en convertissant) $KA. AH :: KZ. ZM = \frac{AH \times KZ}{KA}$. D'où résulte $Z\phi \times MZ = \frac{Z\phi \times AH \times KZ}{KA}$ (à cause de $Z\phi \times KZ = KY \times YN$) $= \frac{AH \times KY \times TN}{KA}$. Donc (*nomb. 3.*) $\int vdt = \frac{KY \times \phi ER}{TN} - + \frac{YZ \times AH \times KY}{AK}$ (l'*art. 15.* donnant $YZ = KF$) $= \frac{KY \times \phi ER}{TN} - + \frac{KY \times KF \times AH}{AK}$ (à cause de $AK. KF :: AH. HG = \frac{KF \times AH}{AK}$) $= \frac{KY \times \phi ER}{TN} - + KY \times HG$.

5°. De plus puisque la construction (*art. 15.*) donne $KA. KH :: KZ. KM$. Et que de là il résulte (*nomb. 4.*) $AH. ZM :: AK. KZ :: Z\phi. AC$. la première de ces deux Analogies donnera $CAVH = \phi ZMR$, & la seconde $AH \times AC = ZM \times Z\phi$: d'où résulte aussi $CUV = \phi ER$. Donc

(*nombr. 4.*) $\int v d\theta = \frac{KT \times CUV}{TN} + KY \times HG.$

XVIII. Donc enfin (*art. 16. & art. 17. nomb. 1. & 5.*) l'on aura ici $t, \theta :: \frac{CAHV}{TN} \cdot \frac{Z\phi RM}{TN} :: CAHV. Z\phi RM.$ Et $\int u dt. \int v d\theta :: KY \times AH. \frac{KT \times CUV}{TN} + KY \times HG :: AH. \frac{CUV}{TN} + HG$ (*art. 15.*) :: $AH. HL.$

XIX. Mais suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. les espaces ici parcourus pendant les tems t, θ , ou (*art. 18.*) $CAHV, Z\phi RM$, qui (*art. 17. nomb. 5.*) sont égaux, ou le même, sont entr'eux comme les sommes $\int u dt, \int v d\theta$, des vitesses $u (HK), v (YM)$, en vertu desquelles ils ont été parcourus. Donc les espaces ici parcourus en vertu de ces sommes de vitesses pendant le même tems $CAHV$, sont aussi entr'eux (*art. 18.*) :: $AH. HL.$

XX. Par conséquent en prenant AH pour l'espace horizontal ici parcouru pendant ce tems $CAHV$ en vertu de la somme $\int u dt$ des vitesses horizontales $u (HK)$, l'on aura pareillement ici HL pour le vertical parcouru de haut en bas pendant le même tems en vertu de la somme des vitesses verticales $v (YM)$. Par conséquent aussi le corps jetté ici obliquement de haut en bas de A vers F suivant AF , doit se trouver en L à la fin de ce tems $CAHV$ malgré les résistances du milieu supposé, par le concours des vitesses restantes de l'horizontale AK résultante de celle AF de projection, & des vitesses verticales de haut en bas, faites des aquies par la pesanteur de ce mobile, & des restantes de la verticale KF résultante aussi de celle AF de projection; & par tout de même en y prenant toutes les $HL = \frac{CUV}{TN} + HG$ correspondantes depuis A jusqu'en K . Donc la ligne ALO , qui passera par tous les points L ainsi trouvés, sera encore ici la Courbe requise de projection: c'est à dire, la Courbe que le corps ici jetté obliquement de haut en bas, y doit décrire malgré les résistances du milieu supposé. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*

COROLLAIRE XXV.

Puisque suivant cette démonstration (*art.* 15. & 20.) du FIG. XI.
XII. second cas de la Solut. 4. la Courbe ALO que décrirait un corps jetté obliquement de haut en bas, de A vers F suivant AF dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps, doit passer par toutes les extrémités L des verticales $HL = \frac{CVP}{TN} + HG$; il est manifeste qu'elle passera aussi par les extrémités de toutes les $GL = \frac{CVP}{TN}$: c'est à dire que cette Courbe passera aussi toujours par tous les points L trouvés en prenant par tout les verticales $GL = \frac{CVP}{TN}$ correspondantes depuis A jusqu'en F .

COROLLAIRE XXVI.

La même chose suit aussi de la démonstration du premier cas de la même Solut. 4. en tirant $C\pi$ parallèle à AK , & qui rencontre HV , XB , $h\pi$, KS , en υ , β , v , π , dans la Fig. 10. Car, en ne citant que les art. de cette Solut. 4. sans la nommer, pour abréger les citations,

1°. Puisque (*art.* 1. & 14.) $HL = \frac{PCVP}{TN} = \frac{PAH\pi - ACvH}{TN}$, & que $AK. KF :: AH. HG = \frac{KF \times AH}{AK}$; l'on aura GL ($HG - HL$) $= \frac{KF \times AH}{AK} - \frac{PAH\pi + ACvH}{TN}$. Mais l'art. 2. donnant $AX. XK :: ZY. YK$. ou (en composant) $AK. XK :: ZK. YK$. Et l'hyperbole CBS donnant aussi $AK. XK :: BX. AC$. l'on aura ici $BX. AC :: ZK. YK$. ou (en divisant) $B\beta. AC :: ZY. YK$. De sorte que les arcs CBS , ϕNS , d'une même (*art.* 1.) hyperbole, donnant $AC. YN :: KY. AK$. l'on aura pareillement ici (en raison ordonnée) $B\beta. YN :: ZY. AK$ (*art.* 2.) $:: KF. AK$. ou $\frac{B\beta}{YN} = \frac{KF}{AK}$. Donc $GL = \frac{B\beta \times AH}{YN} - \frac{PAH\pi + ACvH}{TN} = \frac{PCVP - PAH\pi + ACvH}{TN} = \frac{ACvH + ACvH}{TN} = \frac{CVP}{TN}$.

2°. Puisque aussi (*art.* 1. & 14.) $h\lambda = \frac{CBP - B\pi h}{YN}$, & que
LII ij

$$AK. KF :: Ab. hg = \frac{KF \times Ab}{AK}. \text{ l'on aura ici } g\lambda (hg - h\lambda) \\ = \frac{KF \times Ab}{AK} - \frac{CBP + Bpu}{TN} \left(\text{le nomb. 1. donnant } \frac{BB}{TN} = \frac{KF}{AK} \right) \\ = \frac{BB \times Ab}{TN} - \frac{CBP + Bpu}{TN} = \frac{PCvp - CBP + Bpu}{TN} = \frac{Cvu}{TN}.$$

3°. Donc (nomb. 1. & 2.) les points $Z, \lambda, \&c.$ seront ici les mêmes, soit qu'on prenne $HL = \frac{PCv\pi}{TN}$ depuis A jusqu'en X , & $h\lambda = \frac{CBP - Bpu}{TN}$ depuis X jusqu'en K , ou qu'on prenne par tout $GL = \frac{Cv\upsilon}{TN}$, $g\lambda = \frac{Cvu}{TN}$, &c. depuis A jusqu'en F . Or on a vû (art. 14.) que la ligne ALO , qui passera par tous les points $Z, \lambda, \&c.$ trouvés de la première de ces deux manières, sera la Courbe de projection que décriroit le corps ici jetté obliquement de bas en haut de A vers F suivant AF , dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps. Donc la ligne qui passera par tous les points $Z, \lambda, \&c.$ trouvés de la seconde manière, sera aussi la même Courbe ALO que ce corps ainsi jetté décriroit malgré les résistances de ce milieu.

COROLLAIRE XXVII.

Ces deux derniers Corol. 25. & 26. font voir que suivant quelque direction oblique AF qu'un corps soit jetté de A vers F , dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps; si l'on prend de tous les points G de AF depuis A jusqu'en F , des verticales $GL = \frac{Cv\upsilon}{TN}$ correspondantes, la ligne ALO qui passera par tous les points Z ainsi trouvés à l'infini, sera la Courbe que ce même corps devroit alors décrire malgré les résistances de ce milieu, ainsi que nous l'avons déjà démontré dans nôtre Solut. 2. pag. 265. &c. du Mem. du 18. Juillet dernier, sans décomposer (comme ici) le mouvement de projection.

Tous les Corollaires des trois autres Solutions se déduiront pareillement de cette quatrième-ci.

SCHOLIE.

FIG. X.

M. Newton dans ses Princ. Math. Liv. 2. Sect. 1. Prop. 4. pag. 241. après avoir pris une grandeur N . $B\beta :: AK.KF$. a aussi démontré que si l'on prend par tout ici les verticales $GL = \frac{CVV}{N}$ correspondantes, la ligne ALO qui passera par tous les points L ainsi trouvés, sera la Courbe de projection que décrirait un corps jetté de A vers F suivant AF dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps. Mais le Corol. 26. nomb. 1. donnant aussi YN . $B\beta :: AK.KF$. Et faisant voir par-là que $YN = N$, & conséquemment aussi que $\frac{CVV}{YN} = \frac{CVV}{N}$, fait pareillement voir (nomb. 3.) que la Courbe de projection de nôtre Solut. 4. & celle de M. Newton, sont précisément la même. Ce qui nous dispense de faire voir l'identité de la première avec celle dont M. Hughsens a donné la construction à la fin de son *Discours de la cause de la pesanteur*, pag. 171. & avec celle de nos trois autres Solutions, dont les deux premières sont dans le Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 251. 254. & la troisième au commencement de celui-ci, pag. 424. y ayant déjà démontré (pag. 436.) & dans le Mem. du 22. Aoust dernier, pag. 303. &c. que la Courbe de projection trouvée dans ces trois premières Solutions, & par M. Hughsens, est la même que celle de M. Newton, qu'on voit pareillement ici être la même que celle de la dernière Solut. 4. Ainsi nous voilà d'accord en tout ceci avec ces deux grands Geometres, dont les manières de trouver cette Courbe, si différentes entr'elles & des nôtres, auroient peut-être fait apprehender quelque diversité (pour ne pas dire pis) entre la leur & la nôtre.

REMARQUE.

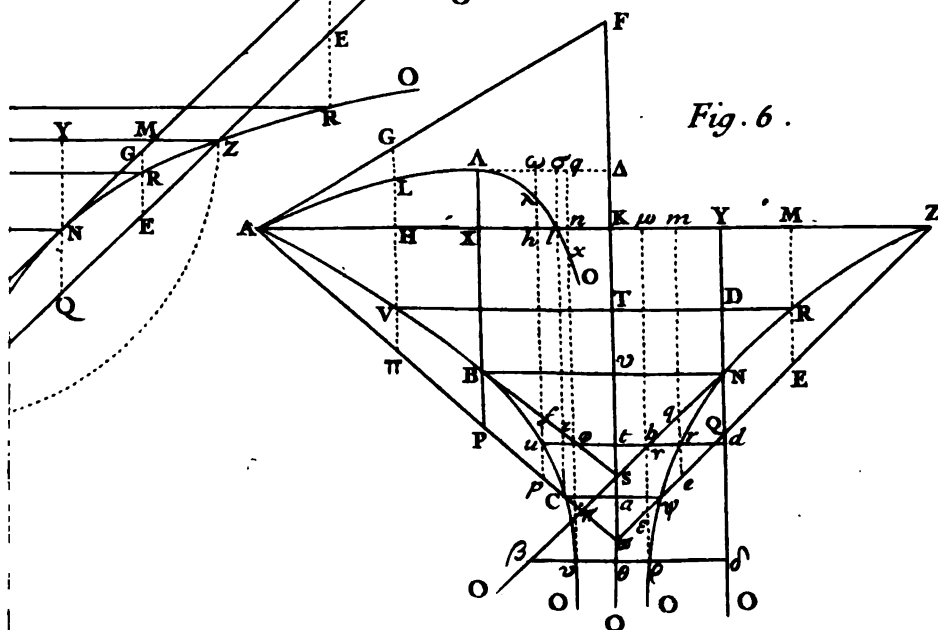
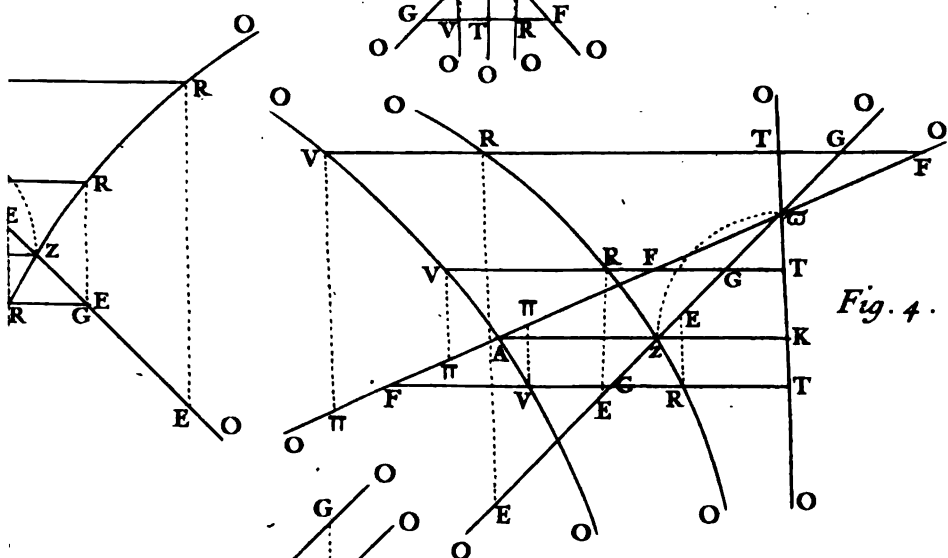
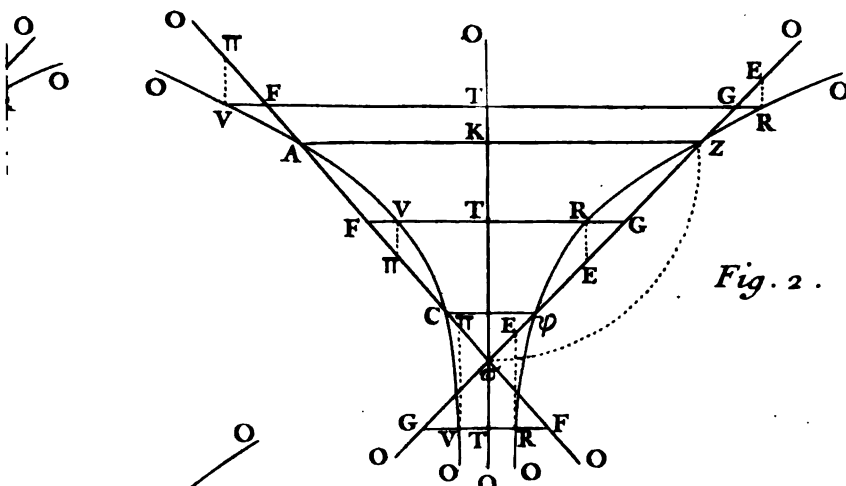
Voici presentement comment la Parabole trouvée dans le Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 270. &c. pour celle que le corps jetté ci-devant dans un milieu résistant en raison des vitesses auxquelles il s'oppose, auroit décrite si

ce milieu eût été sans résistance, est aussi précisément la même que celle que M. Newton lui a assignée dans ses Princ. Math. pag. 243. Pour le démontrer il suffit de faire voir que le parametre en A de la nôtre est le même que celui de la sienne en ce même point : voici comment.

Ce parametre en A s'est trouvé $= \frac{2AF \times AF}{FS} = \frac{2AF \times AF}{BF}$ dans le Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 271. & 273. dans lequel FS , BF , étoient chacune en même raison qu'est ici KY à la même AF , ou à la même AK , ou enfin à la même KF ; & conséquemment chacune égale à KY : d'où l'on voit que ce même parametre doit être pareillement ici $= \frac{2AF \times AF}{KY}$. M. Newton, lui, a trouvé $\frac{2AF \times AF \times AX}{XK \times KF}$ pour ce parametre en A . Il ne s'agit donc ici que de faire voir que $\frac{2AF \times AF}{KY} = \frac{2AF \times AF \times AX}{XK \times KF}$.

Pour cela il n'y a qu'à considérer que (Solut. 4. art. 2.) $AX. XK :: ZY. YK :: KF. KY = \frac{XK \times KF}{AX}$. Puisqu'en substituant cette valeur de KY en sa place dans $\frac{2AF \times AF}{KY}$, l'on aura effectivement $\frac{2AF \times AF}{KY} = \frac{2AF \times AF \times AX}{XK \times KF}$: c'est à dire, le parametre en A de nôtre Parabole, égal à celui que M. Newton y assigne à la sienne. Donc sa Parabole & la nôtre sont précisément la même. Ce qu'il falloit encore démontrer.

Au reste, si l'on compare les deux premières Solutions du Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 250. &c. déduites du mouvement de projection considéré comme simple, avec ces deux dernières-ci déduites de ce même mouvement considéré comme composé d'un horizontal & d'un vertical, on verra sans peine que ces sortes de Solutions se déduisent beaucoup plus simplement de la première de ces deux considérations que de la seconde : aussi ne les vient-on de déduire de celle-ci, employée par M. Newton & par M. Hugheens, que pour faire voir comment on les en peut tirer aussi par nôtre méthode ; & on ne



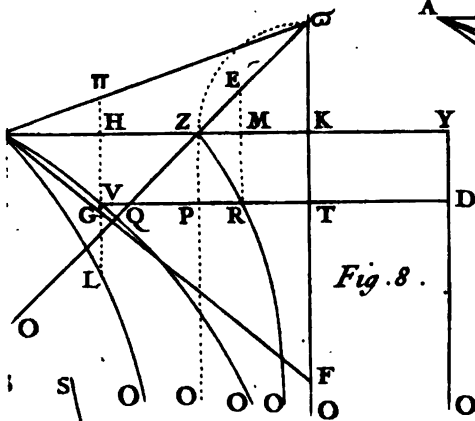


Fig. 8.

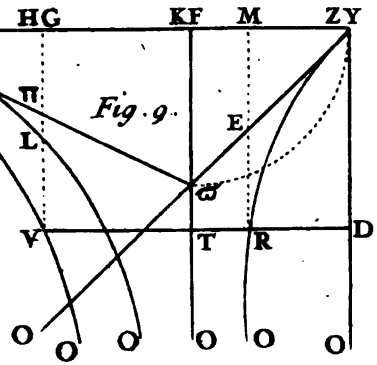


Fig. 9.

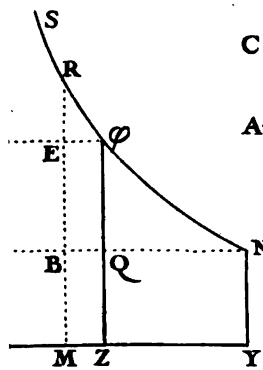
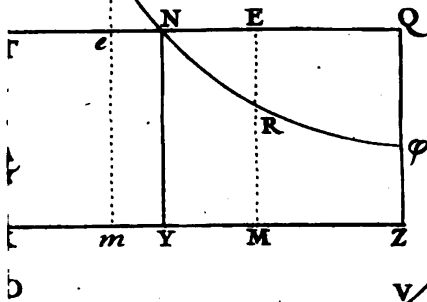


Fig. 11.

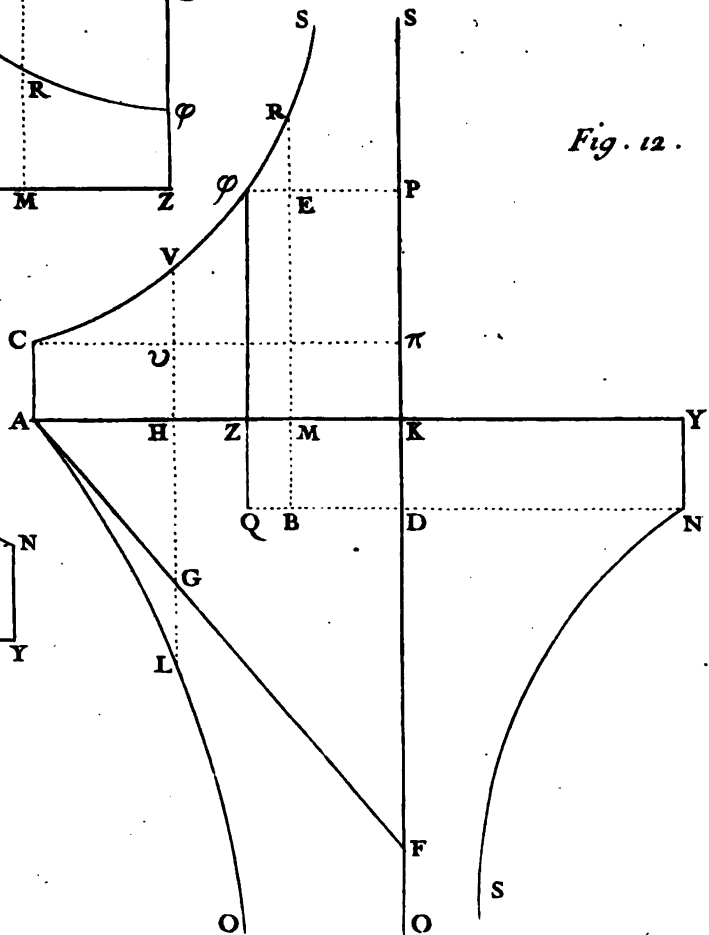


Fig. 12.



les vient de partager chacune en deux cas que pour le soulagement de ceux à qui la démonstration du premier n'auroit peut-être pas paru satisfaire au second, quand même on l'auroit poussée jusqu'à l'accord de Solution qu'on voit entr'eux dans le Corol. 27. le mouvement d'ascension que cette décomposition de mouvement oblige de considérer dans le premier, ne se trouvant pas dans le second, non-plus que dans les deux premières Solutions qui pour cette raison les comprennent chacune tous deux en un seul, dans lequel le mouvement de chute n'est même à considérer que de la part de la pesanteur du mobile, au lieu que dans le second cas même de chacune des deux dernières Solutions, ce mouvement de chute doit être considéré & de cette part & de celle du vertical résultant de celui de la projection oblique de haut en bas. Ce peu d'égards qu'il faut avoir dans les deux premières Solutions par rapport à ce qu'il en faut avoir dans les deux dernières, est ce qui rend celles-là beaucoup plus simples que celles-ci, & vient de ce que le mouvement de projection n'est point décomposé là comme ici. L'on auroit cependant épargné ici les deux Lemmes précédens, si au lieu de prendre les expressions des vitesses primitives, égales à celles des tems correspondans dans le Mem. du 7. Mars dernier, pag. 113. &c. employé ci-dessus, on les y eût prises en raison constante quelconque.

Voilà jusqu'ici pour les mouvemens faits dans des milieux qui leur résisteroient en raison des vitesses des corps mûs, & pour les Courbes de projection que ces corps y décriroient. On verra dans d'autres Mémoires ce qui leur arriveroit dans des milieux qui leur résisteroient en raison des quarrés de leurs vitesses, comme on le suppose d'ordinaire.



R E F L E X I O N S

Sur les Observations faites par le P. Laval à la Sainte Baume & aux montagnes des environs.

PAR M. CASSINI le fils.

1708.
22. Decem-
bre.

LE P. Laval a envoyé à M. le Comte de Pontchartrain diverses Observations Astronomiques & Géographiques qu'il a faites à la Sainte Baume & sur les montagnes qui sont aux environs. Entre ces Observations il y en a plusieurs de la hauteur du Barometre faites à la Sainte Baume & au Saint Pilon, en divers jours & à diverses heures du jour, qu'il a comparées à celles qui avoient été faites dans le même temps à son Observatoire de Marseille.

Pour connoître plus aisément le rapport qu'il y a entre ces Observations, il a dressé une Table où il a marqué dans la premiere colonne les jours du mois & les temps auxquels ces Observations ont été faites. Dans la seconde sont marquées les hauteurs du mercure à l'Observatoire de Marseille. A la troisième & à la quatrième les hauteurs du mercure correspondantes observées à la Sainte Baume & au Saint Pilon; & à la cinquième la hauteur du Thermometre au Saint Pilon.

A ces Observations il en a ajouté trois du Barometre, dont une a été faite le 27 Juin au bas du rocher du Saint Pilon, là où il cesse d'être à plomb, & où il s'unit avec le talu de la montagne.

La seconde le 29 Juin au matin sur la montagne des Beguignes qui est située à l'Orient du Saint Pilon, & la troisième le même jour après midy dans la plaine au-dessous de la Sainte Baume, qu'on appelle le Plan d'Aups.

Pour déterminer la hauteur de ces lieux l'un à l'égard de l'autre, le P. Laval mesura dans la plaine d'Aups une
base

base de 155 toises, qu'il jugea suffisante pour des hauteurs qui n'étoient pas considerables, & il observa des extremités de cette base les angles entre le Saint Pilon & la montagne des Beguignes; & ayant observé les angles de la hauteur apparente de ces montagnes, il détermina geometriquement la hauteur de la montagne des Beguignes au-dessus de la plaine d'Aups de 264 toises, & celle du Saint Pilon sur cette même plaine de 181 toises; ce qui donne l'élevation de la montagne des Beguignes au-dessus du Saint Pilon de 83 toises.

Pour la hauteur du bas du rocher où il fit le 27 Juin l'experience du Barometre, ce rocher étant à plomb depuis le Saint Pilon jusqu'à cet endroit, il eut la commodité de la mesurer avec un cordeau, & il la trouva de 63 toises.

Comme le P. Laval n'a pas encore déterminé geometriquement la hauteur immediate de ces montagnes sur le niveau de la mer, l'on peut en attendant examiner ce qui résulte des Observations du Barometre faites à l'Observatoire de Marseille, à la Sainte Baume & aux environs, comparées aux diverses elevations qui ont été observées geometriquement.

Pour le faire avec le plus d'exactitude qu'il est possible, nous avons considéré premierement qu'à la hauteur de l'Observatoire de Marseille au-dessus du niveau de la mer qui est de 24. toises, il convient précisément deux lignes & un tiers d'abaissement de mercure, comme on le peut voir dans la Table dressée sur la regle de M. Maraldi inserée dans les Memoires de l'Academie de 1705. pag. 72.

Ayant pris ensuite les differences entre les hauteurs du mercure observées dans le même temps à l'Observatoire de Marseille & au Saint Pilon, qui sont au nombre de 15, & dont la plus petite est de $2^p 9^{\frac{1}{2}}$, & la plus grande de $2^p 11^{\frac{1}{4}}$, nous avons pris la moyenne entre toutes ces differences qui est de $2^p 10^{\frac{1}{4}}$. Nous avons ajouté à cette difference $2^{\frac{1}{4}}$ qui conviennent à la hauteur de l'Observatoire de Marseille sur le niveau de la mer, & nous avons trou-

vé 3 pouces 0 ligne & $\frac{11}{17}$ pour l'abaissement du vif argent qui convient à la hauteur du Saint Pilon sur le niveau de la mer.

Suivant la Table citée cy-dessus à 3^p 0^l & $\frac{11}{17}$, il convient 481 toises pour la hauteur du Saint Pilon au-dessus du niveau de la mer, tirée des Observations du Barometre.

En comparant de même les Observations du Barometre faites dans le même temps à l'Observatoire de Marseille & à la Sainte Baume qui sont au nombre de 16, l'on a pour la plus petite difference 2^p 5^l $\frac{1}{2}$ d'abaissement de mercure, & pour la plus grande 2^p 6^l $\frac{1}{2}$. En en prenant une moyenne entre toutes les differences, l'on aura 2^p 6^l $\frac{2}{3}$, qui étant ajoutées à 2^l $\frac{1}{2}$ pour la hauteur de l'Observatoire de Marseille, donne 2^p 8^l $\frac{11}{17}$ pour la hauteur de la Sainte Baume sur le niveau de la mer, à laquelle il répond suivant la Table 415^l $\frac{1}{2}$. Les retranchant de 481 toises que l'on vient de trouver pour la hauteur du Saint Pilon au-dessus du niveau de la mer, l'on aura 65^l $\frac{1}{2}$ pour la hauteur du Saint Pilon sur la Sainte Baume. Cette hauteur, suivant le P. Laval, n'est que d'environ 53 toises, car il mesura avec un cordeau la hauteur perpendiculaire depuis le Saint Pilon jusqu'au bas du rocher dans l'endroit où il s'unit avec le talu de la montagne qu'il trouva de 63 toises, & il jugea que la chambre du Logis de la Sainte Baume, où le Barometre étoit en experience, étoit élevée au-dessus du bas du rocher de 10 toises, ce qui s'accorde à l'Observation du Barometre faite au bas de ce rocher, où la hauteur du mercure fut trouvée plus grande qu'à la Sainte Baume d'un peu moins de ligne. Mais comme la difference entre la hauteur du Saint Pilon & celle de la Sainte Baume est trop petite pour pouvoir établir quelques regles sur les Observations qui y ont été faites, voyons ce qui résulte des Observations faites sur des hauteurs dont les intervalles sont plus grands, telles que sont la plaine d'Aups, & la montagne des Beguignes qui est élevée sur cette plaine de 284 toises.

Le 29 Juin au matin sur la montagne des Beguignes, la

hauteur du Barometre fut observée de $24^p 1^l$. Elle fut observée en même temps à Marseille de $27^p 4^l$; ce qui donne pour la hauteur des Beguignes au-dessus de l'Observatoire de Marseille $3^p 3^l$ d'abaissement de vif argent, auxquels si l'on ajoute $2^l \frac{1}{2}$ pour la hauteur de l'Observatoire au-dessus du niveau de la mer, l'on aura pour la hauteur de la montagne des Beguignes sur le niveau de la mer $3^p 5^l \frac{1}{2}$ d'abaissement de vif argent, auxquels il répond dans la Table 559 toises & un pied.

Le même jour au soir sur la plaine d'Aups, la hauteur du mercure fut observée de $25^p 6^l$. Elle fut observée en même temps à l'Observatoire de Marseille de $27^p 4^l \frac{1}{4}$: la difference est d'un pouce $10^l \frac{1}{4}$, qui étant ajoutée à $2^l \frac{1}{2}$ pour la hauteur de l'Observatoire sur le niveau de la mer, donne pour la hauteur de la plaine d'Aups au-dessus du niveau de la mer $2^p 0^l \frac{7}{12}$, auxquels il répond dans la Table 298^e $1^p \frac{1}{2}$. Les retranchant de la hauteur des Beguignes au-dessus du niveau de la mer que l'on vient de trouver de 559 toises, l'on aura 261 toises pour la hauteur de la montagne des Beguignes au-dessus de la plaine d'Aups, qui résultent des Observations du Barometre, comparées à la Table qui a été dressée sur nos Observations.

Le P. Laval a déterminé, comme nous avons dit cy-dessus, cette hauteur geometriquement de 264 toises plus grande de 3 toises que celle qui résulte de la regle tirée de nos Observations du Barometre; ce qui est une précision que nous n'avons jamais osé esperer, & qui doit paroître assez grande, si l'on considere qu'une erreur d'un quart ou d'un tiers de ligne dans les Observations de la hauteur du Barometre faites de part & d'autre suffit pour causer cette difference.

Si l'on retranche de même de 481 toises, hauteur du Saint Pilon sur le niveau de la mer déterminée par les Observations du Barometre, la hauteur de la plaine d'Aups sur le niveau de la mer que l'on vient de trouver de 298^e $1^p \frac{1}{2}$, l'on aura par l'Observation du Barometre la

M m m ij

hauteur du Saint Pilon au-dessus de la plaine d'Aups de 182 toises 5 pieds, plus grande d'une toise 5 piés que celle qui résulte des Observations du P. Laval, qui avoit déterminé cette hauteur geometriquement de 181 toises.

Il paroît par ces Observations que suivant la regle établie sur les Observations du Barometre, l'on peut connoître avec assez d'exaëtitude les differences entre les hauteurs de deux lieux élevez l'un au-dessus de l'autre, pourvû qu'on sçache la hauteur du Barometre observée dans le même temps au niveau de la mer.

Lorsqu'on n'a pas d'Observation faite au niveau de la mer, alors on peut supposer la hauteur moyenne du mercure au niveau de la mer de 28^p o^l; mais il ne faut pas s'attendre d'arriver à la même précision.

*Reflexions sur la bassesse apparente de l'horizon
de la mer.*

La hauteur du Saint Pilon au-dessus du niveau de la mer ayant été déterminée par les Observations du Barometre de 481 toises, comme nous l'avons dit cy-dessus, l'on peut voir ce qui résulte des Observations de la bassesse apparente de l'horizon de la mer que le P. Laval a faites sur cette montagne.

Ces Observations sont représentées dans une Table où il a marqué l'état de l'air & le vent qu'il faisoit dans le temps de ses Observations, avec la hauteur correspondante du Barometre & du Thermometre.

La plus grande bassesse apparente de l'horizon de la mer fut observée le 25 Juin à 3^h du soir de 57' 45" le temps étant à la brume & le vent Nord-Oüest mediocre, & la plus petite fut observée le 26 Juin au matin de 56' 0" le Ciel étant assez serein & le vent Sud-Oüest foible. En prenant un milieu entre ces deux Observations qui different l'une de l'autre de 1' 45", l'on aura la moyenne bassesse apparente de l'horizon de la mer de 56' 52".

Si l'on suppose presentement le demi-diametre de la Terre de 3271600 toises, tel qu'il résulte des Observa-

tions faites dans le Voyage de la Meridienne, l'on trouve qu'à la hauteur du Saint Pilon sur le niveau de la mer qui est de 481 toises, la bassesse veritable de l'horizon de la mer doit être de 58' 57" plus grande de 2' 5" que la moyenne bassesse apparente qui a été observée au Saint Pilon de 56' 52". Cet excès doit être attribué à la refraction qui élève le rayon visuel apparent au-dessus du veritable d'environ la 28^e partie de l'angle de la bassesse apparente moyenne.

Le P. Laval remarque sur ses Observations, qu'à des hauteurs plus grandes que celles de l'Observatoire de Marseille, il y a encore de la variation dans la refraction, mais que cette variation n'est pas aussi considerable que dans les endroits plus bas. Car dans toutes les Observations que le temps a permis de faire sur le Saint Pilon, cette variation n'est montée qu'à une minute 45 secondes, au lieu qu'à l'Observatoire de Marseille elle est montée à 3 minutes. 20 secondes.

Comme le P. Laval a fait un plus grand nombre de ces sortes d'Observations à Marseille qu'au Saint Pilon, il se pourroit faire qu'en observant plus long-temps sur cette montagne, on y trouveroit une plus grande difference, que celle qu'il y a observée pendant son séjour.

Le P. Laval remarque aussi que ses Observations confirment ce qu'il a marqué dans les Memoires qu'il a envoyé à l'Academie, que lorsqu'il y a eu de la brume causée par le vent Nord-Oüest la refraction a été plus grande, & cela plus ou moins selon que le vent a été plus ou moins frais; & qu'au contraire la mer n'a jamais paru moins basse que le 26 Juin au matin, auquel le vent étoit Sud-Oüest foible & l'horizon assez serein. Le soir de ce même jour auquel le vent étoit Sud-Oüest foible & la brume grande, la refraction a augmenté d'une minute 30 secondes. Il juge que la pesanteur & la chaleur de l'air ne contribuent en rien à la refraction, puisque le 25 & le 26 Juin le Barometre & le Thermometre se sont tenus à peu près à la même hauteur, & cependant la variation de la refraction a été tres-considerable & aussi grande qu'elle l'a pu être dans toutes ces Observations.

Outre ces Observations du Barometre, du Thermometre, & de la bassesse apparente de l'horizon de la mer, dont j'ay rapporté icy l'extrait, le P. Laval en a fait plusieurs tant Astronomiques que Geographiques, pour déterminer la situation de la Sainte Baume, du Saint Pilon, & des autres lieux qui sont aux environs à l'égard de Marseille. Comme il a dessein d'en faire encore quelques-unes pour les mettre à leur perfection, nous nous contenterons de remarquer qu'il a déterminé par diverses hauteurs méridiennes du Soleil la latitude du Saint Pilon & de la Sainte Baume de $43^{\circ} 21' 10''$ plus septentrionale que celle de Marseille d'environ 2 minutes.

Le 25 Juin à $8^{\circ} 56' 25''$ du soir il observa au Saint Pilon l'Emerfion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.

$8^{\circ} 42' 1''$ à Paris par le calcul corrigé.

$14' 24''$ Difference des meridiens entre Paris & le Saint Pilon.

Comme nous n'avons pû observer cette Immersion à Paris, & que celles que nous y avons observé en sont fort éloignées, l'on ne peut pas tirer rien de fort exact de cette Observation.



MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ
*Royale des Sciences établie à Montpellier, ont
 envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui suit, pour
 entretenir l'union intime qui doit être entr'elles,
 comme ne faisant qu'un seul Corps, aux ter-
 mes des Statuts accordés par le Roy au mois
 de Février 1706.*

CONJECTURE SUR LE
 REDRESSEMENT DES PLANTES
 INCLINÉES À L'HORIZON.

PAR M. ASTRUC.

IL semble que les faits les plus communs & les plus ordinaires soient les plus difficiles à expliquer. Seroit-ce que l'occasion de les voir fréquemment en ôte tout le merveilleux, & que l'esprit en étant par-là frappé moins vivement, en recherche les causes avec plus de négligence ?

La question présente nous fournit une preuve de la vérité de cette reflexion. Tout le monde sçait que les Plantes croissent & s'élèvent par une ligne perpendiculaire à l'horizon, & que pour peu qu'on les en écarte en les courbant vers la terre, loin de continuer à pousser dans cette nouvelle direction, elles se redressent à leur extrémité pour reprendre la perpendiculaire. On sçait que la même chose arrive aux Arbres & aux Plantes, que le

vent ou que quelqu'autre cause abat avec toute leur racine, & à celles qui croissent dans un pot de terre, lorsqu'on le renverse sur le côté. Tous ces faits sont certains, & l'expérience les confirme tous les jours; on n'en a pourtant point encore donné de raison entièrement convaincante.

J'avouë que cette recherche paroît peu considérable; mais puisqu'un membre * illustre de l'Académie Royale des Sciences n'a pas crû qu'il fût indigne de ses soins de tâcher d'en découvrir la cause, je croi qu'on ne trouvera pas mauvais que je communique les reflexions & les conjectures que j'ay faites sur le même sujet.

* M. Dodart
ann. 1700.

On n'observe aucun changement dans les Plantes qu'on courbe vers la terre, que le seul changement de situation : elles étoient perpendiculaires à l'horizon, elles lui sont à présent inclinées. C'est donc delà qu'il faut déduire la cause, qui fait redresser en haut leur *extrémité*. Il est vrai que dans ce cas la partie de la Plante où se fait la courbure, souffre quelque compression. Mais comme cette compression est égale des deux côtez, dans la partie concave & dans la partie convexe, elle ne doit pas plus contribuer à porter en haut leur *extrémité*, qu'à la porter en bas. D'ailleurs cette compression ne se trouve point dans les Plantes, qui croissent dans un pot de terre qu'on couche sur le côté; il n'y a alors que la seule situation qui soit changée : elles se redressent cependant de même que les autres. Il faut donc convenir que cela ne dépend dans ce cas, que du seul changement de situation. On a raison de juger que la cause en doit être la même dans tous les autres cas; l'uniformité de la nature dans ses productions ne nous permet pas d'en douter.

La difficulté est de déterminer en quoi la situation oblique des Plantes peut contribuer à faire redresser leur *extrémité*. Les deux Propositions suivantes serviront à faire comprendre assez aisément comment elle peut produire cet effet.

1°. Il est certain qu'il coule dans les Plantes un suc nourricier

ricier depuis la racine jusqu'au haut , par des tuyaux qui suivent la longueur de la Plante & qui sont paralleles à ses côtez. Ces tuyaux communiquent ensemble ou par eux-mêmes , ou par le moyen de plusieurs autres canaux horizontaux , qui de la circonference de la Plante vont se terminer vers la moëlle , comme tout autant de rayons de cercle.

2°. D'autre part la raison & l'experience nous apprennent que les liquides , qui sont dans des tuyaux paralleles ou inclinez à l'horizon , pesent sur la partie inferieure de leurs tuyaux , & n'agissent point du tout sur leur partie superieure.

Il est aisé de conclure de ces deux principes , que lorsque les Plantes sont dans une situation parallele ou inclinée à l'horizon , le suc nourricier qui coule de leurs racines vers leur tige , doit par son propre poids tomber dans les tuyaux de la partie inferieure , & s'y ramasser en plus grande quantité que dans ceux de la partie superieure. Ces tuyaux devront par-là être plus distendus , & leurs pores plus ouverts. Les parties du suc nourricier qui s'y trouve ramassé , devront par conséquent y penetrer en plus grande quantité , & s'y attacher plus aisément que dans la partie superieure , d'autant plus que leur propre poids les y pousse & les y détermine. En un mot la partie inferieure de la Plante devra dans ce cas-là recevoir plus de nourriture & croître plus que la partie superieure , puisqu'il suffit pour qu'une partie croisse plus qu'une autre , qu'il s'y attache une plus grande quantité de parties de suc nourricier. Mais la partie inferieure ne peut point être mieux nourrie & croître plus à proportion que la partie superieure , que l'extremité de la Plante ne soit obligée de se courber vers le haut. Lors donc que les Plantes sont paralleles ou inclinées à l'horizon , leur extremité doit se redresser vers le haut par une suite nécessaire de leur situation , qui fait que le suc nourricier qui pèse & qui croupit sur la partie inferieure , la nourrit plus que la superieure.

Ce raisonnement se trouve conforme à l'expérience. On observe constamment un nœud ou une espèce de tumeur dans la partie inférieure ou convexe des Plantes, qui souffrent une courbure pour se redresser en haut. Ce nœud ou cette tumeur ne peut venir que de ce que la partie inférieure de ces Plantes prend plus de nourriture & plus d'accroissement à proportion, que les parties voisines & surtout que la partie supérieure, ce qui oblige ces Plantes à se redresser vers le haut.

Ce redressement des Plantes doit toujours se faire à l'endroit où les fibres ligneuses se trouvent assez flexibles pour prêter & céder aisément à l'entrée du suc nourricier, qui doit s'insinuer dans la partie inférieure. Or les fibres ligneuses sont principalement molles & flexibles vers l'extrémité de la Plante; le redressement des Plantes inclinées doit donc se faire vers leur extrémité, ce qui est conforme à l'expérience.

L'extrémité des Plantes inclinées doit continuer à se redresser vers le haut, jusqu'à ce que le suc nourricier agisse sur tous les côtes d'une force égale, & les nourrisse tous également. Or le suc nourricier ne peut agir d'une force égale sur tous les côtes & les nourrir tous également, que lorsqu'ils sont perpendiculaires à l'horizon; l'extrémité donc des Plantes inclinées doit continuer à se redresser, jusqu'à ce qu'elle soit revenue à la perpendiculaire, ce qui est confirmé par l'expérience.

Lorsque la tige des Plantes qui sont attachées à une muraille est trop pesante, elles ne peuvent point croître directement en haut, de la manière que nous avons établie; mais elles croissent à peu près parallèlement à l'horizon, si leur tige est assez forte pour les soutenir, ou elles tombent en bas, si elle est trop foible. Nous avons un exemple du premier cas dans la Jusquiame, lorsque ses tiges sont chargées de beaucoup de fruits dans leur partie supérieure; comme ses tiges sont alors fort pesantes, elles ne peuvent point se redresser, & elles restent dans une situation parallèle à l'horizon. Pour ce qui est du second

cas nous en avons un exemple de même dans le *Sedum*, qui tombe d'abord en bas, la tige étant trop foible pour le soutenir. Il est pourtant aisé d'observer dans ces Plantes mêmes, des marques visibles de la pente naturelle, pour ainsi dire, qu'elles ont vers le haut ; les tiges de la Jusquiame font malgré tout leur poids un arc, dont l'extrémité est tournée en haut ; le *Sedum* de même tombe à la vérité d'abord en bas, mais il remonte ensuite par une ligne parallèle à la muraille où il est attaché, & perpendiculaire à l'horizon.

La maniere dont nous venons d'expliquer les faits précédens, peut encore servir à rendre raison d'un autre fait de Botanique, qui n'est pas moins curieux. On observe que dans toutes les graines qui germent dans la terre, la radicule est toujours tournée vers le bas, dans le tems que la plume ou la petite tige remonte vers le haut. Cela ne peut arriver naturellement & comme de soi-même, que dans une seule position, qui est lorsque les graines sont semées de telle maniere, que la plume se trouve directement en haut, & la radicule en bas. Dans toutes les autres positions, qui sont ou différentes ou opposées, la plume & la radicule doivent souffrir chacune une courbure en des sens opposés, pour pouvoir l'une remonter vers le haut, & l'autre s'enfoncer dans la terre. Or dans les graines semées au hazard, pour une dont la radicule est tournée directement en bas, & la plume en haut, il y en a un nombre infini, qui sont dans des situations différentes. Toutes cependant poussent également leur racine en bas & leur tige en haut ; il faut donc que la plume & la radicule se courbent en des sens opposés dans la plupart des graines, qui germent dans la terre.

On peut voir à l'œil cette courbure de la plume & de la radicule dans une fève, qu'on sème à contre-sens, la radicule en haut, & la plume en bas. La plume & la radicule croissent d'abord directement près de la longueur d'un pouce ; mais peu après elles commencent à se courber l'une vers le bas pour s'y enfoncer, & l'autre vers le

haut pour percer la terre qui la couvre.

On observe encore la même chose dans un tas de blé, qu'on fait germer pour faire de la biere, ou dans un monceau de glands ou de fèves, qui germent dans un lieu humide : chaque grain de blé dans le premier cas, ou ce qui est la même chose, chaque fève ou chaque gland dans le second, ont des situations différentes : tous les germes pourtant tendent directement en haut, dans le tems que les racines sont tournées en bas, & la courbure qu'elles font est plus ou moins grande, suivant que leur situation approche plus ou moins de la situation directe, où elles pourroient croître sans se courber.

Pour expliquer des mouvemens si contraires dans les parties d'une même Plante, lesquelles paroissent si semblables, il faut qu'il y ait quelque différence notable entre la plume & la radicule. Nous n'y en connoissons point d'autre, que celle qui est dans leur maniere de se nourrir. C'est delà donc qu'il faut déduire les différentes directions qu'elles prennent. La plume se nourrit par le suc, que des tuyaux paralleles à ses côtez lui portent : la radicule au contraire prend sa nourriture du suc, qui penetre dans tous les pores de sa circonference. Toutes les fois donc que la plume se trouve dans une situation ou parallele ou inclinée à l'horizon, le suc nourricier doit croupir dans sa partie inferieure, il doit par consequent la nourrir plus que la superieure, & redresser par-là son extrémité vers le haut, par les raisons que nous avons déjà expliquées.

Au contraire lorsque la radicule est dans une situation semblable, le suc nourricier doit penetrer en plus grande quantité par les pores de la partie superieure, que par ceux de l'inferieure. Les causes qui y poussent ce suc agissent à la verité également sur les deux côtez, & il devroit par-là y avoir une égalité entiere ; mais la propre pesanteur de ce suc y met une difference considerable : elle s'oppose à son entrée dans les pores de la partie inferieure, & la facilite au contraire dans ceux de la superieure.

Le suc nourricier devra donc par-là entrer en plus grande quantité dans les pores de la partie supérieure de la radicule, que dans ceux de l'inférieure; la partie supérieure devra par conséquent dans ce cas croître plus que l'inférieure, & faire courber vers le bas l'extrémité de la radicule.

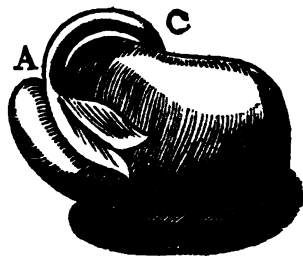
Cette courbure mutuelle de la plume & de la radicule doit continuer jusqu'à ce que leurs côtes se nourrissent également, ce qui n'arrive que lorsque leur extrémité est perpendiculaire à l'horizon. C'est la seule situation où le suc nourricier qui coule dans la plume agisse également sur chaque côté, & où celui qui entre dans la radicule y pénètre en tout sens avec une égale facilité.

On observe que dans les graines qui germent à l'air, la plume & la radicule se courbent de la même manière que dans celles qui poussent dans la terre : la raison en est évidente. L'humidité répandue dans l'air qui fait germer ces graines, agit sur leurs radicules de même que l'humidité qui les environne dans la terre, elle doit par conséquent produire le même effet.

La seule difficulté qu'on peut faire est, que suivant cette explication la plume ni la radicule ne devroient point se courber, lorsque les graines sont semées de telle manière, que la plume est tournée directement en bas, & la radicule directement en haut. Cela est pourtant contraire à l'expérience; on voit que dans ce cas la plume se courbe comme à l'ordinaire pour remonter en haut, & que la radicule en fait autant pour descendre en bas.

La chose devroit effectivement arriver comme on le suppose, c'est à dire, que ni la plume ni la radicule ne devroient point se courber, si on pouvoit semer une graine de telle manière, que ces parties fussent toutes entières dans une situation renversée & perpendiculaire à l'horizon. Mais cela est impossible par la disposition que ces deux parties ont dans les semences : la radicule fait un arc de cercle autour des lobes de la semence, la plume en fait un autre semblable entre les deux lobes, comme

470 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 on le voit dans la Figure. Quelque soin par conséquent
 qu'on prenne de les mettre à
 plomb, on ne sçauroit y mettre
 qu'une petite partie *A*. La par-
 tie *B* de la plume & la partie *C*
 de la radicule doivent toujours
 rester obliques à l'horizon, &
 ainsi par les raisons que nous
 avons déjà rapportées l'une doit
 se courber en haut & l'autre en
 bas conformément à l'expérience.



Fin des Memoires.

*Fautes d'impression ou de calcul à corriger dans les
 Mémoires de 1704, avec quelques Supplémens.*

Page 174. ligne 7. lisez, dorénavant ABG. Lig. 9. lisez,
 on peut prendre &c. *Lig. 17. lisez, entr'eux selon M.*
Amontons. Lig. 31. lisez, parallèlement à AB. Page 177.
lig. 1. lif. $\sqrt{b^2 + h^2 \times s} + \frac{\pi^2}{\pi}$. Page 178. lig. 10. lif. $f = 2143$ li-
vres. Pag. 174. lig. 4. lif. s étant alors &c. Pag. 180. lig. 11.
lif. tel que GF doive. Pag. 181. lig. 20. lif. $\frac{+5\pi + \pi \times t}{\pi}$.
Pag. 183. lig. 24. lif. ou d'un Prisme. Pag. 185. lig. 11. lif.
AHM, ACB. Lig. 24. lif. $r = \sqrt{l^2 - d^2} = AC$. Lig. 26. lif.
 $= -\frac{2}{3}\pi^2 d^2$. Lig. 27. lif. $x = \frac{3d\sqrt{l^2 - d^2}}{\sqrt{9l^2 - 8d^2}} = AC$, & Lig. 28. lif.
 $\frac{3d\sqrt{l^2 - d^2}}{\sqrt{9l^2 - 8d^2}} \parallel \sqrt{9l^2 - 8d^2} \parallel 3d$. effacés le reste de la ligne. Pag. 186.
lig. 7. & 8. lif. $x = \frac{3d^2}{\sqrt{5}l^2} = \frac{3d^2}{\sqrt{10}d^2} = \frac{3d}{\sqrt{10}} = \frac{3r}{\sqrt{10}} = AD$; ce
qui donneroit l'arc AE de 72 deg. 34 min. Lig. 11. lisez,
 $AB^2 = \frac{1}{2}l^2$, & $3d^2 = \frac{1}{2}l^2$, ce qui donnera $\sqrt{l^2 - d^2} = \sqrt{\frac{1}{2}l^2}$
 $= \frac{1}{2}\sqrt{2}l = r$, & $d^2 = \frac{1}{2}r^2$, & $d = \sqrt{\frac{1}{2}r^2}$, & $\sqrt{9l^2 - 8d^2} = \sqrt{7}l$

$= 1\sqrt{7}$, ce qui donneroit $x = \frac{3d\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} = \frac{3d\sqrt{11}}{14}$, $\frac{3AC}{2\sqrt{7}} = AD$, & l'arc AE de 34 deg. 32 min.

Enfin si l'angle ABC est de 30 deg. ou BAC de 60, on aura $BC = d = \sqrt{\frac{1}{4}l^2}$, & $8d^2 = 6l^2$, & $\sqrt{9l^2 - 8d^2} = \sqrt{3}l^2$, & $\sqrt{l^2 - d^2} = \frac{1}{2} = r$, & enfin $x = \frac{3r\sqrt{\frac{1}{4}l^2}}{\sqrt{3}l^2} = \frac{1}{2}r = \frac{1}{2}AC$, ce qui étant impossible, nous fait voir, que dans cette supposition de frotemens la verge BA arrivera jusques en R , sans glisser si l'angle ABC est de 30 degrés.

On peut remarquer que si $d = CB = 0$, $AD = 0$, & que l'on suppose $AD = x = AC = r$, alors AB ne commencera à glisser qu'en R , ce qui donnera $x = r = \sqrt{l^2 d^2} = \frac{3d\sqrt{l^2 - d^2}}{\sqrt{9l^2 - 8d^2}}$, d'où l'on tire $\sqrt{9l^2 - 8d^2} = 3d$, & $9l^2 - 8d^2 = 9d^2$, & $9l^2 = 17d^2$, & $\frac{3l}{\sqrt{17}} = d$. d'où l'on a l'angle ABC de 43 deg. 19 min. lequel est tres-commode pour faire l'expérience de ces frotemens. *Pag.* 189. *lig.* 9. *lis.* $DH = \frac{bf}{ac}$. *Lig.* 28. *lis.* $\frac{27x \times 6q + b\pi}{ac^2 - 6b^2 - d^2 \times q}$). *Pag.* 191. *lig.* 34. *lis.* & b le cercle de la &c. *Pag.* 192. *lig.* 31. *lis.* ou $p = \frac{bf}{h}$). *Pag.* 193. *lig.* 32. *lis.* $= \frac{P}{F}$, & $\frac{P}{F}$ le rapport &c. *Pag.* 196. *lig.* 33. *lis.* au lieu de 27 $\frac{1}{2}$. *Pag.* 329. *lig.* 1. *lis.* le poids P en &c. *Pag.* 350. *lig.* 12. *lisés*, Je prends P pour &c. *Pag.* 336. *lig.* 18. *lisés*, & $p = \frac{1}{2} \sqrt{A \pi BC}$ dans l'état parfait. *Lig.* 20. *lis.* & $A = \frac{45pb}{28VBC}$ dans l'état de perfection. *Lig.* 14. *lis.* & $u = \frac{Vbc}{3BC}$ dans l'état parfait. *Pag.* 337. *lig.* 3. *lis.* $\frac{4VP}{27}$ dans l'état imparfait, c'est-pourquoy. *Lig.* 6. *btés ces 9 lignes, & mettés ce qui suit en la place.*

Et pour trouver un des rayons du poids comme b , on cherchera d'abord au lieu de b le rayon d'équilibre $e = \frac{PCB}{pe}$, au moyen duquel on cherchera ensuite au lieu d'un des rayons donnés de l'Aube B ou C , comme au lieu de B un autre rayon β , qui avec e & les autres parties

données de la machine la mettroit en mouvement, & cela comme dans l'article suivant. Et on fera l'analogie : Comme β est à B , ainsi e a un 4^e terme qui sera le rayon b désiré. *Même page, 3. dernieres lignes lises,*

Et pour avoir l'autre valeur de x , on prendra le complément du tiers d'arc trouvé à 60 degrés (nombre absolu), & le double sinus de ce complément; après quoy on fera cette dernière analogie : Comme le sinus total est au, &c. *Pag. 338. lig. 5. lis. trouver;* mais il faudra se souvenir de prendre alors pour 2^d terme de la 1^{re} analogie $(\frac{2uP}{2, VP} - 1)$. *Lig. 8. lis.* Dans l'état parfait, il n'y a qu'un cas réductible, qui donne pour la seule valeur de x $(\frac{Vbc}{3uC})$; d'où l'on tire $(B = \frac{Vbc}{uC}) (C = \frac{Vbc}{uB}) (b = \frac{uBC}{Vc})$ & $(c = \frac{uBC}{VB})$.

Lorsqu'on cherchera le rayon C , toute la différence est qu'il faudra prendre $(\frac{Vbc}{3uB})$ dans les analogies cy-dessus.

Faussetés à corriger dans les Mémoires de 1708.

P Age 114. lig. 19. & 20. résistances actuelles *lisez* résistances en raison des vitesses actuelles.

Pag. 117. lig. 1. qu'en faisant *lisez* en sorte qu'en faisant

Pag. 343. lig. 26. au lieu de n^e lisez n^3 .

Pag. 344. lig. 12. au lieu de a^4 lisez n^4 .

Pag. 362. lig. 5. au lieu de $21a^4$ lisez $21a^3$.

